

專論

明渠直角匯流之研究

On the Flow at a 90 Degree Junction of an Open Channel

國立成功大學水利及海
洋工程研究所副教授

國立成功大學水利及海
洋工程研究所副教授

私立南榮工專講師

蔡長泰

Chang-Tai Tsai

顏沛華

Pei-Hwa Yen

徐碧治

Bih-Chyr Hsu

摘要

明渠匯流為渠道系統或天然河系之局部現象。匯流時將發生水面超高、洩降等局部水力現象，也將造成匯流段上游之水面壅高，故有關渠道系統及河工設計等，應注意到匯流問題。

根據質量守恒、動量守恒及能量守恒原理，可推導出直角匯流段之基本方程式。基本方程式中有關匯流段長度、匯流能量損失係數及匯流段底床反作用力等，本研究進行104組水工實驗，分析出經驗公式。因此，亞臨界流況下，應用基本方程式，可由匯流段下游之水力條件求得匯流段上游之水深。另進行64組實驗以驗證導出之基本方程式及經驗公式，獲得良好之結果。

為方便計算，本研究另根據基本方程式中之動量方程式建立圖解法。由圖解法之曲線及實驗結果，可看出若匯流段下游福祿數小於0.3，則匯流段上游水深與下游水深相差在5%以內。

Abstract

In many river engineering practices, such as building of a channel system, they usually involve design of a 90 degree junction. Due to flow complexities at this junction, such as the existences of head back, the longitudinal decent of water surface and transverse superelevation, etc., knowledge on how to describe these phenomena are often required.

This paper suggests empirical formulae for junction length, head loss and centrifugal force based on some experimental results. A set of governing equations for flow at the 90 degree junction is also given which is derived from conservative laws of mass, momentum and energy. These governing equations are further expressed graphically in assisting the computation such that the depth at a upstream reach of a 90 degree junction would be obtained from a downstream depth.

前 言

明渠滙流為渠道系統或河系中之一局部現象。在滙流後，由於短距離中有流量及流向之改變，因此將可能發生流離區、上游水面壅高、滙流段有水面洩降、水躍、水面超高等現象。Straziser 及 Prahl⁽⁹⁾、Mikhail⁽⁷⁾、Best⁽⁵⁾、Roid⁽¹⁰⁾、伍勝園⁽²⁾⁽³⁾及徐碧治⁽⁴⁾等均使用染色照相之技術研究流離區形狀及大小。伍勝園及徐碧治並均曾研討直角滙流時之水面洩降、水面超高及水躍的問題。唯就工程應用之目的而言，首要之間題為如何求得滙流處水深或水面壅高，以進行渠道設計。有關滙流處水深計算之研究可大別為二類：一為根據動量守恒原理探討，一為根據能量守恒原理探討。

Taylor⁽¹²⁾、Soliman⁽¹¹⁾、黃福如⁽¹³⁾及伍勝園⁽²⁾⁽³⁾等均根據動量守恒原理探討。Taylor⁽¹¹⁾忽略摩擦力，並假設在交滙處水流立刻與渠壁平行，滙流入口處主支流水深相等，而導出一含有主支流流量比、主流下游福祿數及交滙角度求得入口水深之方程式。Soliman⁽¹¹⁾則得上下游水深比與交角及福祿數之關係，結果顯示在任何角度下，水深比隨尾水福祿數的增加而增加。黃福如導出之方程式則包括摩擦力及底床反作用力之影響。以上之研究中，均將水流對岸壁之作用力取為靜壓力分佈，但事實上支流匯入主流後，流向改變、流線彎曲，將使底床與岸壁所受之壓力不再是靜壓力，因此伍⁽²⁾⁽³⁾在探討等寬明渠直角滙流時，便考慮了流線彎曲的影響，結果顯示若不考慮此一影響，應用動量原理所計算之滙流段入口水深將大於實驗值，Taylor⁽¹²⁾之研究中，135°交角之滙流中理論值大於實驗值，忽略了此一影響當為原因之一。因此，若欲獲得更佳之結果，實有必要進一步研究流線彎曲所致之影響。

根據能量守恒探討滙流段問題時，須先求得滙流段中之能量損失，始能據以求解滙流水深，因此，主要之研究在於滙流段之能量損失。Lin 及 Soong⁽⁶⁾將明渠滙流之能量損失分為摩擦損失及紊流混合損失，實驗結果顯示二者同階。王如意等⁽¹⁾將能量損失分為摩擦損失及混合損失，實驗結果顯示摩擦損失約佔總損失之89%，混合損失祇佔11%。因滙流時之紊流混合損失多來自局部性之紊動現象，例如流離區之渦動、水躍等，故對於指定之流況，其值將無太大變動，但摩擦損失則隨所取之渠段長度之增加而增加，因此，滙流段中摩擦損失

與紊流混合損失之相對大小應與滙流段長度之決定有關。應用動量守恒原理求解滙流問題時，滙流段長度之決定亦有相當影響，因摩擦力與底床反作用力（或重力分量）均與滙流段長度成正比。

由上述之討論可知，欲求得滙流處之水深或水面壅高，不論是應用能量守恒原理還是動量守恒原理，均應決定適當之滙流段長度。而在應用動量守恒原理時，尚應研討流向所致之流線彎曲的影響。在應用能量守恒原理時，則應尋求能量損失的大小。本文擬由實驗研討滙流段長度之決定及流線彎曲所致之影響與能量損失之大小。另並將建立明渠直角滙流時之基本方程式以求解滙流處之水深或水面壅高，雖然伍亦曾研究直角滙流之情況⁽²⁾⁽³⁾，但為主支流等寬之情形，本文將進而研討不等寬之情形。

理 論 分 析

一、滙流段邊界之壓力強度

二明渠交滙後，滙流段中流線彎曲，則沿流線 S (圖 1) 之法線方向上，Euler 之動量方程式為：

$$\frac{V^2}{r} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial n} (P + \rho g z)$$

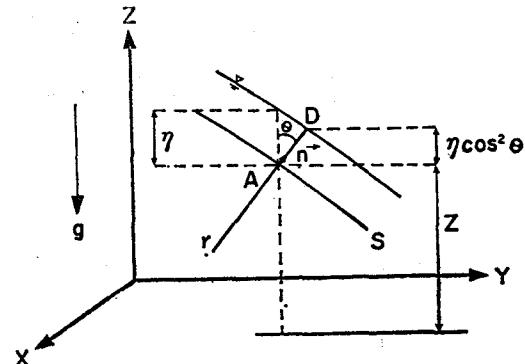


圖 1 彎曲流線示意圖

上式中，v、r、P 及 z 各為流線 S 上之任一點 A 處之流速、曲率半徑、壓力強度及高程，n 則為 A 處法線方向之單位向量，其指向與曲率半徑 r 之指向相同，D 點為自由液面上之一點，r_D 則為該點之曲率半徑，若以儀表壓力表示壓力強度，則 A 點之壓力強度為：

$$P = \rho g (z_D - z) \int_{r_D}^r \frac{\rho v^2}{r} dr$$

令 η 為 A 點與自由液面之垂距，並取 n 與 z 軸

之夾角爲 θ ，則上式可表爲：

$$P = \rho g \eta \cos^2 \theta + \int_{r_D}^r \frac{\rho v^2}{r} dr$$

故邊界上任一點所受之壓力強度 P_b 為：

$$P_b = \rho g \eta_b \cos^2 \theta_b + \int_{r_D}^{r_b} \frac{\rho v^2}{r} dr \dots\dots(1)$$

上式中， η_b 為邊界上任一點與液面之垂距， r_b 為該點之曲率半徑，若爲直線邊界，則 $r_b \rightarrow \infty$ 。由上式可看出，若流線曲率甚小，亦即曲率半徑甚大，且邊界坡度甚小，亦即 θ_b 甚小，則邊界之壓力強度可以靜壓力近似之。在支渠剛匯入主渠後的區域，以及有明顯洩降的區域，流線之彎曲均頗明顯，故該處邊界之壓力分佈將不宜以靜壓力近似之，但在滙流段之後半，則尚可以靜壓力近似該處之邊界壓力。

