

專 論

核胞模式之理論研析及其應用於 流域之洪水演算

Theoretical Analysis of the Cell Model and Its Application to Flood Routing in a River Basin

國立臺灣大學農業工程學研究所教授兼所長 國立臺灣大學土木工程學研究所博士班研究生

王 如 意
Ru-yih Wang

李 戎 威
Rong-wei Lee

摘 要

本文之要旨為研究並改進新近發展之核胞模式，根據其理論架構，建立適用之降雨—逕流模式，以模擬集水區逕流系統之空間分布特性，並將模式之應用提昇至洪水預測層面，預先瞭解暴雨來臨時之洪水變化趨勢，期能對洪災防範有所助益。

文中，以數理方式研析核胞模式理論架構之合理性，採用 ARX 模式逐步演算法增快運算速度，再將水庫洩洪之情況加入核胞模式中進行模擬，並以曾文溪流域之實測降雨及逕流記錄作為模式驗證之依據。由驗證結果顯示，核胞模式可精確地模擬集水區內降雨—逕流間之定率關係，可供本省防洪及水資源規劃設計之參考應用。

ABSTRACT

The objectives of this paper are firstly to discuss and modify the newly-developed cell models, to build up suitable rainfall-runoff models for simulating the spatially distributed characteristics of a hydrologic system, and finally, to apply the model practices for flood forecasting so as to predict accurately and instantaneously the possible flood trend in a river basin during typhoon hitting period.

In this study, the adequacy of theoretical basis of cell models was discussed, the stepwise routing scheme by applying autoregressive model with exogenous inputs (abbreviatedly, ARX model) was also used, flood-spilling condition of a reservoir was furthermore added, and lastly, Kalman filter theory was joined with cell models from one to six hours ahead for flood forecasting.

In order to verify the accuracy of cell models, Tseng-wen River Basin was chosen as a study area for illustration. From the analyzed results shown, the proposed manifold cell model is proper for applying to the simulation of deterministic relationship between rainfall and runoff. Consequently, the analytical approach adopted in this study can be used as a reference for flood mitigation and water resources planning of river basins in Taiwan.

一、緒 言

一般言之，集水區之水文現象常隨時間及空間而改變，故有關之水文參數應考慮其時間、空間之分布特性，而予以適當之估算。以往之水文模式常將集水區視為一集塊系統 (lumped system) 忽略了集水區內地文因子之空間不均勻性，因此，造成若干誤差及應用上之困難，尤其是當集水區內設有大型水工結構物時，如水壩、堰堤及輸水隧道等，使得水文現象更形複雜。例如，當水庫因防洪運轉而大量泄洪時，對下游河道之影響將會如何？如何以合適之水文模式予以模擬？此類疑難均屬水文研究亟待解決之課題。

核胞模式 (cell model) 為新近發展出之水文概念模式，其研析方式乃將集水區依實際地形及河川走向，分成若干小區；每一小區可視為水文系統之基本元件 (element)，稱為「核胞」。各核胞內具有相似之水文特性，再依其特性建立一表示降雨—逕流間定率性之概念化模式，然後，根據河川網路予以適當地連結，累加後即可獲致含蓋整個集水區內降雨—逕流間定率關係 (deterministic relationship) 之模擬結果，即謂之「核胞模式」。因核胞模式考慮到各小區內地文因子之不盡相同，故可視為分布模式 (distributed model)。

臺灣地區位於西太平洋颱風路徑之要衝，每年常遭颱風或熱帶性低氣壓帶來之暴雨所侵襲，且臺灣河川流短坡陡，豪雨時山洪宣洩而下，引發洪水災害，造成人民生命財產之損失。有鑒於此，如何建立一套有效之洪水預報模式，實為要務。本文嘗試以數理方式研析核胞模式之理論架構，且將水庫洩洪情況加入模式演算中，並將核胞模式套配卡門濾波理論作為即時洪水預報之基礎，希望能掌握暴雨時期洪水之變化趨勢，提前預警，以減少水災損失。

二、文 獻 回 顧

一般之降雨—逕流模式可分為集塊模式 (lumped model) 及分布模式 (distributed model)，其中，集塊模式只考慮系統中水文學對時間之變化，並以系統之輸入量及輸出量做為分析之依據，視集水區為不必解析之黑盒 (black box)，故此種分析法又稱為黑盒分析 (black box analysis)

。分布模式最大之不同點在於其加入對系統空間變異性之考慮，於應用上較集塊模式繁瑣，然其較具物理意義。

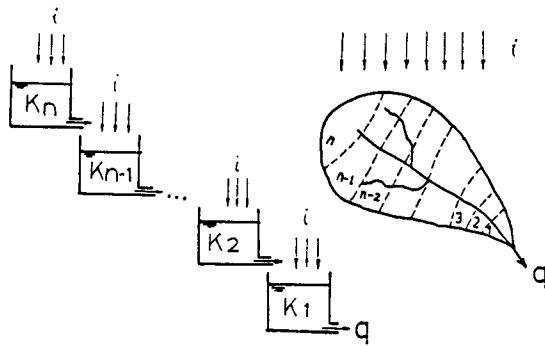
一般常用之集塊模式有(1)那徐氏模式 (Nash's model)^{(1)*}，其基本概念為將集水區比擬作 N 個連串蓄水常數為 K 之線性水庫，並據以推導出瞬時單位歷線。(2)通用水文系統模式 (general hydrologic system model)，係柯氏 (Kulandaiswamy) 及周文德氏 (V.T. Chow)^(3,16) 於1971年提出—對於線性水庫貯蓄量之一般化公式，許多降雨—逕流模式可視為通用水文模式之簡化式。

以往所提出之分布模式有(1)等時線模式 (isochrone model)⁽¹⁾，係由克拉克氏 (Clark) 所提出者，其概念為將集水區劃分成若干時區，根據時區可繪製時間—面積圖 (time-area diagram)，並將時間—面積曲線視為集水區之假想入流歷線，然後，再以水庫演算推求其出流歷線。(2)運動波模式 (kinematic wave model)^(3,4)，本模式係利用明渠變量流理論之連續方程式及簡化之運動方程式，以描述洪水波之運行及演變過程；於實際應用時，常將集水區比擬成一規則之幾何形狀，常用者有矩形及錐形，另外，尚有以上述之基本幾何形狀根據實際集水區地形，組合成各種不同之模式。(3)地形性瞬時單位歷線 (geomorphologic instantaneous unit hydrograph, 簡稱 GIUH)⁽³⁾，本模式僅需由地形圖上所獲得之地文資料，即可推求其瞬時單位歷線。

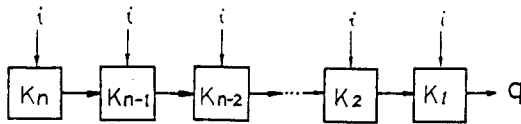
本研究採用之核胞模式屬於分布模式之一種，根據其理論演進次序，可分為下述三種：第一種稱之為「傳統核胞模式」，乃根據杜及氏 (Dooge, 1959)⁽²⁰⁾ 提出之串聯模式，其結構如圖 1 所示；其中，構成核胞之元件為線性水庫及線性河渠，核胞之輸入量等於其所代表集水區之超滲降雨，與其上游核胞流出量之和，經過線性水庫演算後，將注入其下游核胞，直到出口為止。於下游出口處核胞之流出量，即為該集水區之直接逕流量。

第二種核胞模式稱為「修正核胞模式」，則根據波義德氏 (Boyd, 1978)⁽¹²⁾ 所提出者，其結構如圖 2 所示，核胞之組成元件則是兩個串聯之線性水庫，其中，上層水庫蓄水常數為 k_1 ，其作用是將

* 括號內號碼表示參考文獻目錄。

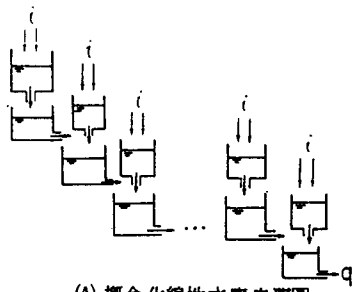


(A) 概念化線性水庫

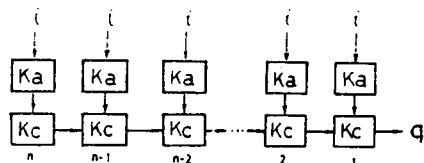


(B) 系統方塊圖

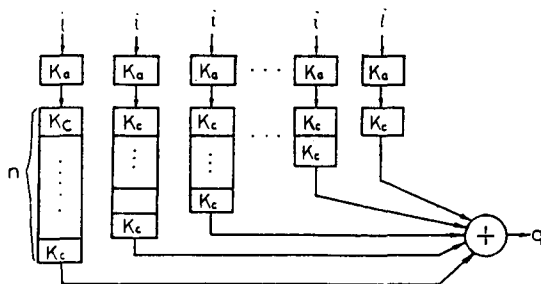
圖 1 傳統串聯核胞模式示意圖



(A) 概念化線性水庫串聯圖



(B) 系統方塊圖



(C) 改良系統方塊圖

圖 2 修正串聯核胞模式示意圖

超滲雨量轉換成直接逕流量，而後注入蓄水常數為 k 。之下層線性水庫，並注入下游核胞，直到出口

為止。波義德氏並且應用於澳洲集水區，結果相當不錯。

此外，第斯金氏 (Diskin, 1987) 根據對以上兩種模式之經驗，在 *Water Resources Research* 所發表三篇論文^(18, 24, 25)，將第二種模式加以變化，產生一全新之逕流模式，稱為「多層核胞模式」(manifold cell model)，即為本研究之探討重點。

於洪水預測方面，目前本省採用貯蓄函數法及變量流數值模式法⁽⁸⁾，皆視模式之參數為非時變性 (time invariance)，亦即，於洪水發生期間其模式參數均為定值，然而，水文現象常隨時間而迥異，故相關之參數應由觀測資料予以適當地校正，因此，水文學者如張玉田氏⁽¹¹⁾及日野幹雄氏⁽¹⁴⁾等將水文模式配合控制工程學之卡門濾波 (Kalman filter) 理論，由逐時傳回之觀測記錄根據其理論，推估其最佳狀態值及預測值。多數學者對於卡門濾波理論在水文研究之應用有相當不錯之評價。

三、核胞模式之演算方法

本文首先擬依序探討：(一)傳統核胞模式；(二)修正核胞模式及(三)多層核胞模式之理論架構，茲分述如下：

(一)傳統核胞模式：

1974年，曼因氏 (Mein)⁽²³⁾ 採用一種由上游逐步演算至下游出口之演算法，其主要之原理及公式之推導如下：

$$\text{連續方程式： } I - Q = \frac{dS}{dt} \quad (1)$$

其中， I = 輸入率 (cms)， Q = 流出率 (cms)， S = 蓄水量 (m^3)。

因核胞可以用單一線性水庫代表，水庫內蓄水量將與流出量呈正比，亦即 $S = kQ$ ，代入(1)式後得：

$$I - \frac{1}{k}S = \frac{dS}{dt} \quad (2)$$

將(2)式等號兩邊同時積分 (由 $t - \Delta t$ 至 t 時刻)，得：

$$S \Big|_{t-\Delta t}^t = \int_{t-\Delta t}^t I d\tau - \frac{1}{k} \int_{t-\Delta t}^t S d\tau \quad (3)$$

利用梯形積分法⁽²¹⁾：

$$\int_{t-\Delta t}^t f(\tau) d\tau = \frac{1}{2} [f(t-\Delta t) + f(t)] \Delta t \quad (4)$$

因水文記錄均以 1 小時記錄一次，故 $\Delta t = 1$ 小時，

因此(3)式可寫成下式：

$$S(t) - S(t-1) = \frac{1}{2} [I(t) + I(t-1)] - \frac{1}{2k} [S(t) + S(t-1)] \quad (5)$$

令 $BS(t) = S(t-1)$ ， $BI(t) = I(t-1)$ ，其中， B 為後移運算子 (backshift operator)，故(5)式可寫成下式：

$$S(t) = \frac{1+B}{\left(\frac{1}{k}+2\right) - \left(\frac{1}{k}-2\right)B} I(t) \quad (6)$$

