

並流式噴霧乾燥之層流理論分析

Simulation of the Drying Process in Laminar Flow for a Concurrent Pneumatic Spray Dryer

國立台灣大學農機系副教授

國立台灣大學農機系研究助理

吳 中 興

黃 清 白

Wu, Chung-Hsing

Huang, Ching-Bair

摘 要

三十多年來對於噴霧乾燥性能現象的研究，及乾燥系統的設計，雖然有許多進展，但仍偏重於經驗的累積。在模式的建立上，從早期的一度空間流場，單方向熱傳與質傳等的簡單模式，隨著電腦高速計算能力的發展，模式愈來愈複雜，也更能描述噴霧乾燥的現象。

本文利用 Navier-Stokes 流力方程式，和 S. V. Patankar 提出的 SIMPLE 演算法的觀念，建立乾燥室內的流場，再配合 C. T. Crowe 和 J. N. Chung 所提出的 PSI-Cell Source 模式，發展出噴霧乾燥的模擬程式。模擬結果與 W.P. Manning 的實驗數據相互驗證，結果十分吻合。從模擬的結果中，將可以使我們在微觀上更清楚瞭解噴霧乾燥的過程，進而與整個乾燥系統的設計工作相輔相成。

Abstract

Considerable efforts have been devoted to the development of models to assist the interpretation of the performance and the design of spray dryers in the past 30 years. However, it mainly depends on the accumulation of experimental results. In the early stage, the simulation is very simple, such as One-Way Coupling and One-Dimensional Model. With the progress of the computer, more rigorous models now become possible.

The study used numerical analysis to simulate the flowfield in the drying chamber and the drying process of droplets in a concurrent pneumatic spray dryer. The model was developed by using Navier-Stokes equation, SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equation) algorithm and PSI-Cell (Particle-Source-In-Cell) model. The calculated results were well verified by the experimental data giving by Manning. Based on the simulated results, we are able to understand the microscopic phenomena of spray drying more clearly. Those results will further be applied to enhance the technology on the design work for a practical spray dryer.

一、前言

噴霧乾燥是將流體狀的原料，噴進加熱的乾燥介質中，轉變成乾的微小粒子，是一種連續性粒子形成及乾燥的過程。進料的形式可以是溶液(solution)、懸浮液(suspension)或糊泥狀(slurry)。乾燥後的成品形式有粉末(powder)、粒子(particle)或團塊(agglomerate)，係依原料的物理性質、化學性質及乾燥設備而不同。

噴霧乾燥系統，因具有以下的優點，而在應用上愈形重要：

1. 構造簡單，運轉容易。
2. 連續運作之過程，適合大量生產及全自動化控制。
3. 可由乾燥系統設計及操作條件的調整，而達到成品要求的規格。
4. 因曝露於高溫環境的時間短，可應用於熱敏感性的物質，例如卵白和酵母。
5. 熱能利用效率很高。
6. 某些乾燥過程，易與空氣發生反應，或產生有毒氣體，應用此種系統，較他種乾燥設備容易加以控制。

以往噴霧乾燥的產品，多屬於化工或醫藥方面。在食品工程的應用上，最早是用在乳品的加工，現在也用來製造咖啡、香料、茶葉、玉蜀黍澱粉和果汁粉等。

二、研究目的

噴霧乾燥的過程，大致可分為原料的微粒化，液態粒子與乾燥介質的接觸，水份的蒸發，及粒子與乾燥介質的分離等四個步驟。其相關的物理現象非常複雜，包括有質量、動量和能量的轉移。以往對於噴霧乾燥機的設計，大都依憑豐富的經驗累積，而對於乾燥室內的流場，及熱量與質量轉移(transfer)的過程，幾乎無法掌握。因此本文建立數值分析模式，利用電腦快速的計算能力，來模擬噴霧乾燥過程的物理現象，以為乾燥系統建立與操作的依據。

三、流場分析

對於噴霧乾燥機的設置，及其內部乾燥介質的流動，若考慮熱空氣與噴霧液滴混合的方式，可將乾燥系統分類為並流式、逆流式及混合流三大類，其中又有水平流、垂直上升流及垂直下降流的區分。若以熱空氣通過乾燥裝置的方式分類，則有迴轉

流(熱空氣側向進入)及單向流(熱空氣軸向進入)兩種⁽¹⁾。實際上大部分噴霧乾燥機的設置方式，使得乾燥介質的流場，很難加以分析。本文先從單的二度空間層流流場開始，建立噴霧乾燥流場的模擬程式。

流場的統制方程式，通常為非線性的偏微分方程。為了簡化運算處理，本文對乾燥介質層流流場的分析，作以下的假設：

1. 乾燥室為圓筒形，乾燥介質由軸向進入，並垂直下降，流場呈軸對稱分佈 (axisymmetric flow)，為二度空間流。
2. 流場為穩定狀態 (steady state flow)。
3. 流體為牛頓流體 (Newtonian fluid)，黏度與密度為定值。
4. 重力在軸向方向 (Axial direction)。

根據上述假設，可將統制方程式 (Governing Equations) 以圓柱座標 (Cylindrical-Polar Coordinate) 表示如下：

1. 連續方程式 (Continuity Equation)

$$\frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial x} v(\rho ur) + \frac{\partial}{\partial r} (\rho vr) \right] = 0 \cdots (1)$$