二、直角滙流之基本方程式

明渠直角滙流，如圖 2 所示，其滙流段之水理現象依試驗觀察⁽²⁾⁽³⁾，下面假設當可成立。

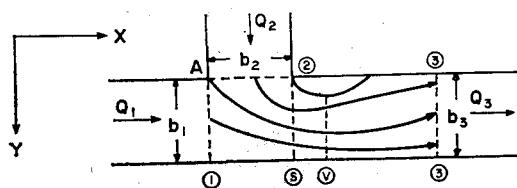


圖 2 明渠直角滙流平面示意圖

- (1) 滙流段入口處，斷面①與斷面②水位相等。
- (2) 滙流段之起點與終點，亦即圖(2)中之①、②、③三個斷面之壓力分佈爲靜壓力分佈。

(3) 滙流段之摩擦損頭及主流方向上摩擦力可由①、③二斷面之平均值近似之，而①、③二斷面之摩擦損頭及摩擦力可由緩變速浸流公式表示之，而垂直主流方向上之摩擦力忽略之。

根據上述之假設，則可由質量守恒原理、動量守恒原理及能量守恒原理，建立直角滙流時之基本方程式如下：

取①、②、③三斷面間爲一控制體，如圖 2 及圖 3 所示。圖中 x 方向及 y 方向均爲水平，亦即與重力方向互相垂直，z 方向則與重力方向相反之垂直方向。

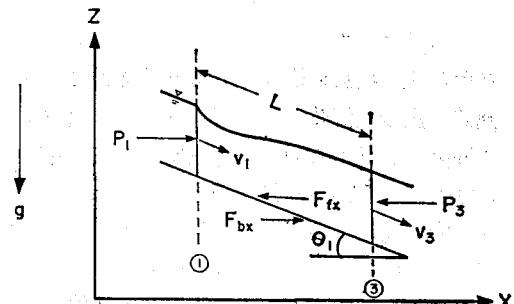


圖 3 明渠滙流段示意圖

連續方程式

定量流況下，依據質量守恒原理，可得滙流段之連續方程式如下：

$$Q_1 + Q_2 = Q_3 \dots\dots(2)$$

式中 Q_1 、 Q_2 各爲滙流段上游主流與支流之流量， Q_3 則爲滙流後總流量。

動量方程式

根據動量守恒，x 方向之動量方程式如下：

$$P_1 - P_3 - F_{tx} + F_{bx} = \beta_3 \rho Q_3 V_3 \cos \theta_3 - \beta_1 \rho Q_1 V_1 \cos \theta_1 \dots\dots(3)$$

式中 P_1 、 P_3 表①、③斷面之靜水壓力；

$$P_1 = \frac{1}{2} \rho g \cdot b_1 \cdot d_1^2$$

$$P_3 = \frac{1}{2} \rho g \cdot b_3 \cdot d_3^2$$

F_{tx} 、 F_{bx} 各表摩擦力、底床反作用力在 x 方向上的分力； V_1 、 V_3 表①、③斷面之平均流速； β_1 、 β_3 表①、③斷面之動量修正係數； θ_1 及 θ_3 各表示①、③斷面之底床坡度。

y 方向動量方程式忽略摩擦力，祇考慮底床反作用力。

$$F_{by} + P_2 = -\beta_2 \rho Q_2 V_2 \cos \theta_2 \dots\dots(4)$$

式中 P_2 表②斷面靜水壓力

$$P_2 = \frac{1}{2} \rho g \cdot b_2 \cdot d_2^2$$

F_{by} 表底床反作用力在 y 方向的分力； β_2 表②斷面之動量修正係數； θ_2 表支渠之底床傾斜角。

能量方程式

依據能量守恒原理，則①、②、③三斷面之能量方程式可表示如下：

$$\rho g Q_1 H_1 + \rho g Q_2 H_2 = \rho g Q_3 H_3 + \rho g Q_3 H_L \dots \dots \dots (5)$$

式中 H_1 、 H_2 、 H_3 表①②③斷面之能量頭；
 H_L 表能量損失水頭；

$$H_i = Z_i + d_i + \alpha_i \frac{V_i^2}{2g} \quad i = 1, 2, 3$$

$$H_L = K_L \frac{V_3^2}{2g}$$

K_L 表全滙流段之能量損失係數； Z 表表底床高程； α 表能量修正係數。

摩擦力 F_{fx}

$$F_{fx} = \bar{\tau} \cdot \bar{P}_w \cdot \ell \cdot \cos\theta_1$$

$\bar{\tau}$ 及 \bar{P}_w 表①、③斷面間之平均剪應力與平均濕周； ℓ 表全流段長度。

$$\bar{\tau} = 2(\tau_1 + \tau_3) = \frac{1}{2} \left(\frac{\rho g n^2 \cdot Q_1^2}{R_1^{1/3} \cdot A_1^2} + \frac{\rho g n^2 \cdot Q_3^2}{R_3^{1/3} \cdot A_3^2} \right)$$

式中 n 表曼寧糙率係數； R_1 、 R_3 各表①、③斷面之水力半徑； A_1 、 A_3 各表①、③斷面之通水面積。

$$\therefore F_{fx} = \frac{\rho g n^2}{4} \cdot \frac{Q_3^2 \cdot P_{w3}^{1/3}}{b_3^{7/3} \cdot d_3^{7/3}} \left[\left(\frac{Q_1}{Q_3} \right)^2 \cdot \left(\frac{P_{w1}}{P_{w3}} \right)^{1/3} \cdot \left(\frac{b_3}{b_1} \right)^{7/3} \cdot \left(\frac{d_3}{d_1} \right)^{7/3} + 1 \right] \cdot (b_1 + b_3 + 2d_1 + 2d_3) \cdot \ell \cdot \cos\theta_1$$

式中 P_{w1} 、 P_{w3} 各表①、③斷面之濕周。

底床反作用力

水流施壓力於邊界，則邊界對水流有反作用力。為求得底床反作用力，須先求得水流作用於邊界之壓力強度，此一壓力強度可由(1)式得之。故若取得滙流段之水體為控制體，則滙流段之底床及岸壁對水流之反作用力為：

$$\vec{F}_b = \int_{cs} P_b dA$$

$$= \int_{cs} \rho g \eta_b \cos^2 \theta_b dA + \int_{cs} \left[\int_{rD}^{rb} \frac{\rho v^2}{r} dr \right] dA$$

令

$$\vec{F}_{bs} = \int_{cs} \rho g \eta_b \cos^2 \theta_b dA$$

$$\vec{F}_{bs} = \int_{cs} \left[\int_{rD}^{rb} \frac{\rho v^2}{r} dr \right] dA$$