又因 $Q = \frac{1}{k}S$ ，則：

$$Q(t) = \frac{1+B}{(2k+1) - (2k-1)B} I(t) \quad (7)$$

將(7)式寫成具外來輸入之自迴歸模式 (Auto-regressive model with Exogenous Input, 簡稱 ARX 模式)^(4,14)，可得如下型式：

$$Q(t) = \phi Q(t-1) + \theta_0 I(t) + \theta_1 I(t-1) \quad (8)$$

其中， $\phi = \frac{2k-1}{2k+1}$

$$\theta_0 = \theta_1 = \frac{1}{2k+1}$$

因 k 值必須大於或等於1，故 ϕ 值應大於或等於1/3， θ_0 及 θ_1 亦應小於或等於1/3，另外， $\theta_0 + \theta_1 + \phi = 1$ ，完全符合體積平衡之假設。

於實際演算時，根據(8)式，自最上游核胞開始計算，由降雨量及上游輸入量求出 t 時刻該核胞之流量，然後，依照核胞號碼順序演算出各核胞之流量，直至下游出口為止，出口處核胞之流量即可與該處水文站記錄相互驗證。此法之優點為能模擬相當複雜之水文現象，諸如可以模擬非線性現象或加入蒸發及入滲等有關參數，於計算時間上，亦較褶合積分法為快。

(二)修正核胞模式

首先將模式化成如前述(一)節之 ARX 型式，其推導過程如下：

1. 漫地流部分

其連續方程式為：

$$I_j(t) - Q_{1,j}(t) = \frac{dS_{1,j}(t)}{dt} \quad (9)$$

式中， $Q_{1,j}(t)$ 為第 j 核胞漫地流流量 (cms)， $S_{1,j}(t)$ 為第 j 核胞漫地流部分之蓄水量 (m^3)。

將 $S_{1,j}(t) = k_{s,j} Q_{1,j}(t)$ 代入(9)式則為：

$$I_j(t) - \frac{1}{k_{s,j}} S_{1,j}(t) = \frac{dS_{1,j}(t)}{dt} \quad (10)$$

將上式由 $t-1$ 時刻至 t 時刻積分，得：

$$S_{1,j}(t) \Big|_{t-1}^t = \int_{t-1}^t I_j(t) dt - \frac{1}{k_{s,j}} \int_{t-1}^t S_{1,j}(t) dt$$

應用(4)式之梯形積分法，可以將上式寫成如下型式：

：

$$S_{1,j}(t) - S_{1,j}(t-1) = \frac{1}{2} [I_j(t) + I_j(t-1)] - \frac{1}{2k_{s,j}} [S_{1,j}(t) + S_{1,j}(t-1)] \quad (11)$$

令 $BS(t) = S(t-1)$ ， $BI(t) = I(t-1)$ ，則：

$$(1-B)S_{1,j}(t) = \frac{1}{2} (1+B)I_j(t) - \frac{1}{2k_{s,j}} (1+B)S_{1,j}(t) \quad (12)$$

$$S_{1,j}(t) = \frac{1+B}{\left(\frac{1}{k_{s,j}}+2\right) + \left(\frac{1}{k_{s,j}}-2\right)B} I_j(t) \quad (13)$$

因 $Q_{1,j}(t) = \frac{1}{k_{s,j}} S_{1,j}(t)$ 故上式可以寫成如下型式：

：

$$Q_{1,j}(t) = \frac{1+B}{(2k_{s,j}+1) - (2k_{s,j}-1)} I_j(t) \quad (14)$$

將式(14)寫成 ARX 型式則為：

$$Q_{1,j}(t) = \phi_{1,j} Q_{1,j}(t-1) + \phi_{2,j} I_j(t) + \phi_{3,j} I_j(t-1) \quad (15)$$

其中， $\phi_{1,j} = \frac{2k_{s,j}-1}{2k_{s,j}+1}$

$$\phi_{2,j} = \phi_{3,j} = \frac{1}{2k_{s,j}+1}$$

且 $\phi_{1,j} \geq 1/3$ ， $\phi_{2,j} \leq 1/3$ ， $\phi_{3,j} \leq 1/3$ ， $\phi_{1,j} + \phi_{2,j} + \phi_{3,j} = 1$ 。

2. 河道部分

因河道部分之輸入量包括漫地流部分 $Q_{1,j}(t)$ 及上游核胞之輸入量 $Q_{2,j-1}$ ，故河道部分之連續方程式為：

$$Q_{1,j}(t) + Q_{2,j-1}(t) - Q_{2,j}(t) = \frac{dS_{2,j}(t)}{dt} \quad (16)$$

將上式由 $t-1$ 時刻至 t 時刻積分，並應用梯形積分法化簡後，得：

$$\frac{1}{2} (1+B) Q_{1,j}(t) + \frac{1}{2} (1+B) Q_{2,j-1}(t) - \frac{1}{2k_{e,j}} (1+B) S_{2,j}(t) = (1-B) S_{2,j}(t) \quad (17)$$

經移項化簡後，得：

$$S_{2,j}(t) = \frac{\frac{1}{2}(1+B)[Q_{1,j}(t) + Q_{2,j-1}(t)]}{(1-B) + \frac{1}{2k_{e,j}}(1+B)} \quad (18)$$

因 $Q_{2,j}(t) = \frac{1}{k_{e,j}}S_{2,j}(t)$ ，故上式可化成如下之結果：

$$Q_{2,j}(t) = \frac{1+B}{2k_{e,j}(1-B) + (1+B)} [Q_{1,j}(t) + Q_{2,j-1}(t)] \quad (19)$$

將上式寫成 ARX 型式如下：

$$Q_{2,j}(t) = \theta_{1,j}Q_{2,j}(t-1) + \theta_{2,j}[Q_{1,j}(t-1) + Q_{1,j}(t) + Q_{2,j-1}(t-1) + Q_{2,j-1}(t)] \quad (20)$$

其中， $\theta_{1,j} = \frac{2k_{e,j}-1}{2k_{e,j}+1}$

$$\theta_{2,j} = \frac{1}{2k_{e,j}+1}$$

於實際演算時，首先根據(15)式將降雨量轉換成相當之漫地流流量 $Q_{1,j}(t)$ ，再由(20)式計算出第 j 核胞於 t 時刻之流出量 $Q_{2,j}(t)$ ，並依照核胞號碼順序由上游演算至下游出口。

(三)多重核胞模式

首先應將模式化成如前述(一)節之 ARX 型式，其推導過程如下：

1. 漫地流部分

考慮第 j 個核胞，其連續方程式為：

$$I_j(t) - Q_{1,j}(t) = \frac{dS_{1,j}(t)}{dt} \quad (9)$$

將 $S_{1,j}(t) = k_a Q_{1,j}(t)$ 代入(9)式後，得：

$$I_j(t) - \frac{1}{k_a} S_{1,j}(t) = \frac{dS_{1,j}(t)}{dt} \quad (21)$$

將上式由 $t-1$ 時刻至 t 時刻積分，並應用梯形積分法化簡後，得：

$$\frac{1}{2}(1+B)I_j(t) - \frac{1}{2k_a}(1+B)S_{1,j}(t) = S_{1,j}(t)(1-B) \quad (22)$$

故 $[(1-B) + \frac{1}{2k_a}(1+B)]S_{1,j}(t) = \frac{1}{2}(1+B)I_j(t)$

令 $\alpha_1 = -(1 - \frac{1}{2k_a})$ ， $\alpha_2 = 1 + \frac{1}{2k_a}$ ，則上式可以寫成如下式結果：

$$(\alpha_2 + \alpha_1 B)S_{1,j}(t) = \frac{1}{2}(1+B)I_j(t) \quad (23)$$

$$\text{即 } S_{1,j}(t) = \frac{\frac{1}{2}(1+B)}{(\alpha_2 + \alpha_1 B)} I_j(t) \quad (24)$$

(2) 河道部分

其連續方程式為：

$$Q_{1,j}(t) - Q_{2,j}(t) = \frac{dS_{2,j}(t)}{dt} \quad (25)$$

其中， $Q_{2,j}(t)$ 代表第 j 核胞河道部分之流量。

將 $S_{2,j}(t) = M_j Q_{2,j}(t)$ 代入上式，得：

$$\frac{1}{k_a} S_{1,j}(t) - \frac{1}{M_j} S_{2,j}(t) = \frac{dS_{2,j}(t)}{dt} \quad (26)$$

將(26)式由 $t-1$ 時刻至 t 時刻積分，並應用梯形積分法化簡後，得：

$$\frac{1}{2k_a}(1+B)S_{1,j}(t) - \frac{1}{2M_j}(1+B)S_{2,j}(t) = (1-B)S_{2,j}(t) \quad (27)$$

$$\text{即 } [(1-B) + \frac{1}{2M_j}(1+B)]S_{2,j}(t) = \frac{1}{2k_a}$$

$$(1+B)S_{1,j}(t) \quad (28)$$

令 $\beta_1 = -(1 - \frac{1}{2M_j})$ ， $\beta_2 = 1 + \frac{1}{2M_j}$ ，並將(24)式代入(28)式後得：

$$[\beta_2 + \beta_1 B]S_{2,j}(t) = \frac{1}{2k_a}(1+B) \cdot$$

$$\frac{\frac{1}{2}(1+B)I_j(t)}{\alpha_2 + \alpha_1 B} \quad (29)$$

$$\text{故 } S_{2,j}(t) = \frac{\frac{1}{4k_a}(1+B)^2}{(\alpha_2 + \alpha_1 B)(\beta_2 + \beta_1 B)} I_j(t) \quad (30)$$

$$\text{因 } Q_{2,j}(t) = \frac{1}{M_j} S_{2,j}(t)$$

$$\text{故 } Q_{2,j}(t) = \frac{1}{4k_a M_j} \frac{1+2B+B^2}{(\alpha_2 \beta_2 + \alpha_1 \beta_2 B + \alpha_2 \beta_1 B + \alpha_1 \beta_1 B^2)} \cdot I_j(t) \quad (31)$$

將上式展開後，並化成 ARX 型式如下：

$$Q_{2,j}(t) = -\phi_{1,j}Q_j(t-1) - \phi_{2,j}Q_j(t-2) + \theta_{0,j}I_j(t) + \theta_{1,j}I_j(t-1) + \theta_{2,j}I_j(t-2) \quad (32)$$

其中， $\phi_{1,j} =$

$$-\frac{(2k_a-1)(2M_j+1) + (2k_a+1)(2M_j-1)}{(2k_a+1)(2M_j+1)}$$

$$\phi_{2,j} = \frac{(2k_a-1)(2M_j-1)}{(2k_a+1)(2M_j+1)}$$

$$\theta_{0,j} = \frac{1}{(2k_a+1)(2M_j+1)}$$

$$\theta_{1,j} = 2\theta_{0,j}, \theta_{2,j} = \theta_{0,j}$$

由於 k_a 及 M_j 值必須大於或等於 1，因此

， $\phi_{1,j}$ 、 $\phi_{2,j}$ 、 $\theta_{0,j}$ 、 $\theta_{1,j}$ 、 $\theta_{2,j}$ 之範圍如下：

$$-2 < \phi_{1,j} \leq -\frac{2}{3}$$

$$-\frac{1}{9} \leq \phi_{2,j} < 1$$

$$0 < \theta_{0,j} \leq \frac{1}{9}$$

$$0 < \theta_{1,j} \leq \frac{2}{9}$$

$$0 < \theta_{2,j} \leq \frac{1}{9}$$

且 $-\phi_{1,j} - \phi_{2,j} + \theta_{0,j} + \theta_{1,j} + \theta_{2,j} = 1$ ，符合體積平衡之假設。