2. 軸向動量方程式 (Axial Momentum Equation)

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial x} (\rho uru) + \frac{\partial}{\partial r} (\rho vr u) \right] = - \\ \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial x} (\tau_{xx} r) + \frac{\partial}{\partial r} (\tau_{xr} r) \right] - \rho g \\ \cdots \cdots \cdots (2) \end{aligned}$$

其中 τ_{ij} 為由流體分子黏性 (molecular viscosity) 所造成的剪應力，以張量表示為

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \cdots \cdots (3)$$

將(3)式代入(2)式中，可得下列方程式

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial x} (\rho uru) + \frac{\partial}{\partial r} (\rho vr u) - \frac{\partial}{\partial x} \right. \\ \left. (r\mu \frac{\partial u}{\partial x}) - \frac{\partial}{\partial r} (r\mu \frac{\partial u}{\partial r}) \right] = - \frac{\partial p}{\partial x} - \rho g \\ \cdots \cdots \cdots (4) \end{aligned}$$

3. 徑向動量方程式 (Radial Momentum Equation)

分析方法同軸向動量方程式，結果寫為下式

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial x} (\rho urv) + \frac{\partial}{\partial r} (\rho vr v) - \frac{\partial}{\partial x} (r\mu \right. \\ \left. \frac{\partial v}{\partial x}) - \frac{\partial v}{\partial r} (r\mu \frac{\partial v}{\partial r}) \right] = - \frac{\partial p}{\partial r} \cdots \cdots (5) \end{aligned}$$

4. 能量方程式 (Energy Equation)

根據熱力學第一定律 $dE = dQ + dW$ 的推導，忽略位能的考慮，可以將能量方程式表示為下式：

$$\frac{D}{Dt} [e + \frac{1}{2}(u^2 + v^2)] = -\frac{1}{\rho r} [\frac{\partial q_x r}{\partial x} + \frac{\partial q_r r}{\partial r}] - \frac{1}{\rho r} [\frac{\partial}{\partial x} (p u r) + \frac{\partial}{\partial r} (p v r)] + \frac{1}{\rho r} \frac{\partial}{\partial x_j} (\tau_{ij} u_i r) \quad (6)$$

其中 $\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial r} = u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial r}$ (steady state 狀態)

爲了只推導內能 e 的熱能方程式，須將(6)式減去動能方程式

$$\frac{D}{Dt} [\frac{1}{2}(u^2 + v^2)] = -\frac{1}{\rho} [u \frac{\partial p}{\partial x} + v \frac{\partial p}{\partial r}] + \frac{u_i}{\rho} \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (7)$$

$$\text{則可得 } \frac{De}{Dt} = -\frac{1}{\rho r} [\frac{\partial q_x r}{\partial x} + \frac{\partial q_r r}{\partial r}] - \frac{p}{\rho r} [\frac{\partial u r}{\partial x} + \frac{\partial v r}{\partial r}] + \frac{\phi}{\rho} \quad (8)$$

$$\text{其中 } \phi = \frac{\tau_{ij}}{r} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \frac{1}{r} [\tau_{xx} \frac{\partial u}{\partial x} + \tau_{xr} \frac{\partial u}{\partial r} + \tau_{rx} \frac{\partial v}{\partial x} + \tau_{rr} \frac{\partial v}{\partial r}]$$

再根據熱傳導定律 $q = -k \frac{\partial T}{\partial X}$ 及連續方程式(1)改

$$\text{寫(8)式爲 } \frac{De}{Dt} = \frac{1}{\rho r} [\frac{\partial}{\partial x} (k r \frac{\partial T}{\partial X}) + \frac{\partial}{\partial r} (k r \frac{\partial T}{\partial r})] + \frac{\phi}{\rho} \quad (9)$$

由於內能 e 不方便作爲實際物理量的指標，根據焓

$$\begin{aligned} (\text{enthalpy}) \text{ 的定義: } h &= e + \frac{p}{\rho} \text{ 得 } \frac{Dh}{Dt} \\ &= \frac{De}{Dt} + \frac{D(P/e)}{Dt} = \frac{De}{Dt} + \frac{1}{\rho} \frac{DP}{Dt} \quad (\text{密度爲定值}) \end{aligned}$$

則(9)式可以下式代換

$$\frac{Dh}{Dt} = \frac{1}{\rho r} [\frac{\partial}{\partial x} (k r \frac{\partial T}{\partial X}) + \frac{\partial}{\partial r} (k r \frac{\partial T}{\partial r})] + \frac{1}{\rho} \frac{DP}{Dt} + \frac{\phi}{\rho} \quad (10)$$

若乾燥介質的比熱爲定值，即 $h = e + RT = e + (C_p - C_v)T = C_p T$

則可以溫度 T 作爲能量方程式之參數，得

$$\frac{Dh}{Dt} = C_p \frac{DT}{Dt} = \frac{1}{\rho r} [\frac{\partial}{\partial x} (k r \frac{\partial T}{\partial X}) + \frac{\partial}{\partial r} (k r \frac{\partial T}{\partial r})] + \frac{1}{\rho} \frac{DP}{Dt} + \frac{\phi}{\rho}$$

$$\frac{\partial T}{\partial r})] + \frac{1}{\rho} \frac{DP}{Dt} + \frac{\phi}{\rho} \quad (11)$$