上式中 \vec{F}_{bs} 表示反作用力中之靜壓力分量；
 \vec{F}_{bs} 表示由於流線彎曲所致之反作用力分量。 F_{bx} 、 F_{bsx} 、 F_{bsz} 表示 F_{bs} 在 x、y、z 方向之分量，故

$$\vec{F}_{bs} = F_{bx} \vec{i} + F_{bsy} \vec{j} + F_{bsz} \vec{k}$$

若底床僅沿流向傾斜，且兩側岸壁平行流向，則

$$F_{bsx} = \frac{1}{2} \rho g (b_1 d_1 + b_3 d_3) \cos^2 \theta_1 \cdot \ell \cdot \sin \theta_1$$

$$F_{bsy} = \int_{b2}^{\ell} \frac{\rho g}{2} d_1^2 dx - \int_0^{\ell} \frac{\rho g}{2} d_0^2 dx$$

$$\div \frac{\rho g}{2} \left[\int_{b2}^{\ell} d_1^2 dx - \int_0^{\ell} d_0^2 dx \right]$$

$$F_{bsz} = -\frac{1}{2} \rho g (b_1 d_1 + b_3 d_3) \cos^2 \theta_1 \cdot \ell \cdot \cos \theta_1$$

d_1 、 d_0 表滙流段任一斷面之內、外岸水深。

又因

$$P_2 = \frac{1}{2} \rho g b_2 d_2^2 \cos^2 \theta_2$$

故

$$F_{bsy} + P_2 = \frac{\rho g}{2} \int_0^{\ell} (d_1^2 - d_0^2) dx$$

若令 Δh 及 d_s 為任一斷面之內外岸超高及平均水深， $\bar{\Delta h}$ 及 \bar{P} 為全滙流段之內外岸平均超高及平均水深，則：

$$\Delta h = d_0 - d_1$$

$$d_s = \frac{1}{2} (d_0 + d_1)$$

$$\int_0^{\ell} \Delta h \cdot d_s dx = \bar{\Delta h} \cdot \bar{d} \cdot \ell \cdot \bar{\Delta h}$$

$$\frac{d_1 + d_3}{2} \cdot \ell$$

$$\therefore \frac{1}{2} \int_0^{\ell} (d_1^2 - d_0^2) dx = - \int_0^{\ell} \Delta h$$

$$d_s dx = k_{ps} \cdot \bar{\Delta h} \cdot \frac{d_1 + d_3}{2} \cdot \ell \dots \dots \dots (6)$$

$$\therefore F_{bsy} + P_2 = k_{ps} \cdot \bar{\Delta h} \cdot \rho g \cdot \frac{1}{2} (d_1 + d_3) \ell \dots \dots \dots (6')$$

$$\begin{aligned} & \frac{2}{F_3^2} [n_{q1}(\frac{z_1}{d_3} + n_{d1}) + n_{q2}(\frac{z_2}{d_3} + n_{d2}) \\ & - \frac{z_3}{d_3} - 1] + n_{q1}^3 \cdot n_{b1}^{-2} \cdot n_{d1}^{-2} + \\ & n_{q2}^3 \cdot n_{b2}^{-2} \cdot n_{d2}^{-2} - 1 = k_{aL} \dots \dots \dots (10) \end{aligned}$$

實驗分析

就渠道系統之工程設計而言，通常渠道本身之幾何性、糙率係數、流量等常已決定，故在渠道系統之滙流問題中，主要在求得滙流段之水深或水面壅高，以爲渠道深度設計之用。若爲亞臨界流況之渠道系統，則滙流段下游之水力特性應爲已知，故若能分析出滙流段之長度、 K_{ex} 、 K_{ey} 、 K_{px} 及 K_L 等，則由連續方程式配合動量方程式或能量方程式即可求得滙流段進口處之水深或水面壅高。因滙流後之流況頗爲複雜，滙流段長度及 K_{ex} 等之理論分析不易，須藉助於水工實驗以檢定之，因此本研究乃在成功大學水工試驗室內之渠道進行一系列之明渠直角滙流實驗，說明如下述各節。

一、實驗設備

主渠：爲一長16公尺，寬0.5公尺，深0.5公尺之有玻璃側壁之鐵製渠道，平均坡度0.001，曼寧糙率係數爲0.01。

支渠：長3公尺，寬0.5公尺，深0.5公尺之鐵製渠道，平均坡度0.002，曼寧糙率係數爲0.01，與主渠交角90°。須要不同之支渠寬度時，則以保麗龍板外接玻璃貼於支渠邊壁，計有0.5公尺、0.4公尺、0.35公尺、0.3公尺及0.25公尺等五種支渠寬度。

供水系統：本試驗室供水系統爲循環式，由蓄水池(3.1m × 5.1m × 3m)以-10馬力共軸式之抽水馬達抽水至主渠進口水箱，在進口處設有消能設備及一矩形堰(0.16m × 0.25m)。支渠之水源亦由-10馬力共軸式之抽水馬達抽水，經一寬0.3公尺無橫束縮之傾背堰進入支渠，在進口處亦設有消能設備。主支渠道之流量均由閥門控制，在主渠下方設有一迴流渠道，使水同流至蓄水池。

量測設備：本試驗之水位量測係採用日製SW-301型自記式水位計測量，自記水位讀數經輸出線接於 Hp-85 之 3421A 資料收集器，由 Hp-85 來控制試驗的進行。

二、試驗步驟

本實驗主渠寬度不變，支渠寬度有五種，如上所述。總流量有0.01CMS、0.015CMS及0.02CMS等三種。流量比(支流量/總流量)爲0.2、0.4、0.6及0.8。尾水福祿數在0.2與0.8之間。 $n_{b2}=0.5$ 、 0.6 、 0.8 時作爲檢定有關係數之用，稱之檢定試驗，共有104組試驗，列如表一。 $n_{b2}=0.7$ 、 1.0 時作爲驗證試驗，共有64組試驗，列如表二。

試驗步驟簡述如下：

1. 開啓主支流之抽水馬達，調整閥門至所需流量。

2. 調整尾水閘以控制尾水深。

3. 待堰上水頭穩定後，即可開始測量各斷面水位，量測期間堰上水頭須保持穩定，否則即應重新調整流量，待穩定後再重新量測。

4. 本試驗每個斷面均測取4點之水位。每一測點測10次取其平均值。各斷面之間距爲10公分，自尾水閘起向游上量測，共計110個斷面。

5. 測完後，改變尾水深度，重覆2.3.4.之步驟。

6. 依次調整不同流量、總流量，重覆2.3.4.5.之步驟以測量水位。

7. 當完成一個寬度之量測後，改變支渠之渠寬，重覆2.3.4.5.6.之步驟。

8. 每一試驗過程中，均以針尺(point gauge)觀測主支流交滙處之支流斷面中心水位。

三、滙流段長度

主支流交滙後因支流流向改變，流線彎曲，造成流離區的存在，且內外岸有明顯超高現象。在再觸點下游之流況，流線彎曲情況與內外超高現象均較不明顯，愈往下游愈不受滙流現象影響，圖(2)中之⑧斷面即爲受滙流影響之最下游斷面。然而，相同總流量在不同流量比、福祿數及寬度比下，⑧斷面所在位置均不相同。滙流處之①斷面上游，流線亦有彎曲，但不明顯，其所受滙流之影響主要在於水位壅高。本文稱①斷面與⑧斷面間之渠段爲滙流段。滙流段長度之決定爲本文所要研討課題之一。

每作完一滙流試驗後，便將支流口處封住，在主流放相當於該次試驗總流量之流量，自下游向上游依次測與該次試驗相同之各斷面水位，稱此一試驗爲主渠試驗，則可得相同流量下，滙流試驗之水面線 $[h_i(x)]$ 與主渠試驗之水面線 $[h_{10}(x)]$ ，

表一 檢定實驗收據 (a)