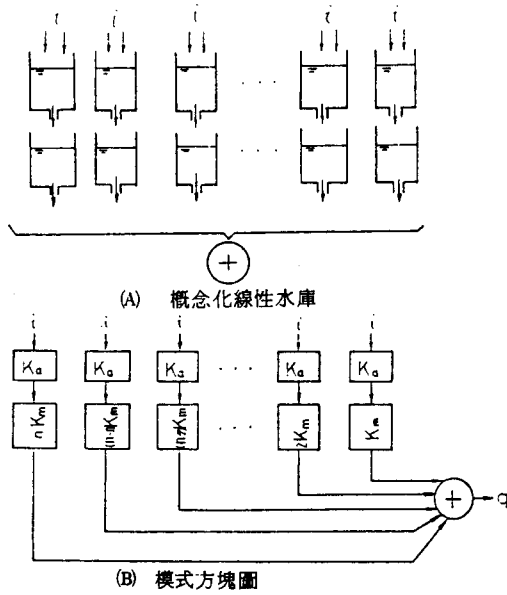


圖 3 多重核胞模式示意圖

四水庫洩洪時之處理方式

當水庫因防洪運轉而洩洪時，勢必增加下游河道流量，而在大量降雨之情況下，將對下游造成不良之影響。因此，有必要對水庫洩洪情況作妥適之分析與模擬，以下謹將不同核胞模式在水庫洩洪時之處理方式作個別之說明。

1. 傳統核胞模式：將具有控制閘門之水庫洩洪量及降雨量當作輸入值，如圖 4 (A) 所示，其計算公式如下：

$$Q_1(t) = \phi \cdot Q_1(t-1) + \theta [I_1(t-1) + I_1(t) + R(t-1) + R(t)] \quad (33)$$

其中， $Q_1(t)$ ：緊鄰水庫下游核胞，在此假設為 1

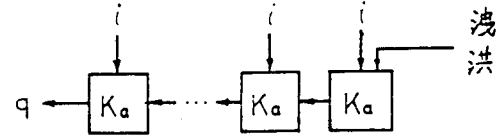
號核胞，於 t 時刻之流量 (cms)，

$R(t)$ ： t 時刻水庫之洩洪量 (cms)，

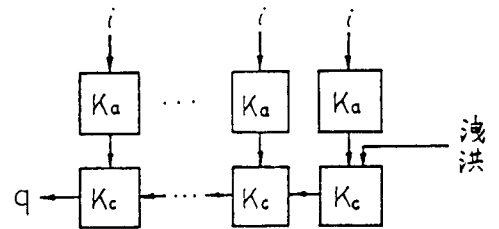
$$\phi = \frac{2k-1}{2k+1}$$

$$\theta = \frac{1}{2k+1}$$

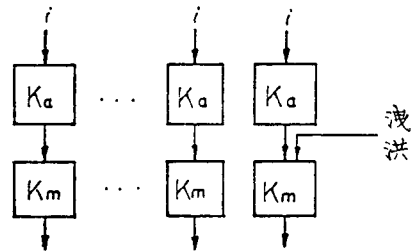
2. 修正核胞模式：將水庫洩洪量加入相當於河道部分之線性水庫，如圖 4 (B) 所示，其計算公式如下：



(A) 傳統核胞模式



(B) 修正型核胞模式



(C) 多層核胞模式

圖 4 核胞模式於水庫洩洪時之處理示意圖
河道部分：

$$Q_{2,1}(t) = \theta_1 Q_{2,1}(t) + \theta_2 [Q_{1,1}(t-1) + Q_{1,1}(t) + R(t-1) + R(t)] \quad (34)$$

式中之 θ_1 及 θ_2 與前述(二)節之推導結果相同。

3. 多重核胞模式：將水庫洩洪量加入相當於河道部分之線性水庫，如圖 4 (C) 所示，其計算公式推導如下：

(1) 連續方程式：

$$Q_{1,1}(t) + R(t) - Q_{2,1}(t) = \frac{dS_{2,1}(t)}{dt} \quad (35)$$

因 $S_{2,1}(t) = M_1 Q_{2,1}(t)$

$$\text{故 } \frac{1}{k_a} S_{1,1}(t) + R(t) - \frac{1}{M_1} S_{2,1}(t) = \frac{dS_{2,1}(t)}{dt} \quad (36)$$

將上式由 $t-1$ 時刻至 t 時刻積分，並應用梯形積分法化簡後，得：

$$\frac{1}{2k_a}(1+B)S_{1,1}(t) + \frac{1}{2}(1+B)R(t) - \frac{1}{2M_1}(1+B)S_{2,1}(t) = (1-B)S_{2,1}(t) \quad (37)$$

$$\begin{aligned} \text{即 } [(1-B) + \frac{1}{2M_1}(1+B)]S_{2,1}(t) \\ = \frac{1}{2k_a}(1+B)S_{1,1}(t) + \frac{1}{2}(1+B)R(t) \end{aligned}$$

由(37)式代入後，得：

$$\begin{aligned} [(1 + \frac{1}{2M_1}) - (1 - \frac{1}{2M_1})B]S_{2,1}(t) \\ = \frac{1}{2k_a}(1+B) \frac{\frac{1}{2}(1+B)I_j(t)}{\alpha_2 + \alpha_1 B} + \frac{1}{2}(1+B)R(t) \end{aligned} \quad (38)$$

$$\begin{aligned} \text{即 } (\beta_2 + \beta_1 B)S_{2,1}(t) \\ = \frac{1}{k_a} \frac{1+2B+B^2}{\alpha_2 + \alpha_1 B} I_j(t) + \frac{(1+B)(\alpha_2 + \alpha_1 B)}{2(\alpha_2 + \alpha_1 B)} R(t) \end{aligned} \quad (39)$$

將(39)式移項化簡成 ARX 型式如下：

$$\begin{aligned} (\beta_2 + \beta_1 B)(\alpha_2 + \alpha_1 B)Q_{2,1}(t) \\ = \frac{1}{4k_a M_1}(1+2B+B^2)I_j(t) + \frac{1}{2M_1}(\alpha_2 + \alpha_1 B \\ + \alpha_2 B + \alpha_1 B^2)R(t) \end{aligned} \quad (40)$$

$$\begin{aligned} \text{故 } Q_{2,1}(t) = -\phi_{1,1}Q_{2,1}(t-1) - \phi_{2,1}Q_{2,1}(t-2) \\ + \theta_{0,1}I_1(t) + \theta_{1,1}I_1(t-1) + \theta_{2,1}I_1(t-2) \\ + \phi_0 R(t) + \phi_1 R(t-1) + \phi_2 R(t-2) \end{aligned} \quad (41)$$

式中， $\phi_{1,1}$ 、 $\phi_{2,1}$ 、 $\theta_{0,1}$ 、 $\theta_{1,1}$ 、 $\theta_{2,1}$ 皆與前述(三)節推導結果相同，而 ϕ_0 、 ϕ_1 及 ϕ_2 則分別如下：

$$\begin{aligned} \phi_0 &= \frac{1}{(2M_1+1)} \leq \frac{1}{3} \\ \phi_1 &= \frac{2}{(2k_a+1)(2M_1+1)} \leq \frac{2}{9} \\ \phi_2 &= \frac{2k_a-1}{(2k_a+1)(2M_1+1)} \leq \frac{1}{9} \end{aligned}$$

(四)延遲時間 (Time Delay) 之效應⁽²⁵⁾

延遲時間與稽延時間 (time lag) 不同，此處

延遲時間乃指由開始降雨到逕流發生明顯變化之時間間隔，可以用線性河渠 (linear channel) 加以闡釋；而稽延時間常被視為降雨波流至出口之平均逕流時間，可以用線性水庫說明之。尤其在大流域中，其延遲時間較長，於模式演算中應加以考慮延遲時間之效應。於應用上，應將降雨函數移位若干小時，又因考慮到各分區之延遲時間應與地文因子呈某種關係。本研究中，係採用線性關係，亦即延遲時間與分區內之地文因子成一正比關係。以下將前述三種核胞模式延遲時間之處理作一說明：

1. 傳統核胞模式

假設第 j 核胞之延遲時間為 D_j ，並引入參數 D ，則

$$D_j = D \cdot \frac{A_j}{A_{m \cdot x}} \text{ (hr)} \quad (42)$$

其中， A_j ：第 j 核胞之集水區面積 (km^2)，

$A_{m \cdot x}$ ：最大核胞之集水區面積 (km^2)。

因水文時列均以 1 小時為時間單位，故於演算時將 D_j 取四捨五入。

2. 修正核胞模式

因與傳統核胞模式之結構相似，故本模式之延遲時間 D_j ，採用傳統核胞模式之方式。

3. 多重核胞模式

本模式中，牽涉到核胞分區至出口之距離，因此，延遲時間應與之有關，並且寫成下式：

$$D_j = D \cdot \frac{L_j}{L_{m \cdot x}} \text{ (hr)} \quad (43)$$

其中， L_j ：第 j 核胞至出口之距離 (km)，

$L_{m \cdot x}$ ：距出口最遠者之距離 (km)。

(六)核胞模式參數檢定與驗證

參數檢定與驗證為任何模式應用前之基本步驟。所謂檢定，乃是找出一組模式參數使得模式產生之結果儘可能地與觀測值相近。經過檢定後之模式參數應與實際降雨逕流記錄作比較，以驗證模式及參數之可靠性，因此，參數檢定與驗證為模式建立之必要程序。至於，檢定之過程中，如何判斷計算值與觀測值套配之程度，可引用 HEC-1 提出之目標函數⁽¹⁰⁾，並加以改良使洪峯流量趨於一致性，其公式如下：

$$\begin{aligned} \text{OBJ} = \left\{ \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m [O_{obs}(i) - Q_{est}(i)]^2 \text{WT}(i) \right\}^{1/2} \\ + \text{DQ} \end{aligned} \quad (44)$$

$$WT(i) = \frac{Q_{OBS}(i) + \bar{Q}_{OBS}}{2Q_{OBS}} \quad (45)$$

其中， $Q_{OBS}(i)$ ： i 時刻之觀測流量 (cms)，

$Q_{EST}(i)$ ： i 時刻之計算流量 (cms)，

m ：觀測流量延時數 (hr)，

$WT(i)$ ： i 時刻之權重，

DQ ：當計算洪峯流量 $Q_{P,EST}$ 大於觀測洪峯流量 $Q_{P,OBS}$ 時， $DQ=0$ ；反之， $DQ=(Q_{P,OBS}-Q_{P,EST})/m^2$ 。

一般最常用之檢定方法為試誤法，惟試誤法需消耗大量之電腦計算時間，同時，亦會因個人因素影響檢定結果，遂有參數優選法 (method of parameters optimization) 之研議。其優點為客觀且迅速，惟其缺點為容易找到區域最佳值 (local optimum)，而非吾人所期望之整體最佳值 (global optimum) 因之需要輸入多組初始值進行演算，直到整體最佳值為止。

本文採用之最陡降法 (method of steepest descent) 參數優選法，且其內涵給予若干修正，使其更有效率。其詳細理論推導，如文獻^(7,26)說明，本文不再贅述。

四、預測模式之建立

本文將深入探討多重核胞模式應用於洪水之即時預報 (real time forecasting)，希望將模式之應用由模擬驗證進而提昇至洪水預測層面，以供水庫營運及防洪運轉之參考。

由於水文現象常因地因時而迥異，尤其在暴雨期間更是變化多端，是故，有必要將預測模式中之有關參數，逐時由觀測資料加以校正，期使更精確地預測洪水流量。一般逐時校正參數之方法中，以卡門濾波 (Kalman filter) 理論最具價值，其優點有下述有點：

1. 演算法皆可寫成計算機程式，運算快速，能掌握變化多端之情況。

2. 不必考慮數值收斂性之問題。

3. 不需要記憶系統內過去所發生之狀況。

由於有上述優點，故廣泛應用於控制工程方面，近年來亦在水文、水理方面有若干實際應用，均獲得良好之結果，因此，本文採用卡門濾波理論做為預測模式之基礎。

(一) 卡門濾波理論之推導^(11,14)