若溫度 T 以絕對溫標 ($^{\circ}K$) 來表示，根據理想氣體定律 $p = \rho R T \Rightarrow$

$$\frac{dp}{p} = \frac{de}{\rho} + \frac{dT}{T}, \text{ 可以發現 } T \gg R \text{ 時在低速的情}$$

形下， dp 相對於 dT 的影響可以忽略。而 $\phi = \frac{\tau_{ij}}{r}$

$\frac{\partial u_i}{\partial x_j}$ 正比於速度的平方，在低速狀態下，其值相對於其他項的值亦可以忽略。因此(11)式可以化簡爲

$$\frac{1}{r} [\frac{\partial}{\partial x} (\rho u r T) + \frac{\partial}{\partial r} (\rho v r T) - \frac{\partial}{\partial x} (r \frac{K}{C_p} \frac{\partial T}{\partial x}) - \frac{\partial}{\partial r} (r \frac{K}{C_p} \frac{\partial T}{\partial r})] = 0 \quad (12)$$

其中 $\frac{K}{C_p}$ 可改寫爲 $\frac{\mu}{Pr}$ 。對於雙原子氣體而言， Pr 約爲定值 0.7，不隨溫度而變化，可較方便於計算。

5. 含水率守恒方程式 (Concentration Equation)

質量傳遞的分析方法，基本上類似於熱量傳遞，而其最後結果的方程式則完全相同，只是將熱傳係數代換以質傳係數，結果寫爲

$$\frac{1}{r} [\frac{\partial}{\partial x} (r \rho u C_v) + \frac{\partial}{\partial r} (r \rho v C_v) - \frac{\partial}{\partial x} (r \rho D_v \frac{\partial C_v}{\partial x}) - \frac{\partial}{\partial r} (r \rho D_v \frac{\partial C_v}{\partial r})] = 0 \quad (13)$$

邊界條件：

1. 入口：入口設定爲平行流場 (uniform velocity)。

2. 出口：出口處的邊界條件 r 很難預知，此處假設流場在出口時已呈完全發展流 (fully developed) 型態。

3. 中心線：假設流場呈中心線對稱。

4. 固體邊界：假設乾燥介質爲黏性流體，在固體邊界呈不滑動狀態 (nonslip)，軸向速度爲零。

四、數值分析

以上統制方程式中，各非線性方程式之間互有關聯，很難以解析的方法 (Analytic Method) 求得解答，唯有訴諸數值分析。而數值法亦有多種，本文採用有限差分法 (Finite Difference) 作爲

基礎，且在衆多有限差分法的運算技巧中選用Spalding 和 Patanker (1972)所發展出的SIMPLE 演繹規則 (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equation algorithm)。首先將全部的統制方程式寫成通式，以利電腦反覆運算之用：

$$\frac{1}{r} \left[-\frac{\partial}{\partial x} (\rho u r \phi) + \frac{\partial}{\partial r} (\rho v r \phi) \right] \dots \dots \dots \text{對流項}$$

$$-\frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial x} (r \Gamma \phi \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial r} (r \Gamma \phi \frac{\partial \phi}{\partial r})) \right] \dots \dots \dots \text{擴散項}$$

$$= S \phi \dots \dots \dots \text{源項} \dots (14)$$

表 1 層流統制方程式的通式中各代號的意義

統制方程式	ϕ	$\Gamma \phi$	$S \phi$
連續方程式	1	0	0
軸向動量方程式	u	μ	$-\frac{\partial p}{\partial x} - \rho g$
徑向動量方程式	v	μ	$-\frac{\partial p}{\partial r}$
能量守恒式	T	$\frac{\mu}{Pr}$	0
含水率守恒式	Cw	ρD_w	0