RUN	Q_3 (CMS)	N_{q2}	d_3 (CM)	d_4 (CM)	n_{d1}	n_{d2}	$F_{3,2}$	ℓ (CM)	ℓ_s (CM)
1	.010875	.2	5.59	4.4	1.04	.998	.277	435	50
2	.010875	.4	5.46	3.8	1.13	1	.297	475	55
3	.010875	.6	5.26	3.2	1.17	1.04	.332	535	65
4	.010875	.8	5.47	3	1.18	1.02	.294	585	65
5	.014226	.2	6.62	5.8	1.08	1	.285	285	45
6	.014226	.4	6.7	5.1	1.07	.98	.253	495	70
7	.014226	.6	6.8	4.3	1.12	1	.263	525	70
8	.014226	.8	6.77	3.8	1.16	1	.266	585	60
9	.019827	.2	7.91	7	1.09	1.02	.324	435	40
10	.019827	.4	8.21	5.9	1.1	1.03	.29	515	60
11	.019827	.6	8.06	5.2	1.16	1.05	.306	565	65
12	.019827	.8	8.37	4.5	1.16	1.05	.274	615	60
13	.010875	.2	5.07	4.1	1.09	.98	.37	545	30
14	.010875	.4	5.06	3.5	1.17	1.05	.373	575	45
15	.010875	.6	5.02	3.1	1.26	1.12	.382	575	50
16	.010875	.8	4.88	2.8	1.3	1.11	.415	585	55
17	.014226	.2	5.71	4.7	1.15	1.03	.444	435	35
18	.014226	.4	5.77	4.2	1.22	1.03	.43	485	40
19	.014226	.6	5.84	3.8	1.28	1.17	.416	515	50
20	.014226	.8	5.88	3.7	1.32	1.17	.407	575	55
21	.019827	.2	7.66	6.3	1.1	1.12	.357	435	35
22	.019827	.4	7.76	5.6	1.13	1.04	.343	505	45
23	.019827	.6	7.67	5	1.22	1.07	.356	575	55
24	.019827	.8	7.78	4.2	1.26	1.12	.34	555	60
25	.010875	.2	5.06	4.3	1.11	1.01	.373	255	40
26	.010875	.4	5.43	3.7	1.11	.989	.301	455	65
27	.010875	.6	5.55	4.5	1.03	1.14	.282	525	65
28	.010875	.8	5.57	2.9	1.18	1.05	.279	575	50
29	.014226	.2	6.22	5.1	1.08	1	.343	385	40
30	.014226	.4	6.43	4.4	1.12	1.04	.311	455	55
31	.014226	.6	6.25	3.8	1.18	1.09	.338	525	55
32	.014226	.8	6.24	3.4	1.24	1.1	.341	565	55

 ℓ : 漩流段長 ℓ_s : 流離區長

表一 檢定實驗收據 (b)

RUN	Q _s (CMS)	N _{Q2}	d ₃ (CM)	d ₄ (CM)	N _{d1}	N _{d2}	F _{3,2}	ℓ(CM)	ℓ _s (CM)
37	.010875	.2	4.58	3.9	1.16	1.05	.508	280	30
38	.010875	.4	4.96	3.5	1.21	1.07	.402	580	40
39	.010875	.6	4.92	3	1.24	1.12	.411	580	50
40	.010875	.8	4.83	2.7	1.37	1.16	.433	520	60
41	.014226	.2	5.52	4.6	1.17	1.09	.497	430	30
42	.014226	.4	5.59	4.1	1.24	1.13	.478	510	40
43	.014226	.6	5.48	3.6	1.35	1.2	.505	490	50
44	.014226	.8	5.59	3.5	1.4	1.25	.479	580	50
45	.019827	.2	6.84	5.8	1.18	1.11	.505	430	30
46	.019827	.4	6.92	4	1.25	1.15	.488	580	30
47	.019827	.6	6.6	4.6	1.37	1.23	.563	560	50
48	.019827	.8	6.6	4	1.49	1.34	.565	620	60
49	.010875	.2	5.23	4.5	1.08	.994	.343	280	30
50	.010875	.4	5.48	3.9	1.1	.994	.299	440	60
51	.010875	.6	5.66	3.2	1.14	.994	.272	510	65
52	.010875	.8	5.64	2.8	1.16	.994	.274	570	55
53	.014226	.2	6.25	5.1	1.08	1	.344	430	35
54	.014226	.4	6.18	4.3	1.14	1.05	.355	480	60
55	.014226	.6	6.35	3.7	1.18	1.07	.327	540	60
56	.014226	.8	6.32	3.2	1.22	1.08	.332	590	60
57	.019827	.2	8.14	6	1.54	.994	.302	430	40
58	.019827	.4	8.11	5.9	1.13	1.05	.306	500	50
59	.019827	.6	8.11	5.1	1.17	1.07	.306	570	55
60	.019827	.8	8.14	4.3	1.19	1.08	.302	560	60
61	.014226	.2	8.12	7.6	1	.945	.16	330	40
62	.014226	.4	8.12	7.3	1.04	.974	.16	400	60
63	.014226	.6	8.6	6.8	1	.914	.133	480	95
64	.014226	.8	8.83	6.2	1.02	.924	.125	520	110
65	.019827	.2	11.5	10.5	1.02	.955	.105	230	50
66	.019827	.4	11.5	10.7	1.02	.905	.109	390	60
67	.019827	.6	11.9	10.5	1.02	.934	.104	480	80
68	.019827	.8	12	10	1.01	.955	.102	530	100
69	.010875	.2	4.44	4.1	1.18	1.08	.557	425	20
70	.010875	.4	4.78	3.4	1.23	1.07	.447	475	40
71	.010875	.6	4.76	3	1.3	1.11	.453	585	55
72	.010875	.8	4.98	2.9	1.33	1.1	.396	575	55

表一 檢定實驗收據 (c)

RUN	Q_3 (CMS)	N_{q_2}	d_s (CM)	d_r (CM)	N_{d_1}	N_{d_2}	F_{s^2}	ℓ (CM)	ℓ_s (CM)
73	.014226	.2	5.67	4.8	1.17	1.08	.458	425	25
74	.014226	.4	5.6	4.1	1.25	1.11	.474	505	40
75	.014226	.6	4.44	3.5	1.36	1.44	.545	545	60
76	.014226	.8	5.35	3.4	1.47	1.27	.545	675	60
77	.019827	.2	6.75	5.9	1.17	1.1	.527	425	25
78	.019827	.4	6.6	4.8	1.32	1.12	.563	465	30
79	.019827	.6	6.68	4.2	1.39	1.2	.543	545	55
80	.019827	.8	7.01	4.3	1.4	1.16	.47	585	55
81	.010875	.2	5.77	4.8	1.03	.885	.257	325	35
82	.010875	.4	5.88	4.1	1.07	.895	.243	425	60
83	.010875	.6	5.81	3.7	1.12	.905	.252	525	70
84	.010875	.8	6	3.4	1.14	.875	.229	525	80
85	.014226	.2	6.88	5.8	1.04	.945	.259	325	35
86	.014226	.4	7.05	4.9	1.1	.955	.241	425	75
87	.014226	.6	6.59	4	1.17	1.02	.294	525	75
88	.014226	.8	6.86	3.7	1.17	.994	.261	575	75
89	.019827	.2	9.02	7.9	1.03	.955	.224	325	45
90	.019827	.4	9.02	7.2	1.07	.974	.224	425	65
91	.019827	.6	8.91	5.6	1.12	.994	.231	475	90
92	.019827	.8	9.09	5.5	1.14	.994	.219	525	70
93	.010875	.2	5.82	5.2	1.03	.924	.249	225	50
94	.010875	.4	6.17	4.4	1.03	.914	.211	425	100
95	.010875	.6	6.35	4	1.05	.895	.194	465	125
96	.010875	.8	6.31	3.9	1.1	.924	.197	545	115
97	.014226	.2	8.5	7.8	1	.945	.14	325	60
98	.014226	.4	8.42	7.2	1.02	.934	.135	395	100
99	.014226	.6	8.71	6.9	1.03	.924	.13	425	120
100	.014226	.8	8.68	6.2	1.04	.945	.131	475	140
101	.019827	.2	11.6	10.9	1	.955	.111	325	60
102	.019827	.4	11.5	10.6	1.03	.974	.109	345	100
103	.019827	.6	11.9	10.3	1	.995	.1	475	140
104	.019827	.8	12	10.5	1.03	.974	.105	515	140

表二 驗證實驗數據 (a)