於應用卡門濾波理論之前，應先確立下列兩個

方程式：

1. 狀態方程式：

$$X(t+1) = \Phi(t)X(t) + V(t) \quad (46)$$

其中， $X(t)$ ： t 時刻系統之狀態向量，

$\Phi(t)$ ： t 時刻之轉移係數矩陣，

$V(t)$ ： t 時刻之狀態誤差向量。

2. 觀測方程式：

$$Y(t) = H(t)X(t) + W(t) \quad (47)$$

其中， $Y(t)$ ： t 時刻之觀測向量，

$H(t)$ ： t 時刻之係數矩陣，

$W(t)$ ： t 時刻之觀測誤差向量。

設系統之狀態誤差 $V(t)$ 及觀測誤差 $W(t)$ 均為高斯分佈 (Gauss distribution)，則期望值 $E[V(t)] = 0$ ，且 $E[W(t)] = 0$ ，因此，最佳預測值 \hat{Y} ，以及下一時刻之最佳狀態值 \hat{X} ，分別為：

$$\hat{Y}(t+1|t) = H(t+1)\hat{X}(t+1|t) \quad (48)$$

$$\hat{X}(t+1|t) = \hat{X}(t|t) \quad (49)$$

其中， $(t+1|t)$ ：表示 t 時刻之資料已知時，求 $t+1$ 時刻之推估值，稱為預測 (predicting)。

$(t|t)$ ：表示 t 時刻之資料已知時，求 t 時刻之推估值，稱為過濾 (filtering)。

詳細之推導過程如參考文獻⁽¹⁰⁾。

茲將上述理論推導之結果寫成演算步驟如下：

(1) 初始條件：

$$P(t_0) = E[\delta X(t_0)\delta X^T(t_0)]$$

$$W(t) \sim N(0, R)$$

$$V(t) \sim N(0, \Omega)$$

(2) 下一時刻之狀態預測值為：

$$\hat{X}(t+1|t) = X(t|t)$$

(3) 下一時刻之預測值為：

$$\hat{Y}(t+1|t) = H(t+1)\hat{X}(t+1|t)$$

(4) 計算 $P(t+1|t) = P(t|t) + \Omega(t)$

(5) 計算 $\Delta(t+1)$

$$= \frac{P(t+1|t)H^T(t+1)}{H(t+1)P(t+1|t)H^T(t+1)R(t)}$$

(6) 計算 $\hat{X}(t+1|t+1) = \hat{X}(t+1|t) + \Delta(t+1) \cdot [Y(t+1) - H(t+1)\hat{X}(t+1|t)]$

(7) 計算 $P(t+1|t+1) = P(t+1|t)$

$$- \Delta(t+1)H(t+1) \cdot P(t+1|t)$$

(二) 卡門濾波理論與多重核胞模式之連結

由前二(三)節推導結果得知，多重核胞模式可以寫成 ARX 型式，如(32)式所示。因每一核胞均為線性結構，因此，將所有核胞對出口處之流量相疊加後，即為全流域之流量，以數學式表示如下：

$$\begin{aligned} Q(t) &= \sum_{j=1}^n Q_j(t) \\ &= \sum_{j=1}^n \{-\phi_{1,j}Q_j(t-1) - \phi_{2,j}Q_j(t-2) \\ &\quad + \theta_{0,j}I_j(t-D_j) + \theta_{1,j}I_j(t-1-D_j) \\ &\quad + \theta_{2,j}I_j(t-2-D_j)\} + W(t) \end{aligned} \quad (50)$$

其中，n：全流域之分區數目，

$\phi_{1,j}$ 、 $\phi_{2,j}$ 、 $\theta_{0,j}$ 、 $\theta_{1,j}$ 、 $\theta_{2,j}$ ：係數，

D_j ：第 j 核胞之延遲時間 (hr)，

$W(t)$ ：觀測誤差，

$I_j(t)$ ：t 時刻第 j 核胞承受之降雨量 (cms)，

$Q_j(t)$ ：t 時刻第 j 核胞之流出量 (cms)，

$Q(t)$ ：全流域之流出量 (cms)。

將上式寫成狀態空間 (state space) 表示法，亦相當於卡門濾波理論之觀測方程式，如下：

$$Q(t) = H(t)X(t) + W(t) \quad (51)$$

其中， $H(t) = [Q_1(t-1), Q_1(t-2), \dots, Q_n(-1), Q_n(t-2), I_1(t-D_1), I_1(t-D_1-1), I_1(t-D_1-2), \dots, I_n(t-D_n), I_n(t-D_n-1), I_n(t-D_n-2)]$

$X(t) = [-\phi_{1,1}, -\phi_{2,1}, \dots, -\phi_{1,n}, -\phi_{2,n}, \theta_{0,1}, \theta_{1,1}, \theta_{2,1}, \dots, \theta_{0,n}, \theta_{1,n}, \theta_{2,n}]^T$

因此，即可與卡門濾波理論作一連結，且可由四(一)節之演算步驟進行即時線上預測。

五、核胞模式之校驗與應用

(一)流域概況^(8,9)

曾文溪位於嘉義與臺南兩縣，發源於阿里山脈之西南坡，流經臺南縣山上鄉附近進入平原，於臺南市注入臺灣海峽，全流域面積 1,177 平方公里，主流長 138.47 公里。本流域重要支流有後堀溪及榮寮溪，後堀溪於中游玉井附近匯入，榮寮溪則於山上水源地北約 1 公里處匯入。其流域概況如圖 5 所示。

本流域內有曾文、烏山頭及鏡面等三個水庫，及正在興建中之南化水庫，水庫集水區總面積達 645.73 平方公里，佔曾文溪流域面積之 55%，將對

下游河川有頗大之影響。

(二)流域分區^(2,4)

本文對於流域分區之方式，原則是依照流域分水嶺而定，如果有下列情形時，宜特別加以考慮：

1. 主、支流交匯點，而支流集水區面積足以獨立成區者，應劃成一區。

2. 河道甚長，無明顯支流，且面積較其他分區偏大時，應分割成若干小區。

3. 原則上分區數目接近 16 即可⁽¹⁰⁾。

根據上述原則將集水區分區之後，應依照其河川網路，自上而下，給予每個分區一個號碼，如圖 8 及圖 10 所示，並將分區內之集水面積 (km²)，河道長度 (km) 以及至出口距離等地文參數由地形圖上量得，其結果如表 1 所示。

(三)水文資料之處理^(5,6)

1. 分區方式

因曾文水庫集水區可視為一獨立系統，故本文將曾文溪流域分成曾文水庫下游集水區及曾文水庫集水區，茲分別討論如下：

(1)曾文水庫下游集水區

本區尚有烏山頭及鏡面水庫，因其溢洪道均採用自然溢流方式，至目前為止尚無可資利用之自記水位記錄，故暫不考慮。於本區中選取西阿里關、南化及曾文新村等三個自記雨量站之逐時雨量記錄，以及曾文水庫之逐時洩洪記錄為模式輸入值，而以麻善大橋流量站之流量記錄作為模式驗證之依據。

(2)曾文水庫集水區

於本區中選取馬頭山、樂野、水山、里佳及表湖等五個自記雨量站之逐時雨量記錄為模式輸入值，以曾文水庫大壩之流量記錄作為驗證之依據。

2. 平均雨量

為進行降雨--逕流之推估，首先應由雨量測站記錄推算該區域之平均雨量，本文採用徐昇氏多邊形法推算流域內之平均雨量，示為圖 6 及表 1。

3. 有效雨量

於核胞模式演算中，應推求有效雨量。在缺乏入滲資料之情況下，本文採用 Φ 指數法計算有效雨量，當水庫有洩洪時，由於無法應用傳統計算 Φ 指數之方式，故根據臺灣以往之經驗，令 Φ 指數等於 5 公厘/小時^(3,4)。

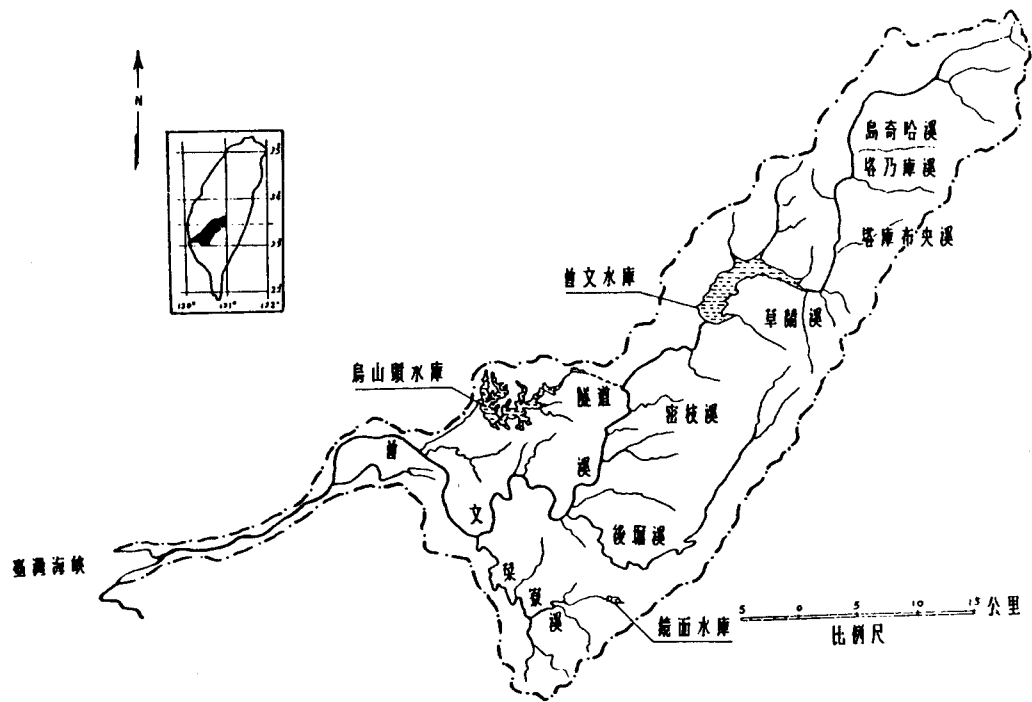


圖 5 曾文溪流域形勢圖

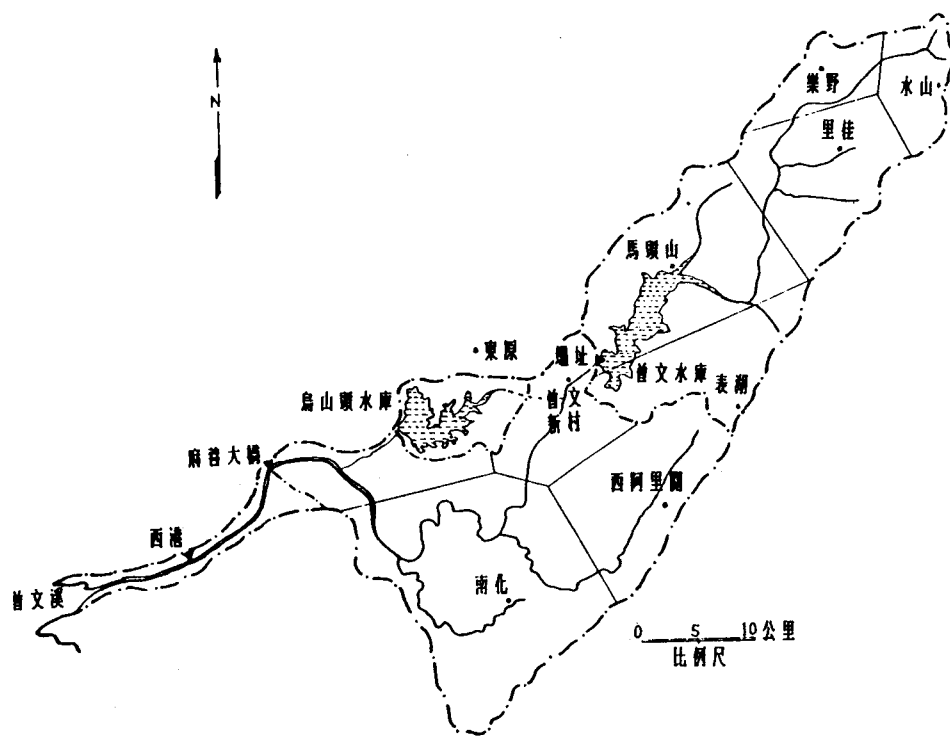


圖 6 曾文溪流域徐昇氏多邊形站網圖

表1 曾文河流域徐昇氏控制面積法
(a)曾文水庫下游集水區——麻善站以上地區

雨量站名	西阿里關	南化	曾文新村
控制面積 (km ²)	122.7	367.3	110.3
權重	0.20	0.62	0.18

(b)曾文水庫集水區

雨量站名	馬頭山	樂野	水山	里佳	表湖
控制面積 (km ²)	181.4	42.4	44.3	128.7	84.3
權重	0.38	0.09	0.09	0.27	0.17