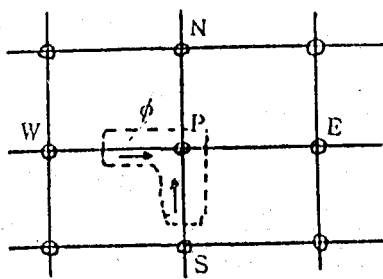


圖 1 P點變數的配置

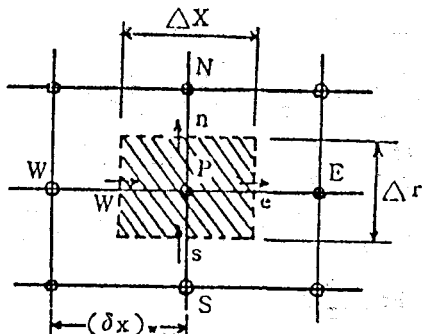


圖 2 ϕ 的控制體積

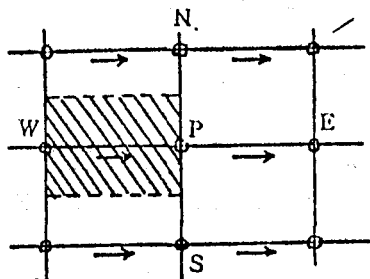


圖 3 u 的控制體積

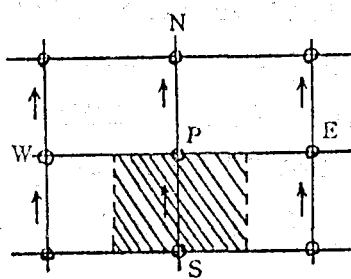


圖 4 v 的控制體積

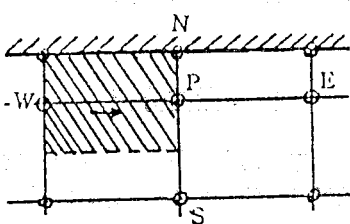


圖 5 邊界 ϕ 的控制體積

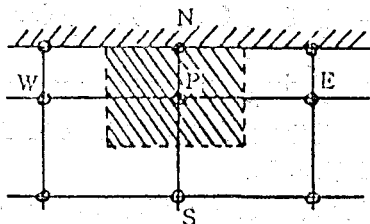


圖 6 邊界 u 的控制體積

其中各項所代表的意義如表 1 所示。將整個欲模擬的噴霧乾燥室，劃以格子以後，各物理變數的配置圖如圖 1-6 所示。

本文利用對控制體積分的方法，將微分形式的統制方程式(14)式化成差分的形式：

$$\iiint_{\Delta v} \left\{ \frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial x} (\rho u r \phi - r \Gamma \phi \frac{\partial \phi}{\partial x}) + \frac{\partial \phi}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial r} (\rho v r \phi - r \Gamma \phi \frac{\partial \phi}{\partial r}) \right\} = S \phi \} dv \quad (15)$$

其中 $dv = dx dr (rd\theta)$

得 $J_e A_e - J_w A_w + J_n A_n - J_s A_s =$

$$\iiint_{\Delta v} S \phi dv \quad (16)$$

其中 $J_i A_i = [(\rho u \phi)_i - \Gamma \phi \frac{\partial \phi}{\partial x}]_i A_i$,
 $i = e, w, n, s$

以 $P-W$ 之間的通量 $J_w A_w$ 為例，化簡如下：

$$\begin{aligned} J_w A_w &= [(\rho v \phi)_w - (\Gamma \phi \frac{\partial \phi}{\partial x})_w] A_w \\ &= [(\rho u)_w \frac{\phi_p - \phi_w}{2} - \frac{\Gamma_w (\phi_p - \phi_w)}{2(\delta x)_w}] A_w \\ &= \frac{1}{2} F_w \phi_p - \frac{1}{2} F_w \phi_w - \frac{1}{2} D_w \phi_p + \frac{1}{2} D_w \phi_w \end{aligned} \quad (17)$$

其中 $F_i = (\rho A)_i u_i$, $D_i = (\frac{\Gamma}{\delta x})_i A_i$,
 $i = e, w, n, s$

在疊代過程中，爲了有助於收斂，將通式(14)中的源項線性化，爲 $\iiint_{\Delta v} S \phi dv = (S_p^* \phi + S_c \phi)_{\Delta v}$

且須 $S_p^* < 0$ 以避免數值計算時，產生發散的情況。

$$a_p \phi_p = a_e \phi_e + a_w \phi_w + a_n \phi_n + a_s \phi_s + b \quad (18)$$

其中 $a_e = D_e - \frac{F_e}{2}$, $a_w = D_w + \frac{F_w}{2}$

$$a_s = D_s + \frac{F_s}{2}, \quad a_n = D_n - \frac{F_n}{2}$$

$$a_p = a_e + a_w + a_s + a_n + (F_e - F_w + F_n - F_s) - S_p^* \Delta v$$

$$b = S_c^* \Delta v$$

爲了確保差分方程式能滿足守恒條件，且合乎物理意義，推導出的差分式必須符合方程式中各項係數皆爲正值的條件。定義 $P_i = \frac{(\rho u)_i (\delta x)_i}{\Gamma_i} = \frac{F_i}{D_i}$ ，且採用 Patankar (1980) 所提出的乘幂差分法 (Power-Law Scheme)，既近似真解也不會使電腦計算負荷太重。且將連續守恒方程式對控制體積分可得

$$F_e - F_w + F_n - F_s = 0 \quad (20)$$

因此差分方程式(19)推演到最後的形式爲

$$a_p \phi_p = a_e \phi_e + a_n \phi_n + a_s \phi_s + a_w \phi_w + b \quad (21)$$

其中 $a_e = D_e A(|P_e|) + [0, -F_e]$

$$a_w = D_w A(|P_w|) + [0, F_w]$$

$$a_s = D_s A(|P_s|) + [0, F_s]$$

$$a_n = D_n A(|P_n|) + [0, -F_n]$$

$$a_p = a_e + a_n + a_s + a_w - S_p^* \Delta v$$

$$b = S_c^* \Delta v$$

函數 $A(|P_i|) = [0, (1 - 0.1|P_i|)^5]$ (22)

動量差分方程式推導過程與通式類似，不同的地方有下列幾點：

1. 速度控制體積區域，與其他物理量不同，如圖 3-4 所示。

2. 壓力爲待求的物理量，將其獨立於源項之外積分，

$$\text{即 } \iiint_{\Delta v} \left(\frac{\partial P}{\partial X} \right)_i dv = (P_i - P_P) A_i \quad (23)$$