RUN	Q_3 (CMS)	n_{q2}	d_3 (CM)	d_v (CM)	N_{d1}	N_{d2}	F_{3^2}	ℓ (CM)	ℓ_v (CM)
1	.010875	.2	5	4.1	1.11	1	.385	440	40
2	.010875	.4	5	3.5	1.18	1.06	.386	540	50
3	.010875	.6	5	3.2	1.23	1.07	.383	590	55
4	.010875	.8	5.6	2.9	1.13	1.06	.277	550	60
5	.014226	.2	5.7	4.8	1.15	1.05	.447	440	30
6	.014226	.4	5.6	4.2	1.24	1.12	.47	540	40
7	.014226	.6	5.5	3.8	1.35	1.19	.488	550	55
8	.014226	.8	5.9	3.6	1.33	1.16	.411	610	55
9	.019827	.2	7.6	6.2	1.1	1.05	.37	390	40
10	.019827	.4	7.5	5.7	1.19	1.1	.389	510	45
11	.019827	.6	7.5	4.9	1.23	1.13	.382	530	50
12	.019827	.8	7.6	4.4	1.25	1.12	.37	670	50
13	.010875	.2	10	9.6	.984	.934	.053	240	65
14	.010875	.4	10.1	9.7	.994	.924	.051	240	80
15	.010875	.6	10.2	9.5	.984	.924	.05	290	90
16	.010875	.8	10.1	9.1	.965	.994	.051	390	100
17	.014226	.2	13.5	13.2	.994	.974	.039	190	40
18	.014226	.4	12.8	12.3	.994	.945	.045	240	80
19	.014226	.6	13	12.5	1	.945	.042	290	90
20	.014226	.8	13.5	12.7	.994	.934	.043	290	95
21	.019827	.2	18.2	17.9	.994	.965	.032	190	60
22	.019827	.4	18.1	17.7	1	.965	.032	340	80
23	.019827	.6	17.9	17.5	1	.974	.033	240	90
24	.019827	.8	18.5	17.6	.984	.945	.03	340	90
25	.010875	.2	5.23	4.3	1.08	.974	.341	340	40
26	.010875	.4	5.44	3.8	1.11	1.01	.304	460	50
27	.010875	.6	5.43	3.4	1.15	1.01	.307	510	50
28	.010875	.8	5.48	3.3	1.2	1.08	.298	580	60
29	.014226	.2	6.4	7	1.07	1	.314	290	40
30	.014226	.4	6.7	6.1	1.12	1.03	.323	420	70
31	.014226	.6	6.75	5.3	1.16	1.07	.313	530	85
32	.014226	.8	6.82	4.7	1.19	1.08	.309	560	80
33	.019827	.2	8	5.6	1.08	.984	.316	390	45
34	.019827	.4	8	5.2	1.09	.104	.284	470	65
35	.019827	.6	8.04	4.7	1.12	.104	.274	560	60
36	.019827	.8	8.07	4.1	1.15	1.02	.264	560	60

表二 驗 證 實 驗 數 據 (b)

RUN	$Q_3(\text{CMS})$	N_{q_2}	$d_s(\text{CM})$	$d_v(\text{CM})$	n_{d1}	n_{d2}	F_{s^2}	$\ell(\text{CM})$	$\ell_s(\text{CM})$
33	.019827	.2	7.99	6.5	1.07	1	.314	435	40
34	.019827	.4	7.69	5.6	1.15	1.08	.352	515	60
35	.019827	.6	7.87	5	1.18	1.08	.329	525	60
36	.019827	.8	8.08	4.1	1.19	1.09	.304	575	65
37	.014226	.2	7.76	5.1	1.09	.989	.348	450	45
38	.014226	.4	7.66	4.4	1.15	1.03	.348	500	70
39	.014226	.6	7.67	4.1	1.18	1.05	.329	550	70
40	.014226	.8	7.78	3.9	1.19	1.05	.322	600	60
41	.019827	.2	8.06	6.7	1.08	1.02	.3	450	40
42	.019827	.4	8.5	6	1.12	1.03	.299	500	60
43	.019827	.6	8	5.4	1.19	1.07	.33	550	65
44	.019827	.8	8.39	5.3	1.18	1.07	.289	600	60
45	.010875	.2	5.46	4.5	1.08	.919	.312	450	30
46	.010875	.4	5.5	4	1.12	.979	.285	500	45
47	.010875	.6	5.6	3.8	1.15	.979	.286	550	50
48	.010875	.8	5.7	3.5	1.17	.989	.294	600	55
49	.014226	.6	5.71	3.8	1.3	1.17	.458	550	50
50	.014226	.8	5.6	3.8	1.31	1.17	.433	600	55
51	.019827	.2	6.6	5.7	1.14	1.07	.443	450	35
52	.019827	.4	6.9	5.2	1.26	1.17	.485	599	45
53	.019827	.6	6.8	4.8	1.32	1.22	.486	550	55
54	.019827	.8	6.7	4.8	1.33	1.19	.454	600	60
55	.010875	.2	5.2	4.3	1.08	.97	.337	450	40
56	.010875	.6	5.3	3.6	1.14	.989	.321	550	65
57	.010875	.8	5.5	3.3	1.17	.97	.299	600	50
58	.014226	.4	6.4	4.7	1.13	1.05	.303	500	55
59	.014226	.6	6.62	4.7	1.15	1.03	.285	550	55
60	.014226	.8	6.7	5.7	1.14	.989	.266	600	55
61	.019827	.2	7.66	6.7	1.121	1.05	.354	450	40
62	.019827	.4	7.5	6.2	1.14	1.05	.319	500	60
63	.019827	.6	7.55	5.6	1.16	1.06	.331	550	60
64	.019827	.8	7.4	5.6	1.15	1.03	.285	600	65

比較此二試驗之水面線，以定出滙流段之③斷面。為減少主渠及支渠之上游堰率定曲線之或有誤差，乃先計算滙流試驗及主渠試驗之水面線最下游連續三斷面之平均水位 h_e 、 h_{eo} ，稱之「平均尾水位」：

$$h_e = \frac{1}{3} (h_{e3} + h_{e2} + h_{e1})$$

$$h_{eo} = \frac{1}{3} (h_{eo3} + h_{eo2} + h_{eo1})$$

然後計算各水面線之各斷面水位與其「平均尾水位」之比值 h_{1e} 、 h_{1eo} ：

$$h_{1e} = \frac{h_1}{h_e}$$

$$h_{1eo} = \frac{h_{1eo}}{h_{eo}}$$

則可得 $h_{1e}/h_{1eo} \sim x$ 之關係曲線，可用以判斷滙流段長度。 h_1 、 h_{1e} 各表示滙流試驗及主渠試驗所測各斷面之平均水位； h_{e3} 、 h_{e2} 、 h_{e1} 各表示滙流試驗所量得水面線最後三斷面之水位； h_{eo3} 、 h_{eo2} 、 h_{eo1} 各表示主渠試驗最後三個斷面之水位。

由於水面線是漸變的，為實用目地，本研究取 $h_r = 0.98$ ($h_r = h_{1e}/h_{1eo}$) 之處為③斷面位置。結果顯示，滙流段長度隨支流流量比的增加而加長，如圖 4 至圖 7 所示。這是因為支流流量愈大時，滙流段流況較紊亂之故。另外，③斷面福祿數愈大，水面愈亂，滙流長度亦愈大。而滙流段長度與主、支流寬度比並無明顯關係。滙流段長度之迴歸經驗式如下：

$$\frac{\ell}{b_3} = 20 F_3^{0.3} n_{Q2}^{0.45} n_{b2}^{0.05} \dots \dots \dots \quad (1)$$

式中 ℓ 表滙流段長度； b_3 表主渠寬度； F_3 即③斷面福祿數。

在實用上，因本研究所討論者為亞臨界流況，故可先假設 ℓ 值，由迴水演算得出距①斷面 ℓ 距離處之水深及福祿數，再由(1)式求 ℓ 值，若此值與所假設之 ℓ 值相等，此 ℓ 即為滙流段長度，否則須重新假設。