4. 基流量

一般之降雨—逕流模擬中，應將河川基流量扣除，且基流量必須等於超滲雨量。為簡便起見，本文假設基流量在每次洪水事件期間均為定值，因本文之重點放在洪峯段，而洪峯量幾乎為基流量之百倍以上，故基流量對模式之結果影響甚微。

5. 選用之降雨—逕流記錄

本文選取民國65年至74年間發生之颱風事件做為模式驗證之基本資料，其中，屬於曾文水庫下游集水區者有六場，而曾文水庫集水區則有七場。其發生日期、流量延時及Φ指數分別列於表3；其中，畢莉颱風期間，曾文水庫因防洪運轉而洩洪，最高洩洪量為900 cms，其延時為30小時。

(四) 模式校驗

為探討模式之適用性，本文分別以效率係數、洪峯流量誤差、洪峯到達時刻誤差及本文提出之目標函數值等校驗標準，以校驗模式之精確性。

1. 效率係數(Coefficient of efficiency), CE

$$CE = 1 - \frac{\sum_{i=1}^m [Q_{OBS}(i) - Q_{TES}(i)]^2}{\sum_{i=1}^m [Q_{OBS}(i) - \bar{Q}_{OBS}]^2} \quad (52)$$

其中，
 m ：觀測流量延時數(hr)，
 $Q_{OBS}(i)$ ：第*i*時刻之觀測流量(cms)，
 $Q_{EST}(i)$ ：第*i*時刻之模式推估流量(cms)，
 \bar{Q}_{OBS} ：觀測流量之平均值(cms)，

CE 值越接近 1，表示模式之精確性越高。

2. 洪峯流量誤差(Error of peak discharge), EQ_P

$$EQ_P = \frac{Q_{P,EST} - Q_{P,OBS}}{Q_{P,OBS}} \times 100\% \quad (53)$$

其中， $Q_{P,EST}$ ：模式推估之洪峯流量(cms)，
 $Q_{P,OBS}$ ：觀測之洪峯流量(cms)，
 當 EQ_P 值小於零時，表示模式推估之洪峯流量低於觀測洪峯流量；而 EQ_P 值大於零時，則表示模式推估值大於觀測值，於工程規劃上應較為安全。

3. 洪峯到達時刻差(Error of time to peak), ET_P

$$ET_P = T_{P,EST} - T_{P,OBS} \quad (54)$$

其中， $T_{P,EST}$ ：模式推估之洪峯到達時刻，
 $T_{P,OBS}$ ：觀測之洪峯到達時刻。

當 ET_P 值小於零，表示模式推估之洪峯到達時刻較觀測值提前，當 ET_P 值大於 0 則為落後，當 ET_P 值越接近零，表示模式之精度越高。

4. 目標函數值(Objective function value), OBJ.

$$OBJ = \left\{ \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m [Q_{OBS}(i) - Q_{EST}(i)]^2 WT(i) \right\}^{1/2} + DQ \quad (44)$$

$$WT(i) = \frac{Q_{OBS}(i) + \bar{Q}_{OBS}}{2\bar{Q}_{OBS}}$$

其中， $WT(i)$ ：第*i*時刻之權重。

DQ：當 $Q_{P,OBS} < Q_{P,EST}$ 時， $DQ = 0$ ；
 當 $Q_{P,OBS} > Q_{P,EST}$ 時， $DQ = (Q_{P,OBS} - Q_{P,EST}) \div m^2$ 。

OBJ. 值越接近零則表示模式之準確性越高。
 (四) 模式之比較

本文以那徐模式(Nash's model)與核胞模式作一比較，那徐模式之基本概念為將集水區比擬作N個連串蓄水常數為k之線性水庫，其瞬時單位歷線可表示如下：

$$U(0, t) = \frac{2.78A}{k\Gamma(N)} e^{-\frac{t}{k}} \left(\frac{t}{k}\right)^{N-1} \quad (55)$$

式中，N、k可利用該集水區實際水文記錄，利用動差法求得⁽¹⁾。

六、結果與討論

(一) 本文所採用 ARX 模式逐步演算法，係根據連續性定理及線性水庫之假設推導求得，其各項係數皆符合體積平衡之要求。

(二) 因有感於人力修正工作之繁瑣，本文採用經修正後之最陡降法做為參數檢定之計算工具，以增加模式之精度，減少人為主觀之誤差，並使獲得之參數更能代表集水區之特性。

(三) 本文根據前述五(二)之分區原則，將曾文水庫下游集水區分成12區，如圖7所示，曾文水庫集水區則分成13區，如圖9所示，其分區內之地文特性分別列表2(A)及(B)中。

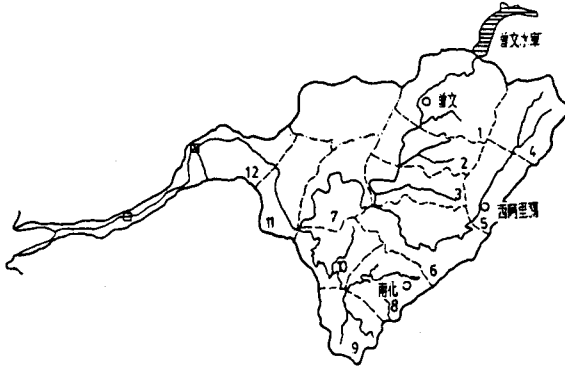


圖7 曾文水庫下游集水區分區圖

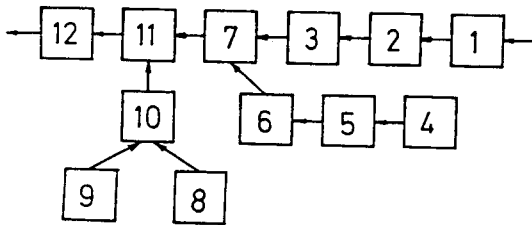


圖8 曾文水庫下游集水區分區方塊圖

(四) 曾文水庫下游集水區之演算結果，如表4(A)及圖11~16所示，茲說明如下：

1. 傳統核胞模式：

(1) CE 值以海爾颱風最低 (0.71)，而以畢莉颱風最高 (0.95)。

(2) EQ_F 值皆為正值，顯示模式推估之洪峯流量高於觀測者，又其值最大者為亞力士颱風 (5.15%)，最小者為畢莉颱風 (0.66%)。

(3) ET_F 值以海爾颱風最大 (2 小時)，亞力士颱風次之 (1 小時)，餘者皆為零。

(4) OBJ. 值以安迪颱風最大 (2.83%)，以諾瑞斯颱風最小 (1.23%)。

2. 修正核胞模式：

(1) CE 值以海爾颱風最低 (0.74)，而以畢莉颱風最高 (0.96)。

(2) EQ_F 值除亞力士颱風為負值外，其餘皆大於零，且在 7% 以下。

(3) ET_F 值以海爾及畢莉颱風為 1 小時外，其餘皆為零。

(4) OBJ. 值以安迪颱風最大 (2.59%)，而以諾瑞斯颱風最小 (1.27%)。

3. 多重核胞模式：

(1) CE 值以諾瑞斯颱風最低 (0.76)，以畢莉颱風最高 (0.96)。

(2) EQ_F 值皆為正值，且在 4.45% 以下，於工程設計上應可接受。

(3) ET_F 值在歐敏颱風為 -2 小時，諾瑞斯及畢莉為 1 小時外，其餘皆為零。

(4) OBJ. 值以安迪颱風最高 (2.63%)，以畢莉颱風最小 (1.18%)。



圖9 曾文水庫集水區分區圖

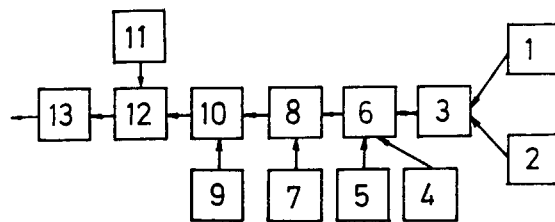


圖10 曾文水庫集水區分區方塊圖

表2 曾文河流域核胞內之地文特性表

(A) 曾文水庫下游集水區

核胞號碼 No.	面積 (Km ²)	河道長度 (Km)	至出口 距離 (Km)	上游核 胞號碼 No.
1	53.5	8.72	54.84	...
2	52.0	9.73	49.05	1
3	38.1	6.85	40.76	2
4	52.3	11.08	82.74	...
5	66.4	20.56	66.92	4
6	47.5	19.31	46.99	5
7	62.5	19.40	27.63	3, 6
8	54.5	13.08	52.16	...
9	31.8	13.62	45.89	...
10	45.1	21.15	28.51	8, 9
11	46.3	8.32	13.77	7, 10
12	58.0	9.61	4.81	11

(B) 曾文水庫集水區

核胞號碼 No.	面積 (Km ²)	河道長度 (Km)	至出口 距離 (Km)	上游核 胞號碼 No.
1	29.1	10.87	49.31	...
2	45.2	8.89	48.32	...
3	62.6	12.46	37.64	1, 2
4	34.4	8.99	35.91	...
5	22.1	8.36	35.60	...
6	37.8	9.14	26.84	3, 4, 5
7	20.4	8.98	26.76	...
8	31.1	5.67	19.44	6, 7
9	25.0	8.72	20.96	...
10	25.5	5.15	14.03	8, 9
11	41.6	11.13	17.02	...
12	52.1	5.31	8.80	11, 10
13	55.9	6.14	3.07	12

表3 颶風事件表

	颶風名稱	發生日期	流量延時(小時)	Φ指數(mm/hr)
曾文水庫下游集水區	海爾 (HAL)	74年6月25日	85	9.3
	亞力士 (ALEX)	73年7月3日	75	13.3
	安迪 (ANDY)	71年7月29日	110	1.9
	諾瑞斯 (NORRIS)	69年8月27日	96	4.8
	歐敏 (IRVING)	68年8月17日	78	5.2
	*畢莉 (BILLIE)	65年8月10日	99	5.0
曾文水庫集水區	海爾 (HAL)	74年6月25日	91	2.6
	亞力士 (ALEX)	73年7月3日	42	9.8
	安迪 (ANDY)	71年7月29日	113	2.1
	薇拉 (VERA)	69年8月31日	150	2.0
	歐敏 (IRVING)	68年8月14日	155	2.2
	愛美 (AMY)	66年8月21日	53	2.1
*畢莉 (BILLIE)	65年8月10日	104	0.8	

*曾文水庫有洩洪。

4. 那徐氏模式 (Nash's model) :

在CE 值方面，最高僅0.79，最低為0.28，其EQ_P 值除亞力士颯洪為正值外 (12.58%)，其餘皆為負值，甚或低至-50%，其推估之洪峯到達時刻誤差亦大，約在-6至10小時之間，而OBJ. 值除海爾颯洪外，皆大於14%，故本模式極不適合於曾文水庫下游集水區。

5. 本文將水庫洩洪之情況加入核胞模式中，以畢莉颯洪記錄做為驗證之依據，其演算結果如表 4 (A) 及圖16所示。由圖中不難看出，前述三種核胞模式皆能反應出洩洪時下游之流量變化，從演算結果表

中發現，傳統核胞模式之 CE 值為 0.95，修正核胞模式及多重核胞模式之 CE 值皆為 0.96，然而，在那徐氏模式方面，由於無法從觀測歷線推求其IUH，因此，無法作任何計算。由此可證明核胞模式之適用性相當高。