以圖 3-4 為例，動量差分式推導得

$$\text{軸向：} a_w u_w = \sum a_i u_i + b + (P_w - P_P) A_w,$$

$$i = n, e, w, s \quad (24)$$

$$\text{徑向：} a_s v_s = \sum a_i v_i + b + (P_P - P_N) A_n \quad (25)$$

從 (24), (25) 式中可見，只有當壓力場已知或預先設定，流場內的速度才可由動量方程式中解出，也只有正確的壓力場，所解出的速度，才能滿足連續守恒式。若以 * 符號表示預測值，即差分式中的物理量仍未達到收斂，將 (24), (25) 式寫爲

$$a_w u_w^* = \sum a_i u_i^* + b + (P_w^* - P_P^*) A_w \quad (26)$$

$$a_n v_n^* = \sum a_i v_i^* + b + (P_P^* - P_N^*) A_n \quad (27)$$

因本文利用疊代的方法，來求解流場的性質，若以 ' 符號表經過一次運算以後所得到的校正值，則流場性質的正確值應爲

$$\phi = \phi^* + \phi' \quad (28)$$

利用(28)式的關係，以(24)式減去(26)式可得

$$a_w u_w' = \sum a_i u_i' + (P_w' - P_P') A_w \quad (29)$$

由於本文是利用壓力的校正來解速度流場，因此 (29) 式中的速度校正項，已內含在後項的壓力校正中，再則爲了不與鄰近各點之間的速度場關係，太

過於複雜以致無法求解，因此將(29)式取捨為

$$u_w' \doteq \frac{A_w}{a_w} (P_w' - P_P') \dots\dots\dots(30)$$

所以下次疊代時所代回的速度值為

$$u_w = u_w' + \frac{A_w}{a_w} (P_w' - P_P') \dots\dots\dots(31)$$

$$V_s = V_s' + \frac{A_s}{a_s} (P_s' - P_P') \dots\dots\dots(32)$$

從 (24), (25) 式中看出，只有正確的壓力場所解出的流場，才能滿足連續守恒方程式，因此可以利用連續方程式來求壓力的校正量。如圖 2 的控制體積中，連續差分式為

$$(\rho u)_e A_e - (\rho u)_w A_w + (\rho v)_n A_n - (\rho v)_s A_s = 0 \dots\dots\dots(33)$$

將(31), (32)速度公式代入(33)式中，經整理得

$$a_P P_P' = \sum a_i P_i' + b \dots\dots\dots(34)$$

其中 $a_i = \rho_i \frac{A_i}{a_i}$, $i = E, N, W, S$, $i = e, n, w, s$
 $a_P = a_E + a_W + a_N + a_S$

$$b = (\rho u)_w A_w - (\rho u)_e A_e + (\rho v)_s A_s - (\rho v)_n A_n$$

從 (34) 式可以看出，當 b 項為零時，此時的速度流場恰可以滿足連續方程式，即表示流場性質已收斂。

整理上述的求解步驟，以圖 7 所示之流程圖表示。

由差分方程式中可以看出，節點 P 的流場性質，與鄰近的四個節點 N, E, W, S 的性質，有很大的關係，而鄰近四個節點的性質，其中有的仍是待解的值。本文利用 TDMA (Tri-Diagonal Matrix Algorithm) 的方法，來解決這個問題。另外，本研究也考慮以疊代法解非線性的問題時，為避免因數值變化太大而無法收斂，因此使用某種程度的下鬆弛 (under relaxation)。

五、噴霧液滴乾燥過程的傳遞模式

噴霧乾燥系統所使用噴嘴的形式，大致可分為迴轉式 (Rotary Atomizing Nozzle)、壓力式 (Pressure Nozzle)、流力霧化式 (Pneumatic Nozzle) 和聲力式 (Sonic Nozzle)，其所利用於霧化的能量方式各有所不同，本文僅針對流力霧化噴霧器，在二度空間流場中的乾燥現象為探討對象。

利用高速照相技術拍攝結果顯示，噴霧時先形成網膜，再破裂成大顆粒，再然後才碎裂成小粒子。小粒子須經一小段距離後，才能穩定下來，此時液滴粒子達到乾燥介質的濕球溫度。由於噴嘴所噴出的低溫空氣的影響，在噴嘴附近區域內的粒子蒸發率非常小，因此靠近噴嘴附近區域的乾燥現象，本文暫時不予考慮。

從實驗的量測結果，發現噴霧液滴大部份呈球形，因此本文以球形粒子作為探討的對象。粒子在乾燥飛行途中，受到多種形式的阻力，其中以粒子及乾燥介質之間相對速度所引起的阻力最為重要。阻力 F_D 的影響因素，有粒子表面接觸截面積 A_P ，乾燥介質密度 ρ_t ，黏度 μ_t ，粒子與乾燥介質的相對速度 V_r ，即 $F_D = f(A_P, \rho_t, \mu_t, V_r)$ 。利用因次分析法可得 $F_D = C_D A_P \frac{\rho_t V_r^2}{2}$ ，其中 C_D 為阻力係數。阻力係數 C_D 與粒子的雷諾數 (Reynolds number) 有關，亦與噴霧液滴粒子的變形，內部的流動，粒子加速及粒子的蒸發有關。這些影響因子很複雜，