四、平均超高與超高係數

因支流流入流量，流線彎曲而有超高現象，根據試驗結果顯示，平均超高均很小，在 3 ~ 5 mm 之間，所以平均超高值就工程目的者言，遠不如①

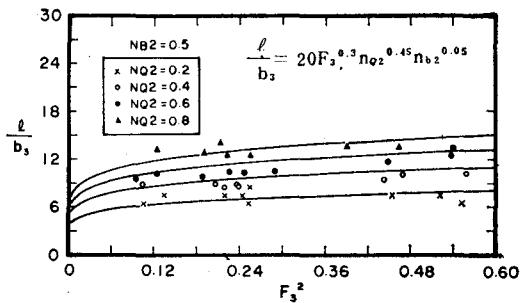


圖 4 滙流段長度($b_2=25$ 公分)

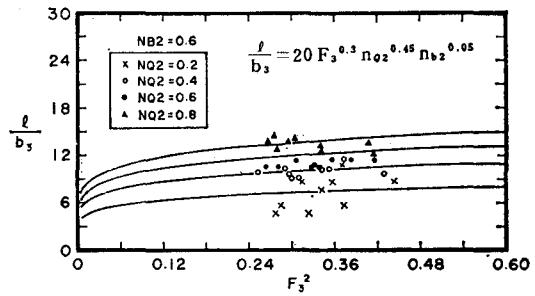


圖 5 滙流段長度($b_2=30$ 公分)

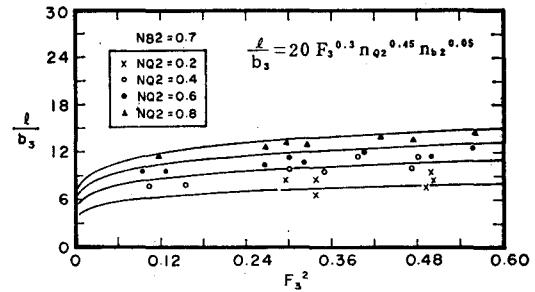


圖 6 滙流段長度($b_2=35$ 公分)

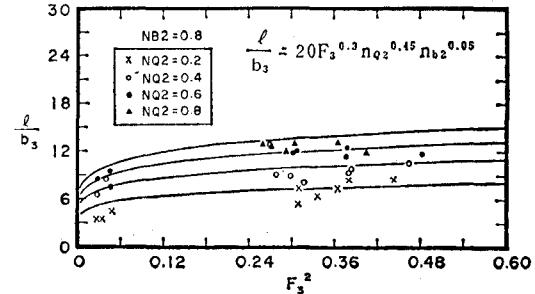


圖 7 滙流段長度($b_2=40$ 公分)

斷面壅高量及最大超高來得重要。值得注意的是，最大超高均發生在流離區的前端，其值隨支流流量比的增加而增加，這是因為支流流量愈大，流線彎曲更趨明顯的原因。而尾水深愈大，最大超高值愈小。不同寬度比，在同流量比下，最大超高值愈小。不同寬度比，在同流量比下，最大超高並無太突

出變化。就試驗結果看來，最大超高量多小於滙流段上游端之壅高量，故本研究未對最大超高另作分析。

應用實驗所量測之內側及外側水面線，可計算每一斷面之超高量，則可由(6)式計算超高係數，經以檢定試驗計算所得超高係數，其值約在0.8~1.1之間，如圖8所示，並可以下式表示：

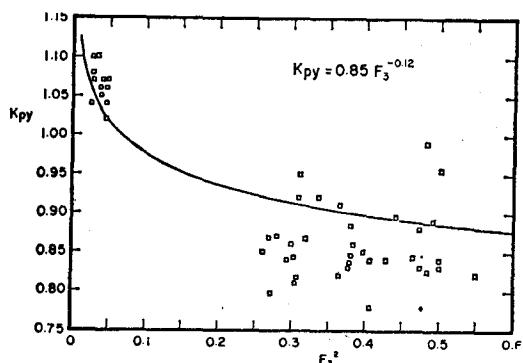


圖 8 超高係數與 $F_{3^{22}}$ 關係曲線

五、離心力係數

根據各組檢定試驗（表一）之 n^b_1 、 F_3 、 n_{d1} 、 b_3/d_3 ，可由(8)式配合滙流段長度(11)式求得 k_{ex} ，經分析後顯示支流流量比、主支流寬度比等均與離心力係數無明顯關係；而 k_{ex} 與③斷面福祿數有較明顯關係，如圖 9 所示，可以如下經驗式表示：

(11)式及(13)式代入(8)式，則可根據檢定試驗之 n_{d1} 、 F_3 及 b_3/d_3 計算 n_{d1} ，並根據假設(1)計算 n_{d2} 。計算結果與實測值之比較示如圖10及11。為進一步驗證(13)式之實用性，亦同法計算各驗證試驗（表二）之 n_{d1} 及 n_{d2} ，並與實測值比較，示如圖12及13，結果尚屬良好。

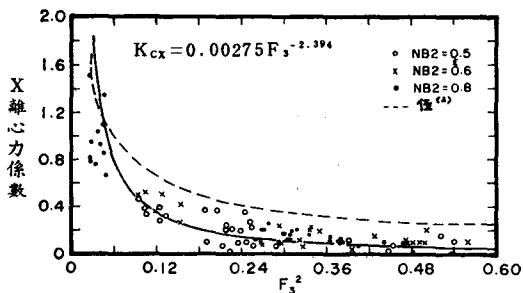


圖 9 沿主流方向之離心力係數 k_{c_x}

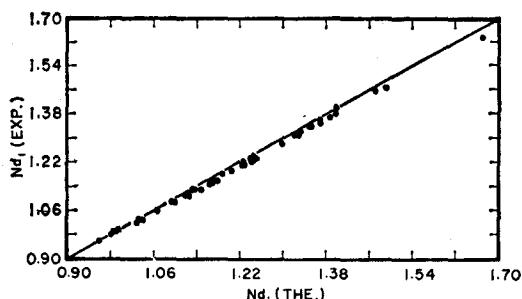


圖10 n_{41} 之檢定結果

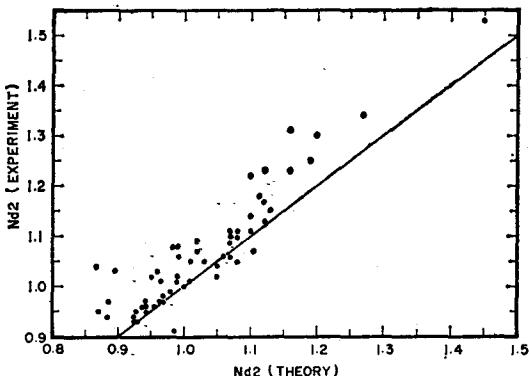


圖11 n_{d2} 之檢定結果

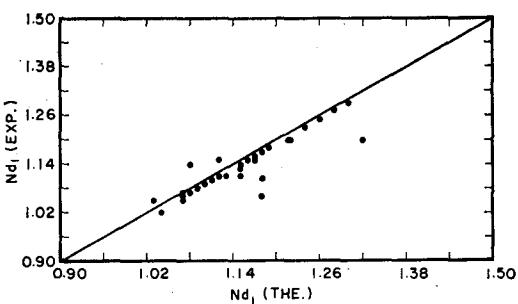


圖12 nd_1 之驗證結果

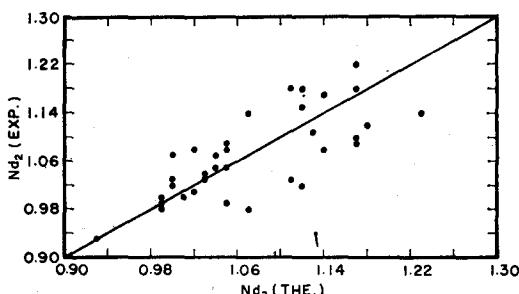


圖13 n_{42} 之驗證結果

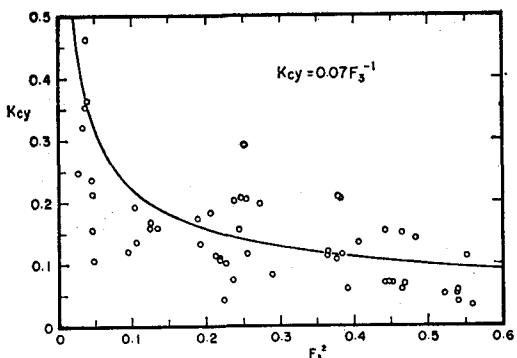


圖14 垂直主流方向(y-方向)之離心力係數 k_{c_y}

又根據各組檢定試驗（表一）及超高係數公式(12)式，則可由(9)式計算 y 方向離心力係數 k_{ey} ，計算結果如圖14，由此可看出 k_{ey} 與 F_3 有關係，並可表示如下式：