(B)曾文水庫集水區之演算結果，如表 4 (B)及圖17~23所示，茲再說明如下：

1. 傳統核胞模式：

(1) CE值以海爾颯洪最低 (0.22)，以愛美颯洪及畢莉颯洪最高 (0.78)。

(2) EQ_P 值有海爾等四場颯洪為負值，另三場

表 4 各模式校驗比較表
(A) 曾文水庫下游集水區

颯	洪	海	爾	亞	力	士	安	廸	諾	瑞	斯	歐	敏	畢	莉
觀測值	Q _P (cms)	1071	1358	2635	1182	1490	1824								
	T _P (hrs)	54	15	23	16	15	20								
傳統模式	Q _P (cms)	1151	1428	2748	1196	1506	1836								
	T _P (hrs)	56	16	23	16	15	20								
	CE	0.71	0.93	0.77	0.87	0.91	0.95								
	EQ _P (%)	1.82	5.15	4.48	1.32	1.28	0.66								
	ET _P (hrs)	2	1	0	0	0	0								
	OBJ. (%)	2.21	2.10	2.83	1.23	1.93	1.41								
修正模式	Q _P (cms)	1107	1340	2806	1185	1525	1846								
	T _P	55	15	23	16	15	21								
	CE	0.74	0.90	0.78	0.84	0.92	0.96								
	EQ _P (%)	3.33	-1.36	6.69	0.43	2.55	1.22								
	ET _P (hrs)	1	0	0	0	0	1								
	OBJ. (%)	2.00	2.31	2.59	1.27	2.01	1.46								
多重模式	Q _P (cms)	1111	1160	2630	1180	1487	1905								
	T _P (hrs)	54	15	23	17	13	21								
	CE	0.78	0.91	0.77	0.76	0.81	0.96								
	EQ _P (%)	3.68	0.17	0.01	0.00	0.00	4.45								
	ET _P (hrs)	0	0	0	1	-2	1								
	OBJ. (%)	1.85	1.97	2.63	1.49	2.79	1.18								
那徐模式	Q _P (cms)	1071	852	1377	595	921	...								
	T _P (hrs)	48	29	23	17	18	...								
	CE	0.28	0.77	0.67	0.68	0.79	...								
	EQ _P (%)	12.58	-37.27	-47.63	-49.61	-38.03	...								
	ET _P (hrs)	-6	1	10	2	3	...								
	OBJ. (%)	3.74	14.19	21.74	12.95	24.44	...								

(B) 曾文水庫集水區

觀測值	洪	海爾	亞力士	安迪	薇拉	歐敏	愛美	畢莉
觀測值	Q _P (cms)	1429	4358	1807	1682	1174	2655	2806
	T _P (hrs)	34	9	19	26	65	22	16
傳統模式	Q _P (cms)	1429	3739	2455	1579	1175	2944	2841
	T _P (hrs)	39	10	19	26	69	24	16
	CE	0.22	0.76	0.52	0.48	0.30	0.78	0.78
	EQ _P (%)	-0.01	-14.2	-6.21	-6.10	0.09	10.88	1.26
	ET _P (hrs)	5	1	0	0	4	2	0
	OBJ. (%)	3.64	71.08	4.44	1.95	0.87	14.61	3.14
修正模式	Q _P (cms)	1398	3559	2200	1519	1202	3236	2810
	T _P (hrs)	38	11	21	28	70	24	17
	CE	0.10	0.76	0.55	0.66	0.27	0.67	0.76
	EQ _P (%)	-2.21	-18.3	-16.0	-9.68	2.43	21.88	0.16
	ET _P (hrs)	4	2	2	2	5	2	1
	OBJ. (%)	4.48	72.49	6.59	1.89	0.94	20.11	3.17
多重模式	Q _P (cms)	1438	4407	2620	1548	1200	2944	2841
	T _P (hrs)	37	10	20	26	69	24	16
	CE	0.10	0.70	0.48	0.44	0.44	0.78	0.78
	EQ _P (%)	0.61	1.12	0.12	-7.95	2.18	10.88	1.26
	ET _P (hrs)	4	2	2	2	5	2	1
	OBJ. (%)	3.97	39.45	3.42	2.13	0.77	16.45	1.38
那徐模式	Q _P (cms)	882	852	1530	595	548	2303	1487
	T _P (hrs)	42	11	20	17	76	24	17
	CE	0.44	0.71	0.72	0.79	0.29	0.83	0.80
	EQ _P (%)	-38.3	-40.4	-41.6	-21.4	-53.4	-13.3	-47.0
	ET _P (hrs)	4	2	2	2	5	2	1
	OBJ. (%)	9.97	137.4	12.35	3.74	3.33	36.31	16.41

則為正值，且在±15%之間。

(3) ET_P 值以海爾颱風最大（5小時），而安迪、薇拉及畢莉等三場颱風所得結果皆為零。

(4) OBJ. 值以亞力士颱風最大（71.08%），因其推估洪峯量低於觀測值 14%以上，造成 OBJ. 值偏大，次為愛美颱風（14.6%），其餘皆在 5% 以下。

2. 修正核胞模式：

(1) CE 值以海爾颱風所得結果最低（0.10），以亞力士及畢莉兩場颱風最高（0.78）。

(2) EQ_P 值以海爾等四場颱風為負值，另三場則為正值，且介於±22%之間。

(3) ET_P 值介於 1 與 5 小時之間。

(4) OBJ. 值仍以亞力士最大（72.49%），愛美颱風次之（20.11%），其餘皆在 7% 以下。

3. 多重核胞模式：

(1) CE 值以海爾颱風最低（0.10），愛美及畢莉颱風最高（0.78）。

(2) EQ_P 值除薇拉颱風為負值（-7.95%）外，其餘皆為正值，且小於 11%。

(3) ET_P 值介於 1 與 5 小時之間。

(4) OBJ. 值以亞力士颱風所得結果最大（39.45%），愛美颱風次之（16.45%），其餘皆在 4% 以下。

4. 那徐氏模式：

在 CE 值方面相當不錯，然其 EQ_p 值皆為負值，顯示其推估值低於觀測洪峯流量，最差者達 -53.4%，最好者為 -13.3%，其 ET_p 值與核胞模式所得結果相差不大，而於 OBJ. 值方面皆不如核胞模式理想，故本模式不適用於曾文水庫集水區。

內一般而言，曾文水庫下游集水區之演算結果優於曾文水庫集水區者，究其原因為上游部分突發因素較下游地區大，加以上游地區降雨分佈不均，與本文採用之平均雨量計算值差距過大，因而無法適切反應出逕流變化之情況。

(外)表 5 為三種核胞模式之演算參數，且分為曾文

水庫上游及下游集水區；其中，代表值為各場點洪所得參數之平均值，以供往後應用時之參考應用。

內)本文首次將多重核胞模式配合卡門濾波理論作為洪水預測之基礎，並能預測六小時以內之逕流變化，其預測結果如表 6 至表 9 及圖 24 至圖 31 所示。由結果顯示，預測一小時優於二小時以上者，而預測六小時之精度最差。此種預測時距愈長精確性愈差之趨勢實為必然之結果，惟防洪救災工作時效性為一至為重要因子，因此，若能提前三至六小時即可得知洪水上升之趨勢，提前做好防洪準備，即能達到防災之目的，而預測時間之選擇，有待決策單位之取決。

表 5 模式使用參數表
(A) 曾文水庫下游集水區

模 式 颱 洪	傳統核胞模式		修正核胞模式			多重核胞模式		
	K	D	Ka	Kc	D	Ka	M	D
海爾	3.80	5	10.0	1.60	4	10.16	1.91	8
亞力士	2.70	8	5.0	1.80	5	3.30	1.59	14
安迪	2.80	7	5.5	1.05	6	6.32	1.58	8
諾瑞斯	2.70	8	5.0	1.50	6	3.00	1.50	14
歐敏	2.30	9	3.8	1.10	8	1.76	1.02	14
畢莉	2.01	6	4.0	1.50	5	4.63	2.20	8
代表值	2.45	8	5.6	1.43	6	4.86	1.63	11

(B) 曾文水庫集水區

模 式 颱 洪	傳統核胞模式		修正核胞模式			多重核胞模式		
	K	D	Ka	Kc	D	Ka	M	D
海爾	1.33	0	1.5	1.00	0	2.17	1.11	0
亞力士	1.10	0	1.2	1.00	0	1.45	1.01	0
安迪	1.00	0	1.3	1.00	0	1.89	1.22	0
薇拉	1.00	4	1.6	1.02	4	2.11	1.00	4
歐敏	3.46	0	7.0	1.50	0	8.05	2.53	0
愛美	1.80	0	1.3	1.00	0	3.62	1.00	0
畢莉	1.80	0	2.1	1.10	0	3.34	1.59	0
代表值	1.64	0	2.3	1.09	0	3.23	1.35	0

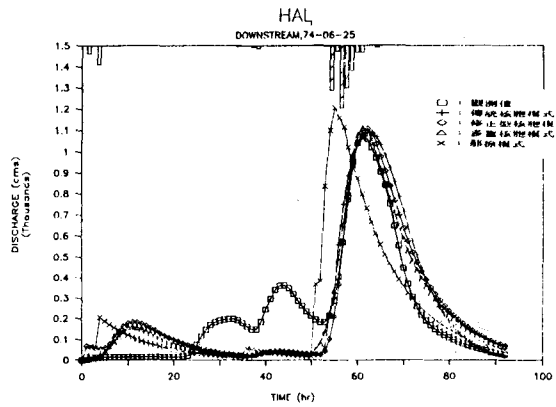


圖11 曾文水庫下游集水區逕流歷線驗證圖(海爾)

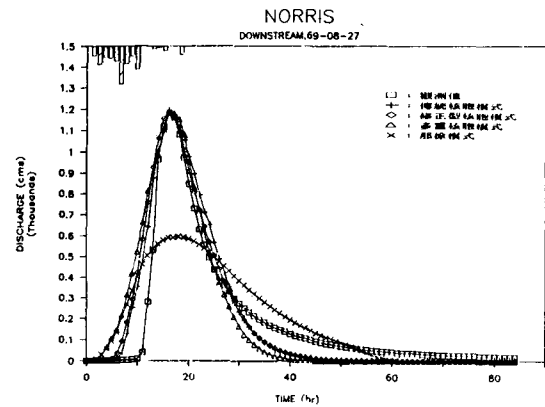


圖14 曾文水庫下游集水區逕流歷線驗證圖(諾瑞斯)

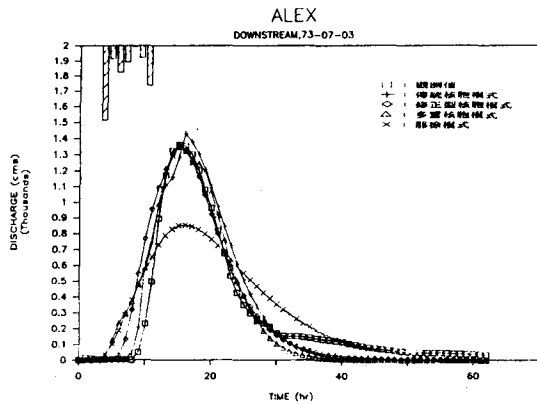


圖12 曾文水庫下游集水區逕流歷線驗證圖(亞力士)

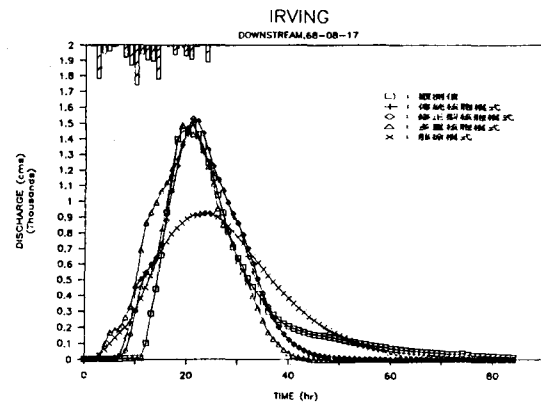


圖15 曾文水庫下游集水區逕流歷線驗證圖(歐敏)