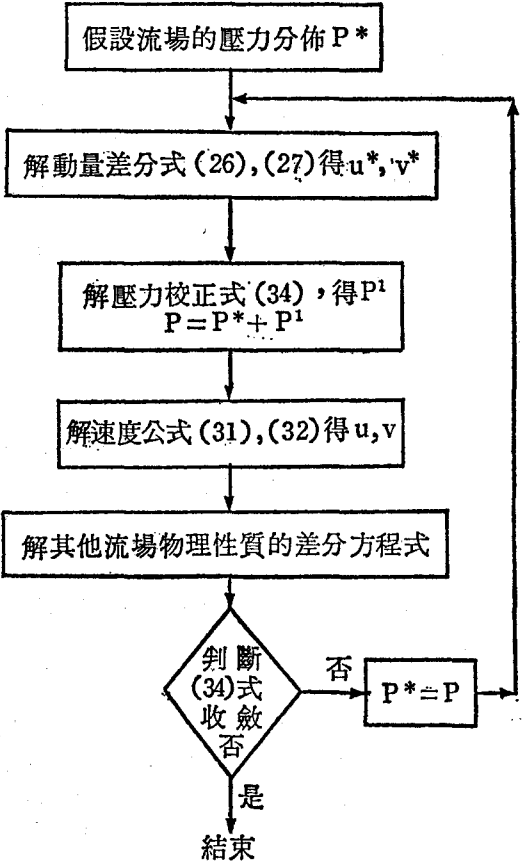


圖 7 流場求解流程圖

本文只考慮一般情況，而假設液滴的阻力係數與固體圓球相同。固體圓球阻力係數的研究，已有多人發表，結果歸納如下：

$$C_D = b/R_e^n \dots\dots\dots (35)$$

$$0 < R_e < 2 (\text{Stoke's 定律}) \dots b = 24, n = 1$$

$$2 < R_e < 500 \dots\dots\dots b = 18.5, n = 0.6$$

$$5000 < R_e < 2 \times 10^5 (\text{Newton's 定律})$$

$$\dots\dots\dots b = 0.44, n = 0$$

對於噴霧液滴的乾燥現象，爲了求取模式驗證上的方便，本文以水滴爲探討對象，亦即暫時不考慮減率乾燥的情況。根據 Marshall (1955) 的實驗結果顯示，在乾燥過程中，水滴粒子的溫度，一直維持著乾燥介質的濕球溫度。由於噴霧乾燥過程中，粒子飛行與乾燥介質接觸，據 Frössling 的實驗結果顯示，在液滴前頭與乾燥介質接觸的地方，蒸發率最大，相對的在背後蒸發率最小。但 Charlesworth (1960) 的研究指出，由於噴霧作用的紊流效應，粒子在乾燥飛行過程中，亦不斷旋轉運動；若假設粒子的旋轉運動爲任意 (Random) 且快速，則可將蒸發作用視爲球狀對稱。

在乾燥時期，水滴粒子之內部流體，仍在循環流動時的質傳及熱傳係數，前人曾根據實驗結果加以迴歸分析 (Wijlhuizen 1979) 得

$$N_u = 1.13(R_e \cdot P_r)^{0.5} \dots\dots\dots (36)$$

$$S_h = 1.13(R_e \cdot S_c)^{0.5}$$

$$2 < (R_e \cdot P_r)^{1/2} < 100 \dots\dots\dots (37)$$

雖然 Miura (1979) 曾研究粒子羣的質傳與熱傳現象，而修正了 (36) 式與 (37) 式，然而實際應用時，仍無法確切量測液滴之間的關係。因此本文分析噴霧液滴的乾燥現象時，假設粒子彼此之間有相當的距離而各自蒸發。以下將敘述噴霧液滴的乾燥模式：

1. 粒子運動方程式

液滴粒子在飛行時受到重力、浮力及空氣阻力的作用。根據牛頓第二運動定律，粒子的運動方程式寫爲

$$\frac{4}{3} \pi r_p^3 g (\rho_p - \rho_f) - \frac{\rho_f A_p C_D}{2} |V_f - V_p| (V_f - V_p) = m_p \frac{dV_p}{dt} \dots\dots\dots (38)$$

$$\text{令 } f_D = \frac{C_D R_e}{24}, \text{ 化簡 (38) 式爲}$$

$$\frac{dV_p}{dt} = \frac{18 \mu f_D}{\rho_p d_p^2} (V_f - V_p) + \left(\frac{\rho_p - \rho_f}{\rho_p} \right) g \dots\dots\dots (39)$$

$$g \dots\dots\dots (39)$$

積分 (39) 式可得

$$V_p = V_f + (V_{p0} - V_f) \exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau}\right) + \left(\frac{\rho_p - \rho_f}{\rho_p} \right) g \tau [1 - \exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau}\right)] \dots\dots\dots (40)$$

$$\text{其中 } \tau = \frac{\rho_p d_p^2}{18 \mu f_D}$$

2. 粒子的質量傳遞方程式

根據 Reynolds 傳遞理論，水份質量傳遞方程式爲

$$\frac{dm}{dt} = -\rho_s v_s A_p \dots\dots\dots (41)$$

其中 v_s 爲水分向外移動速度。

根據 Fick 的傳遞定律指出

$$\rho_s v_s = S_h \frac{\rho_f D_v (C_{v,s} - C_v)}{d_p} \dots\dots\dots (42)$$

因此質量傳遞方程式可以寫爲

$$\frac{dm}{dt} = -S_h \pi d_p \rho_f D_v (C_{v,s} - C_v) \dots\dots\dots (43)$$

3. 粒子的熱量傳遞方程式

$$\text{熱力學第一定律指出 } m C_p \frac{dT_p}{dt} = Q_p A_p +$$

$$Q_L \frac{dm}{dt} \dots\dots\dots (44)$$

對於熱量來源，此處只考慮對流時之熱傳遞量

$$Q_p = N_u \frac{K (T_f - T_p)}{d_p} \dots\dots\dots (45)$$

化簡 (44) 式爲

$$\frac{dT_p}{dt} = \frac{T_f - T_p}{\theta} - \lambda \frac{C_{v,s} - C_v}{\theta} \dots\dots\dots (46)$$

$$\text{其中 } \theta = \frac{\rho_p d_p^2 C_p}{6 N_u K}, \quad \lambda = \frac{Q_L S_h \rho_f D_v}{N_u K}$$