六、能量損失係數

主支流交滙後之能量損失不易由理論求之，但可由觀測之滙流段上下游水深及流速，配合能量方程式計算其試驗值。若為應用能量方程式以求滙流水深，則須先檢定估計能量損失之經驗公式。本研究根據檢定試驗之 F_3 、 n_{b2} 、 n_{d1} 、 n_{d2} 、 n_{q2} 等代入(10)式求得 k_L 值。此 k_L 值與 F_3 、 n_{b2} 、 n_{q2} 之關係示如圖15、16及17，可看出 k_L 與 F_3 無明顯關係，但與 n_{q2} 有密切關係，此一能量損失係數可以下表表之：

滙流段水深及水面壅高

明渠之初步設計中，常根據定量等速流況計算水深，但在有支流交滙的情形，滙流入口處之水深 d_1 及 d_2 均大於各自流量在等速流況下之水深，亦即表示滙流將導致滙流入口處及其上游之水位壅高，此一壅高以入口處為最大，其值等於 d_1 及 d_2 與等速流況下正常水深 d_{10} 及 d_{20} 之差，今將計算所得主流之壅高量示如圖18，由圖可知在本實驗範圍中，壅高量之值為正常水深之0.2至5.5倍以上，隨支流流量比之增加而增加，但隨 F_3 之增加而減少。

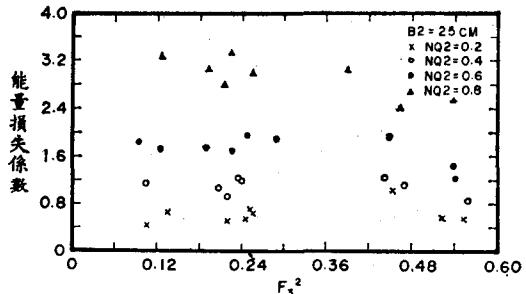


圖15 能量損失係數($n_{b_2}=0.5$)

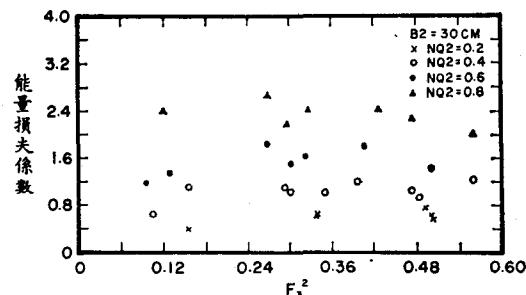


圖16 能量損失係數($n_{b2}=0.6$)

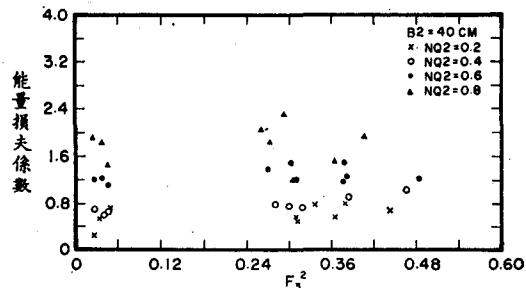


圖17 能量損失係數($n_{\text{bg}}=0.8$)

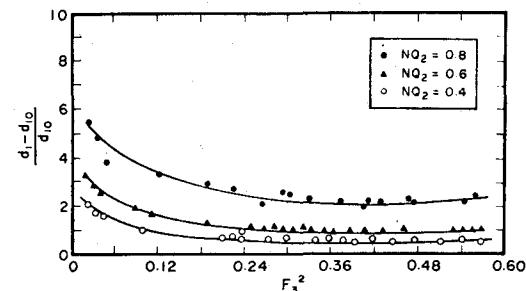


圖18 主流壅高量

由於滙流所造成之水面壅高的計算，也相當於計算滙流段入口水深 d_1 及 d_2 。在亞臨界流況下，若假設(1)成立，且用於計算 k_{ex} 及 k_L 之經驗公式均已獲得時，如(13)、(15)式，則在直角交滙的情況下，應用滙流段長度公式，求得③斷面位置後，若欲應用動量方程式以求解滙流水深，則可將 Q_3 、

Q_1 、 Z_1 、 Z_2 、 Z_3 、 d_3 、 ℓ 、 F_s^2 、 n 、 Q_1 、 k_{ex} 等代入連續方程式求得 n_{d2} ，由 x 方向動量方程式求出 n_{d1} ，再由假設(1)，

$$n_{h1} = n_{h2}$$

$$n_{d2} = n_{d1} + n_{z1} - n_{z2}$$

故可求得 n_{d2} ，另外將求出之 n_{d1} 、 n_{d2} 及 k_{ex} 、 k_{py} 代入 y 方向動量方程式可求得平均超高。

若欲應用能量方程式以求解滙流水深，則可在決定能量損失係數 k_L 後，將 Q_3 、 Q_1 、 Z_1 、 Z_2 、 Z_3 、 d_3 、 F_s^2 等配合假設(1)，代入能量方程式求出 n_{d1} 及 n_{d2} 。

應用動量方程式求解滙流水深時，因是非線性方程式，故須以試誤法求解，較為繁複，但若為規則渠道，則可應用圖解法。以矩形斷面渠道直角滙流之情形而言，欲應用動量方程式求解滙流水深，則可選擇不同之 n_{q1} 、 F_s 、 d_3/b_3 、 $n\sqrt{g/d_3^{1/6}}$ 及坡度，各代入動量方程式求解相當之 n_{d1} ，整理成共軸圖。今以坡度為 0.001 為例，所繪之共軸圖如圖19所示。因坡度在 0.001 時，坡度對於求解之結果無顯著影響⁽²⁾，故圖19可為設計矩形斷面直角滙流，渠坡在 0~0.001 時之參考。相同的方法，尚可擴充至其餘情形。由圖19可看出，若 F_s^2 小於 0.1，即 F_s 小於 0.3，則 n_{d1} 小於 1.05，即若取滙流段上游水深 d_1 等於 d_3 ，誤差在 5% 以下。