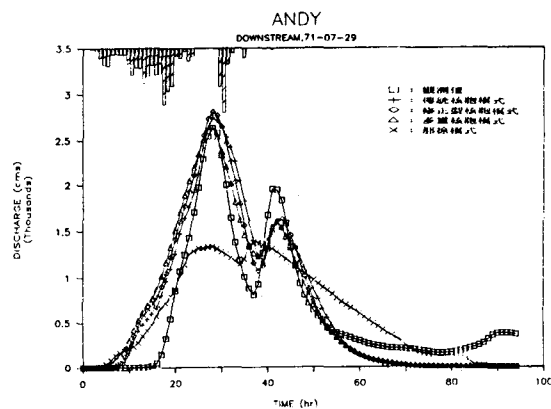


圖13 曾文水庫下游集水區逕流歷線驗證圖(安迪)

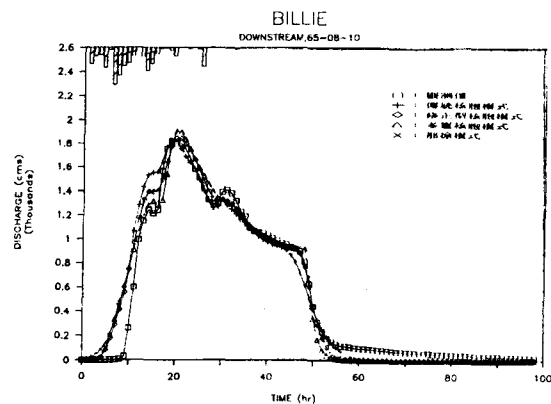


圖16 曾文水庫下游集水區逕流歷線驗證圖(畢莉)

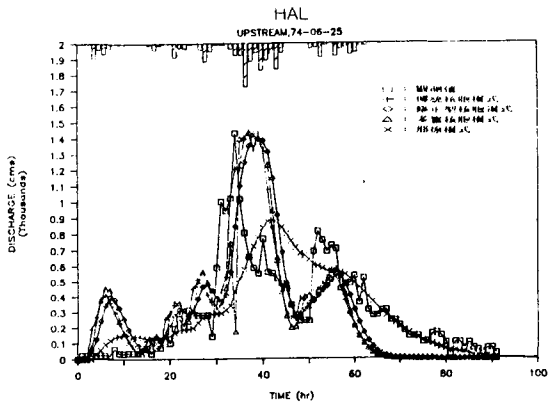


圖17 曾文水庫下游集水區逕流歷線驗證圖 (海爾)

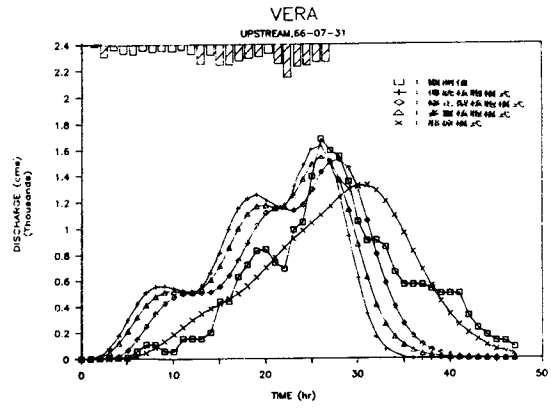


圖20 曾文水庫集水區逕流歷線驗證圖 (薇拉)

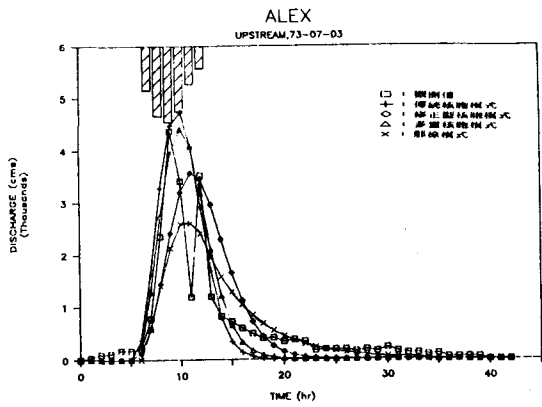


圖18 曾文水庫集水區逕流歷線驗證圖 (亞力士)

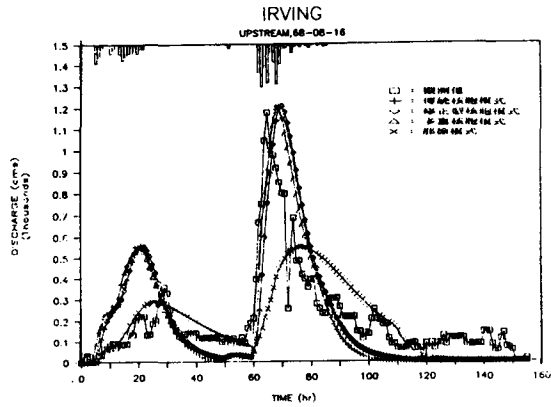


圖21 曾文水庫集水區逕流歷線驗證圖 (歐敏)

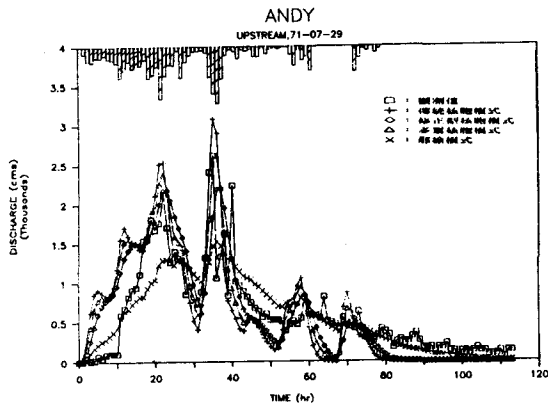


圖19 曾文水庫集水區逕流歷線驗證圖 (安迪)

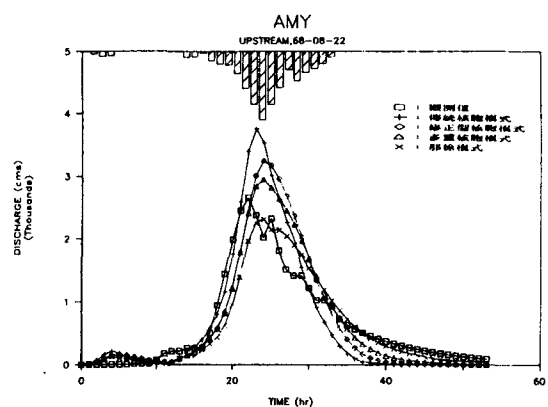


圖22 曾文水庫集水區逕流歷線驗證圖 (愛美)

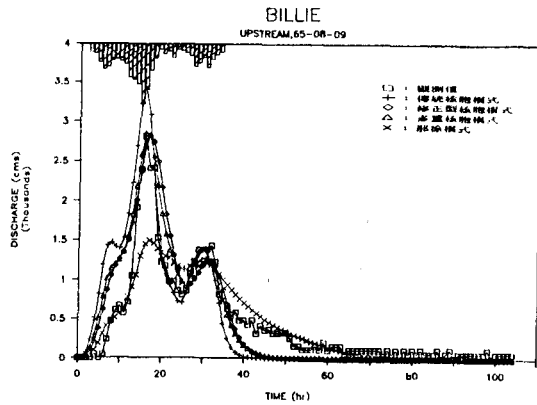


圖23 曾文水庫集水區逕流歷線驗證圖 (畢莉)

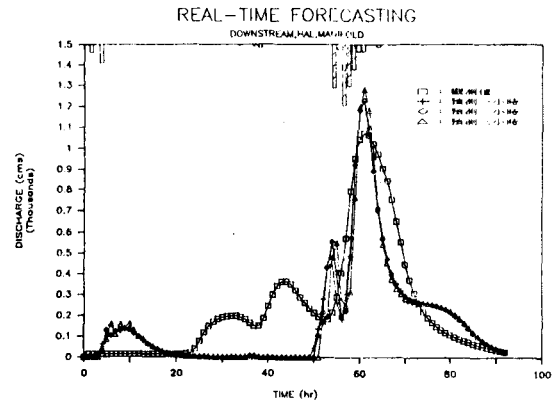


圖26 曾文水庫下游集水區逕流預測圖 (海爾, 1, 2, 3小時)

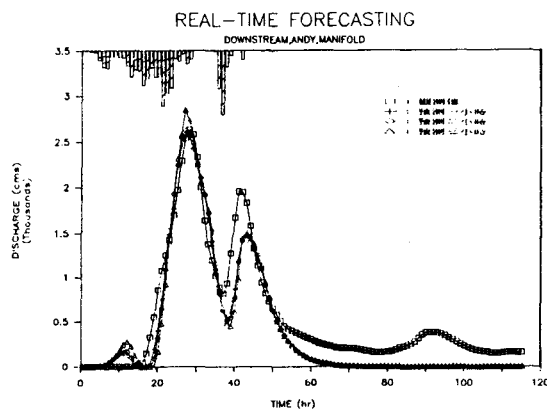


圖24 曾文水庫下游集水區逕流預測圖 (安迪, 1, 2, 3小時)

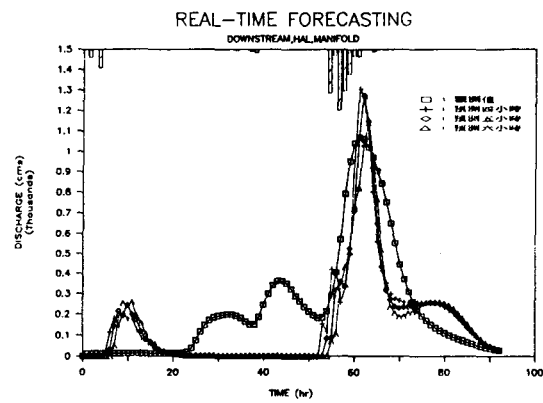


圖27 曾文水庫下游集水區逕流預測圖 (海爾, 4, 5, 6小時)

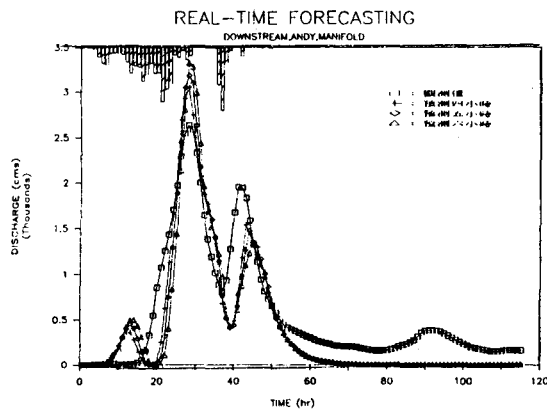


圖25 曾文水庫下游集水區逕流預測圖 (安迪, 4, 5, 6小時)

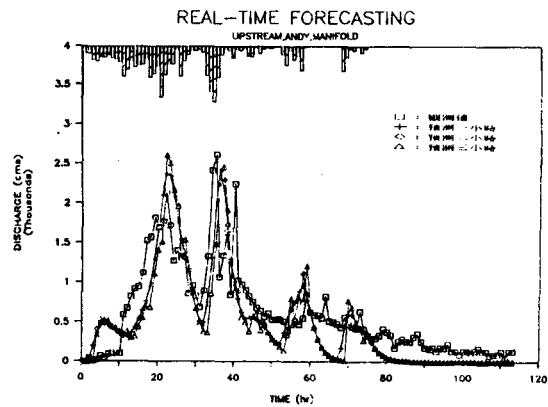


圖28 曾文水庫下游集水區逕流預測圖 (安迪, 1, 2, 3小時)

表 6 曾文水庫下游集水區預測結果表 (安迪颱風)

提前預測時間	預 測 值					
	Q _P (cms)	T _P (hrs)	CE	EQ _P (%)	ET _P (hrs)	OBJ. (%)
一 小 時	2558	27	0.87	-2.75	-1	2.57
二 小 時	2623	27	0.85	-0.28	-1	2.24
三 小 時	2848	27	0.82	8.29	-1	2.49
四 小 時	3049	28	0.77	15.95	0	2.91
五 小 時	3180	28	0.71	20.92	0	3.38
六 小 時	3321	28	0.63	26.29	0	3.86
觀 測 值	2630	28

表 7 曾文水庫集水區預測結果表 (海爾颱風)