積分 (46) 式可得

$$T_p = T_{p0} + (T_f - T_{p0}) \exp\left(-\frac{\Delta t}{\theta}\right) - \lambda$$

$$(C_{v,s} - C_v) [1 - \exp\left(-\frac{\Delta t}{\theta}\right)] \dots\dots\dots (47)$$

液滴粒子的乾燥模式，尚須配合空氣的熱力學性質，茲將較爲重要者敘述如下：

1. 濕空氣比熱

$$C_p = 0.24 + 0.46H \text{ Kcal/kg}^\circ\text{C} \dots\dots\dots (48)$$

2. 空氣密度

$$\rho_f = \frac{1 + H}{\frac{22.41}{29} + \frac{22.41H}{8.02}} \times \frac{273}{273 + T}$$

$$\text{kg/m}^3 \dots \dots \dots (49)$$

3.水蒸氣蒸發熱

$$Q_L = 2500 - 2.25T \text{ J/kg} \dots \dots \dots (50)$$

4.水蒸氣擴散係數

$$D_v = 5.28 \times 10^{-9} (T - 273)^{2/3} \text{ m}^2/\text{sec} \dots \dots (51)$$

5.空氣的熱傳導率 $K = 4.5 \times 10^{-8} + 7.26 \times$

$$10^{-5} (T + 273) \text{ J/m} \cdot \text{sec}^\circ\text{K} \dots \dots \dots (52)$$

6.空氣飽和蒸氣壓 $P_{v,s} = \exp[23.1863 -$

$$\frac{3809.4}{226.7 + T}] P_a, 57^\circ\text{C} < T < 135^\circ\text{C}$$

$$7. \text{空氣絕對濕度 } H = \frac{18P_{v,s}}{29(10^5 - P_{v,s})}$$

6.乾燥介質流場與噴霧液滴的關係

本文利用 Crowe(1977)所提出的PSI-Cell模式 (Particle-Source-In Cell Model) 來說明乾燥介質與噴霧液滴的關係，其觀念是將乾燥室割劃成許多小計算單元(Cell)，每一單元視為一控制體積，在其中所佔據的液滴粒子，將質量、動量及能量轉移給乾燥介質，而液滴在方格中進行乾燥作用時，也受計算單元內乾燥介質的條件所影響，這種觀念即是所謂雙向連結(Two-Way Coupling)。

對於乾燥介質的分析，利用歐依列文方法 (Eulerian approach)，將連續、動量、能量守恆式同時解答，得到每一計算單元內乾燥介質的速度、溫度等性質。而液滴粒子的分析則採用拉格烈林方法 (Langrangian approach)，將每一粒子的運動方程式積分，得到粒子的軌跡，而在這軌跡上計算熱傳遞與質量傳遞，並對乾燥介質的動量、能量方程式等產生一源項。各源項值如表 2 所示。

表 2 液滴粒子對乾燥介質產生之源項值

統制方程式	所增加的源項值
連續方程式	$\dot{n} \Delta t (m_{in} - m_{out})$
軸向量方程式	$\dot{n} g \int_0^{t_{cell}} m dt$
能量方程式	$\dot{n} \Delta t (h_{fg} \frac{dm}{dt} - q)$
含水率方程式	$\dot{n} (m_{in} - m_{out})_{vapor}$

因此整個噴霧乾燥模式的求解步驟敘述如下：

(1) 假設乾燥室內無液滴粒子的存在，求得流場及溫度的分布。

(2) 計算液滴粒子的軌跡，並在軌跡上求得粒子的溫度與質量。

(3) 計算液滴粒子對乾燥介質產生的源項。

(4) 加入源項，重解乾燥室流場及溫度分布。

(5) 重覆(2)~(4)步驟，直至收斂。

六、模式的驗證與結果

此次模擬以 Manning 及 Gauvin(1960)的實驗結果為驗證對象，其實驗裝置如圖 7 所示，流場格子系的畫分如圖 8 所示。熱空氣 106°C ，流量 0.038 kg/sec ；噴霧液滴原料為純水，流量 $5.5 \times 10^{-4} \text{ kg/sec}$ ，溫度 24°C ；噴嘴型式為二流式噴嘴，噴霧冷空氣流量為 $9 \times 10^{-4} \text{ kg/sec}$ 。此型空氣霧化噴嘴，噴出的水霧為實心圓柱狀，角度為 15° 。噴出水滴商特平均直徑 (SMD) 為 $12 \mu\text{m}$ ，粒子的初速度為 $12 \sim 61 \text{ m/sec}$ 。

根據 Manning 高速照像結果顯示，大顆液滴粒子有較大的速度，且多分布在霧柱的外圍。因此為了電腦計算的方便，噴霧的水滴粒子的分佈以四項個別的粒徑，及所佔質量率為代表，如表 3 所示，且根據 Crowe (1979) 所假設的最大的粒子 ($40 \mu\text{m}$) 約在霧柱的外圍，初始離中心線 15 mm ，最小的粒子由中必線 5 mm 起算。