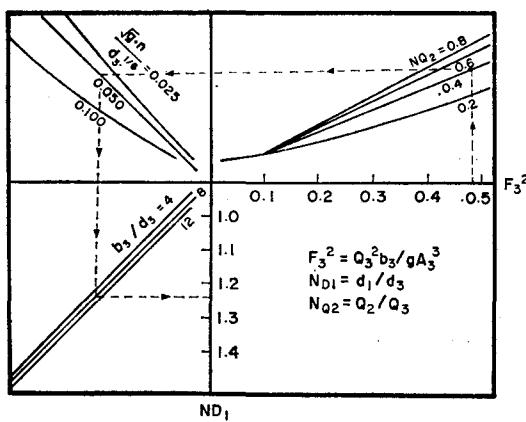


圖19

有關圖19之應用，示例如下：

例：直角交滙之渠道，矩形斷面，主槽寬度 5.5 公尺，曼寧糙率係數 $n=0.015$ 。滙入處主槽底床高程 8.2 公尺，支槽底床高程 8.3 公尺。滙流段下游斷面（即③號斷面）之水深 $d_3=0.75$ 公尺，流量 $Q_3=7.8$ CMS，支流流量 $Q_2=3.2$ CMS。試求滙流段上游之水位。

$$\text{解: } F_s^2 = Q_3^2 b_3 / g A_3^3 = (7.8)^2 \times (5.5) / [9.8 \times$$

$$(5.5+0.75)^3] = 0.486$$

$$n_{q2} = Q_2 / Q_3 = 3.2 / 7.8 = 0.41$$

$$\sqrt{g} n / d_3^{1/6} = \sqrt{9.8} \times 0.015 / (0.75)^{1/6} = 0.049$$

$$b_3 / d_3 = 5.5 / 0.75 = 7.3$$

應用求得之 F_s^2 、 n_{q2} 、 $\sqrt{g} n / d_3^{1/6}$ 及 b_3 / d_3 之值，則可由圖19求得 $n_{d1}=1.24$ ，因此滙流段上游主槽水深 d_1 及水位 h_1 各為：

$$d_1 = n_{d1} \cdot d_3 = 0.93 \text{ (公尺)}$$

$$h_1 = d_1 + z_1 = 0.93 + 8.2 = 9.13 \text{ (公尺)}$$

因由實驗觀察，主槽與支槽在滙入處之水位相等⁽²⁾，故支槽之水位亦為 9.13 公尺，水深 d_2 則為 0.83 公尺。

討論

一、動量方程式與能量方程式應用上之比較

亞臨界流況下，若假設(1)成立，且用於計算 k_{ex} 與 k_L 之經驗公式均已獲得時，如(13)式及(15)式，則應用前面已求得之滙流段長度公式，求得③斷面位置後，可由 x 動量方程式(8)式，或僅由能量方程式(10)式，均可計算滙流段上游水深 n_{d1} 及 n_{d2} 。因兩者計算上之繁簡程度相近，故方程式之選擇應視有關 k_{ex} 及 k_L 之經驗公式之精度而定。但若假設(1)不成立，則須聯合動量方程式及能量方程式計算 n_{d1} 及 n_{d2} 。

應用 y 方向動量方程式(9)式可求得滙流段之平均超高，由於滙流段平均超高遠小於滙流段上游水深壅高，故較不具重要性。

二、本研究所得之 x 方向離心力係數與伍⁽²⁾之結果比較，如圖9所示，顯示伍之結果較偏高，此可能因為在其研究中所取滙流段長度為定值且大多小於(11)式所取之滙流段長度之故。

三、本研究之實驗範中，所測得之 k_L 顯示與 F_s^2 並無顯著關係，此一結果與何及王⁽¹⁾之研究相似，因在他們之研究中，主流之混流能量損失率與 F_s 之關係為：

$$\Delta H_\alpha F_s^{1.727} = \left(\frac{V_s}{\sqrt{gd_3}} \right)^{1.727}$$

$$\div \frac{V_s^2}{2g} \cdot \frac{2}{d_3} \cdot \left(\frac{V_s}{\sqrt{gd_3}} \right)^{-1.273}$$

支流之混流能量損失率為：

$$\Delta H_\alpha F_s^{2.297} = \left(\frac{V_s}{\sqrt{gd_3}} \right)^{2.297}$$

$$\div \frac{V_s^2}{2g} \cdot \frac{2}{d_3} \cdot \left(\frac{V_s}{\sqrt{gd_3}} \right)^{0.297}$$

上式中 E_4 為主流下游斷面之比能。故混流之能量損失係數 ($\Delta H / \frac{V_3^2}{2g}$) 與 F_3 之幕次關係，在主流僅為 -0.273 次方，在支流僅為 0.297 次方，即二者與 F_3 之幕次關係不僅相反，且並不大。

結論

一、為能正確計算滙流段水深，首先應決定滙流段長度，本研究經由試驗分析，得出矩形斷面渠道直角滙流時之滙流段長度公式。在實際應用上，須以試誤法求滙流段長度，即先假設滙流段之長度，由迴水演算求得 F_3 值，則由(11)式亦可求得 ℓ 值，若與假設值不等，則重新假設滙流段之長度。

二、若有足夠良好之資料以檢定離心力係數及能量損失係數，則當主流在交滙處之水位可假設為相等時，僅應用動量方程式或僅應用能量方程式均可求得滙流處水深。其選用應視檢定所得之離心力係數公式之精度而定。因本研究目的之一為研討離心力之影響，故主要在驗證動量方程式。

三、主支流寬度比對滙流段水理現象的影響

由圖16可看出寬度比對於能量損失係數之大小有較明顯的影響，但對於離心力係數、超高係數及滙流段長度的影響並不顯著，其影響之主要因素為③斷面福祿數，這是因為本研究所進行之試驗多為亞臨界流況，故滙流段中之水理現象主要受到下游之影響。

四、因動量方程式之求解須應用試誤法，乃較為繁複，為便於工程設計之參考，對於規則渠道之交滙，建議應用圖解法，如圖19所示。由於滙流所造成之水面壅高量，可達等速流況下水深之 0.2 至 5.5 倍，其值隨支流流量比的增加而加大；隨滙流段下游福祿數之增大而減少。為求得此一壅高量，應先求得滙流段入口水深。此可應用動量方程式或能量方程式求得。應用動量方程式時，對於規則渠道之交滙，建議應用圖解法。圖19亦顯示，若滙流段下游之福祿數 (F_3) 小於 0.3 ，則若取滙流段上游水深 d_1 等於滙流段下游水深 d_1 ，則其誤差在 5% 以下。

致謝

本研究蒙顏清連教授及楊德良教授提供卓見，謹致謝忱。

參考文獻

- 王如意、何興亞，「溪流系統中滙流與分流水理分析及模型試驗之研究——花蓮嘉濃溪個案研究」，國立臺灣大學水工試驗所，研究報告第69號報告，民國73年。
- 伍勝國，「等寬明渠直角滙流段水理分析」，國立成功大學碩士論文，民國74年。
- 伍勝國、蔡長泰、顏沛華，「等寬明渠直角滙流段水理分析」，中國農業工程學會，農業工程學報，第31卷第4期，pp. 40~55，民國74年12月。
- 徐碧治，「明渠直角滙流段之水理分析」，國立成功大學碩士論文，民國75年。
- Best, J.L., "Separation Zone at Open-Channel Junction", Journal of Hydraulic Division, ASCE, pp. 1588-1594. 1984.
- Lin, J.D. and Soong, H. K., 1979, "Junction Losses in Open Channel Flow", Water Resources Research, Vol. 15, pp. 414-418. 1979.
- Mikhail, R., Chu, V.M. and Savage, S.B., 1975, "The Reattachment of a Two-Dimensional Turbulent Jet in a Confined Cross Flow," Proc. 16th International Association for Hydraulic Research Congress, Sao Paulo, Brazil, Vol. 3. 1975.
- Modi P.N., "Conformal Mapping for Channel Junction Flow," Journal of Hydraulic Division, ASCE, pp. 1713-1733, December. 1981.
- Prahl, J., and Strazisar, A., "The Effects of Bottom Friction on River Entrance Flow, with Cross flow," Proc. 16th Conference Great Lakes Research, pp. 615-625.
- Rodi, W., and Naot, D., "Calculation of Secondary Currents in Channel Flow", Journal of Hydraulics Div. ASCE, Vol. 108, Aug. pp. 948-968. 1973.
- Saliman, M. M., "the Hydraulic Characteristics of River Confluences," Modeling Hydraulic Processes, Section V. pp. 663-668. 1977.
- Taylor, E. H., "Flow Characteristics at Rectangular Open-Channel Junctions", Trans. ASCE, Vol. 109, pp. 893-912. 1944.
- Wong, R., and Robles, A., "Flood-Control Facilities for Unique Flood Problems", Journal of the Waterways, Harbors and Coastal Engs. Div. ASCE, Vol. 97 No. WW1, pp. 191-195, Feb, 1976.