提前預測時間	預 測 值					
	Q _P (cms)	T _P (hrs)	CE	EQ _P (%)	ET _P (hrs)	OBJ. (%)
一 小 時	1190	61	0.66	11.06	0	2.28
二 小 時	1227	61	0.62	14.48	0	2.40
三 小 時	1280	61	0.59	19.46	0	2.56
四 小 時	1306	61	0.57	21.93	0	2.68
五 小 時	1273	62	0.55	18.81	1	2.70
六 小 時	1141	63	0.54	6.50	2	2.69
觀 測 值	1071	61

表 8 曾文水庫集水區預測結果表 (安迪颱風)

提前預測時間	預 測 值					
	Q _P (cms)	T _P (hrs)	CE	EQ _P (%)	ET _P (hrs)	OBJ. (%)
一 小 時	2398	36	0.57	-8.37	1	5.20
二 小 時	2464	37	0.52	-5.86	1	4.90
三 小 時	2607	22	0.39	-0.40	-13	4.40
四 小 時	2536	23	0.22	-3.10	-12	5.78
五 小 時	2090	24	0.05	-20.15	-11	9.92
六 小 時	1624	25	-0.17	9.55	-10	14.19
觀 測 值	2617	35

表9 曾文水庫集水區預測結果表 (畢莉颱洪)

提前預測時間	預 測 值					
	Q _P (cms)	T _P (hrs)	CE	EQ _P (%)	ET _P (hrs)	OBJ. (%)
一 小 時	3074	17	0.82	9.55	1	3.10
二 小 時	3075	17	0.79	9.60	1	3.36
三 小 時	3119	18	0.75	11.16	2	3.80
四 小 時	2933	18	0.65	4.53	2	4.75
五 小 時	2431	19	0.45	-13.37	3	9.71
六 小 時	1905	20	0.21	-32.10	4	16.08
觀 測 值	2806	16	—	—	—	—

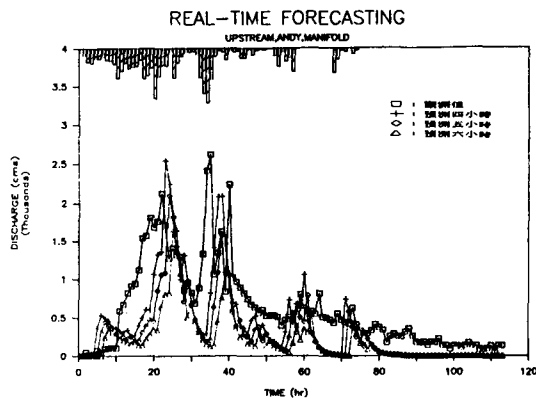


圖29 曾文水庫集水區逕流預測圖 (安迪, 4, 5, 6小時)

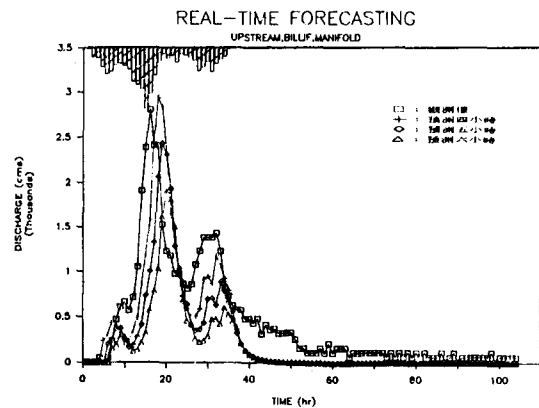


圖31 曾文水庫集水區逕流預測圖 (畢莉, 4, 5, 6小時)

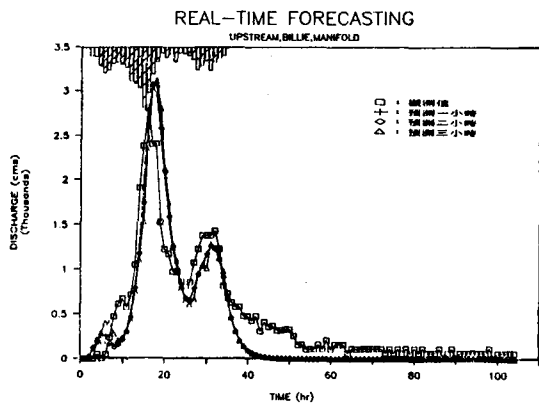


圖30 曾文水庫集水區逕流預測圖 (畢莉, 1, 2, 3小時)

(九)由預測結果顯示,曾文水庫下游集水區所得結果普遍優於上游者,此乃由於下游之延遲時間D較長之故,因於延遲時間內無降雨之影響,預測時之不確定性降低,故預測之精度較上游集水區為高。

七、結論與建議

(一)結 論

1.本文之核胞模式係將集水區依地形及河川走向分成若干小區,視為核胞,並於核胞內建立一降雨一逕流模式。本文將實際集水區類比為線性水庫及線性河渠之概念模式,且根據河川網路建立集水區之核胞結構圖,以模擬降落於一集水區之有效降雨所引致地表逕流之空間分布特性。

2. 本文採用之ARX 模式逐步演算法，與傳統之褶合積分法具有相同之理論基礎，惟ARX 模式法於計算上較為快速，並能與卡門濾波理論相連結，可做為即時預測之工具。

3. 目標函數之選擇對於模式檢定結果影響甚鉅，故應謹慎選用。本文中採用能同時考慮歷線形狀與洪峯流量之雙目標函數作為模式檢定之標準，以期更能代表集水區之特性，並符合工程設計上之要求。

4. 由演算結果得知，核胞模式優於那徐氏模式，而三種核胞模式則各有利弊，惟多重核胞模式可轉化成狀態空間表示法，而與卡門濾波理論相連結，可做為洪水即時預報之工具，以掌握洪水之變化趨勢，防範洪災於未然。

5. 由於集水區內水壩之建造，水庫調蓄及排洩洪水，使得水文現象更趨複雜，是故水文模式之建立亦更加困難。本文嘗試將水庫之影響依其物理特性，加入核胞模式中，希望能發揮核胞模式之功能。由演算結果顯示，核胞模式確能反應出水庫防洪運轉對下游洪水歷線之影響，可提供水庫管理機構於防洪運作時之參考。

6. 卡門濾波理論應用於水文系統上，其優點為可以逐時推演、校正及更新水文系統之狀態變數，且可以遞迴方式逐時估測模式參數，不需記憶系統過去之資料，故可節省許多計算時間，以求掌握機先，爭取預報之時效。

(二) 建議

1. 因缺乏土壤入滲、蒸發散量及地表貯蓄量等相關資料，使得降雨損失之估算只得用 Φ 指數概估之，無法考慮其時變性。若能收集有關土壤入滲量及蒸發散量等資料，或能使本文之演算精度更為提高，而達到更可靠實用之價值。

2. 洪水預報之工作必須逐時由自記雨量站及自記流量站所傳回之電傳資料，更新預測模式之有關參數，因此，應重視基本資料觀測站之運轉功能，期使於暴雨期間發揮洪水預報之準確性。

謝 誌

本文之完成，承蒙 行政院農業委員會提供研究經費，謹致謝忱。

研究期間，多承農業委員會林業處溫副處長理仁、水利科郭科長慶和及胡技正文章之指導及贊助，曾文水庫管理局林技正嘉榮及謝工程師東明提供

資料及意見，謹表由衷之謝意。

又研究期間，臺灣大學土木工程學研究所李光敦與農業工程學研究所譚智宏、謝龍生及陳光華等多位同學於資料整理及分析工作上給予諸多助益，亦在此一併致謝。

參 考 文 獻

1. 王如意、易任：《應用水文學》，上、下冊，國立編譯館出版，茂昌圖書公司發行，民國73年9月。
2. 王如意、林恆貞：「臺灣主要流域分佈參數集水區模式之研究」，國立臺灣大學水工試驗所，研究報告第68號，民國73年10月。
3. 王如意、譚智宏：「曾文溪左側各集水區適用逕流模式之建立與驗證」，國科會防災科技研究報告，民國78年1月。
4. 劉治中：「大漢溪沿岸集水區降雨逕流模式之研究」，國立臺灣大學農工研究所碩士論文，民國72年6月。
5. 李如晃：「水文系統反向推估模式之研究及其應用於曾文溪流域之逕流解析」，國立臺灣大學農工研究所碩士論文，民國77年6月。
6. 張寶新：「颱風降雨—逕流模式之建立及其應用於曾文溪流域洪水預測之研究」，國立臺灣大學農工研究所碩士論文，民國77年6月。
7. 張啓麟：「優選法與時間序列分析應用於降雨—逕流模式之研究」，國立臺灣大學農工研究所碩士論文，民國74年6月。
8. 臺灣省水利局：「淡水河、濁水溪及曾文溪流域洪水預報系統規劃研究報告」，民國72年12月。
9. 臺灣省水利局：「後堀溪及旗山溪越域引水規劃報告」，民國73年6月。
10. 王如意、李戎威：「空間分布地表逕流多層核胞模式之研究及其應用」，農委會78農建—7.1—林—21(5)研究計畫報告，民國78年9月。
11. 張玉田：《水資源開發與河川水文學》，徐氏基金會出版，民國75年11月。
12. Boyd, M.J., "A Storage Routing Model Relating Drainage Basin Hydrology and Geomorphology", Water Resources Research, Vol. 14, No. 5, pp. 921-928, 1978.
13. Boyd, M.J., D.H. Pilgrim, and I. Cordero, "A Storage Routing Model

- Relating on Catchment Geomorphology", J. Hydrol., Vol. 42, No. 3, pp. 209-230, 1979.
14. Bras Rafael L. and Ignacio Rodriguez-Iturbe: *Random Function and Hydrology*, Addison-Wesley Publishing Company, 1985.
 15. Chow, V.T., ed., *Handbook of Applied Hydrology*, Mc Graw-Hill Book Co., 1964.
 16. Chow, V.T. and V.C. Kulandaiswamy, "General Hydrologic System Model", J. of Hydraulics, ASCE, June, 1971.
 17. Chow, V.T., D.R. Maidment, and L. W. Mays, L. W., *Applied Hydrology*, Mc Graw Hill Book Co., 1988.
 18. Diskin, M.H. and G.G.S. Pegram, "A Study of Cell Models, 3. A Pilot Study on the Calibration of Manifold Cell Models in the Time Domain and in the Laplace Domain", Water Resources Research, Vol. 23, No. 4, pp. 693-673, 1987.
 19. Diskin, M.H., G. Wyseure, and J. Feyen, "A Quasi Linear Spatially Distributed Cell Model for the Surface Runoff System", Water Resources Bull., Vol. 14, No. 4, pp. 903-918, 1978.
 20. Dooge, J.C.I., "A General Theory of the Unit Hydrograph", J. Geophys. Res., 64(2), pp. 241-256, 1959.
 21. Gerald, C.F. and P.O. Wheatley, *Applied Numerical Analysis*, Taipei Book Co., 1986.
 22. Laurenson, E.M., "A Catchment Storage Model for Runoff Routing", J. Hydrol., Vol. 2, No. 2, pp. 141-163, 1964.
 23. Mein, R.G., E.M. Laurenson, and T.A. MacMahon, "Simple Nonlinear Method for Flood Estimation", J. Hydraul. Div. ASCE, Vol. 100, No. HY11, pp. 1507-1511, 1974.
 24. Pegram, G.G.S. and M.H. Diskin "A Study of Cell Models, 1. A Manifold Cell Model for Distributed Surface Runoff Systems", Water Resources Research, Vol. 23, No. 4, pp. 640-654, 1987.
 25. Pegram, G.G.S. and M.H. Diskin, "A Study of Cell Models, 2. The Effect of Time Delay on the Limiting Forms of Cascade and Manifold Cell Model Response Functions", Water Resources Research, Vol. 23, No. 4, pp. 655-622, 1987.
 26. Wismer, David A. and R. Chattergy, *Introduction to Nonlinear Optimization*, Centural Book Publishing Co., 1981.

專營砂石業

大福砂石有限公司

負責人：陳枝福

地 址：新竹市水源里 132 號

電 話：(035)772980

專營土木、水利、建築等
工程

力誠營造廠

地 址：花蓮市國民九街 83 號

電 話：(038)322177