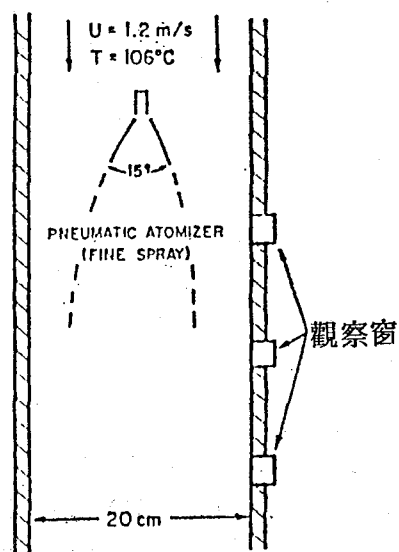


圖 7 Manning 實驗示意圖

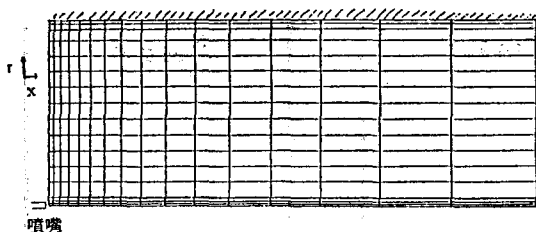


圖 8 平行流場格子系的畫分

表 3 Manning 實驗四種粒徑的性質

粒徑 (μm)	質 量 比 例	速 度 m/sec
5	0.21	9.5
15	0.33	24.
25	0.32	44.
40	0.14	80.

模擬的速度分佈圖，如圖 9 所示，從噴嘴噴出

的霧化空氣，在中心線附近造成很大的速度，而後由於粘滯阻力效應，及粒子蒸發出來的水氣產生遲滯效果，因此愈下游，風速愈平滑。

模擬之空氣溫度分佈，如圖10所示，從噴嘴噴出 24°C 的霧化空氣，在 $\frac{x}{D}=0.24$ 處時已加溫至 63°C ，由於加熱霧化冷空氣，及水滴粒子蒸發時所需之熱量，係由熱空氣而來，使得在噴霧區的溫度降低，而愈下游由於熱對流的結果，溫度曲線也較為平滑。

圖11為四項粒徑，在乾燥過程中減小的曲線，從圖上可以看出，剛開始粒徑減小較緩，因霧化空氣溫度較低，使得近噴霧處液滴蒸發較小。而且小液滴粒徑減小的速率，較大顆粒水滴為快（曲線斜率較陡），可知霧化粒徑的大小分佈，對乾燥性能影響非常大。

模擬水滴之 SMD 在乾燥過程的變化，與 Manning 實驗量測之結果，如圖12所示。由於，下游之小粒子已蒸發完畢，剩下的大粒子使得平均粒徑增大。從圖中可以看出模擬結果偏大，但其數值與趨勢非常接近量測結果。

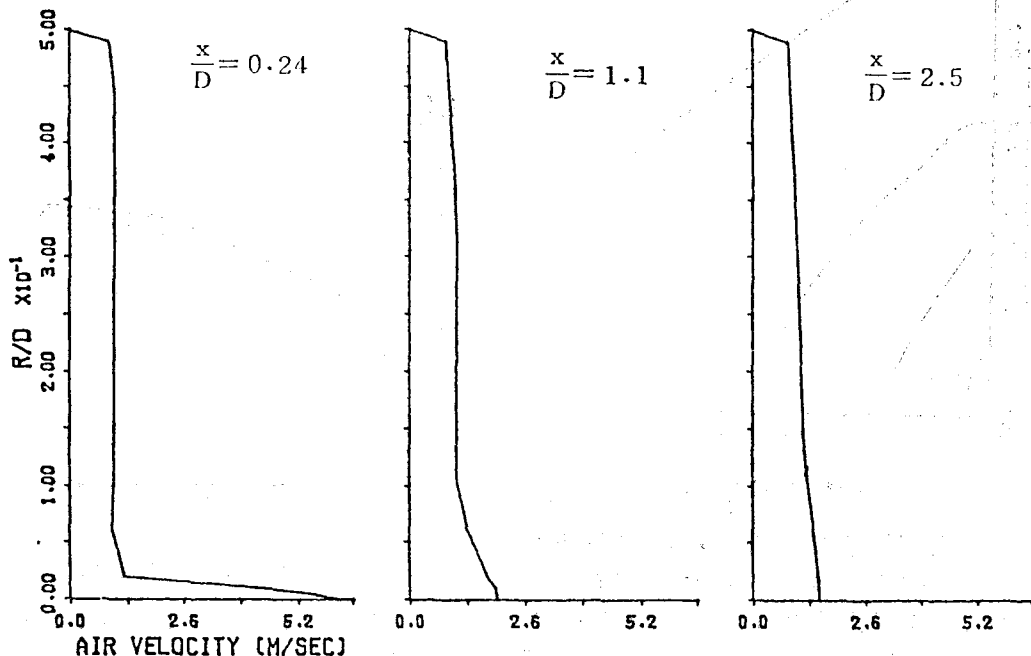


圖 9 模擬速度分佈圖

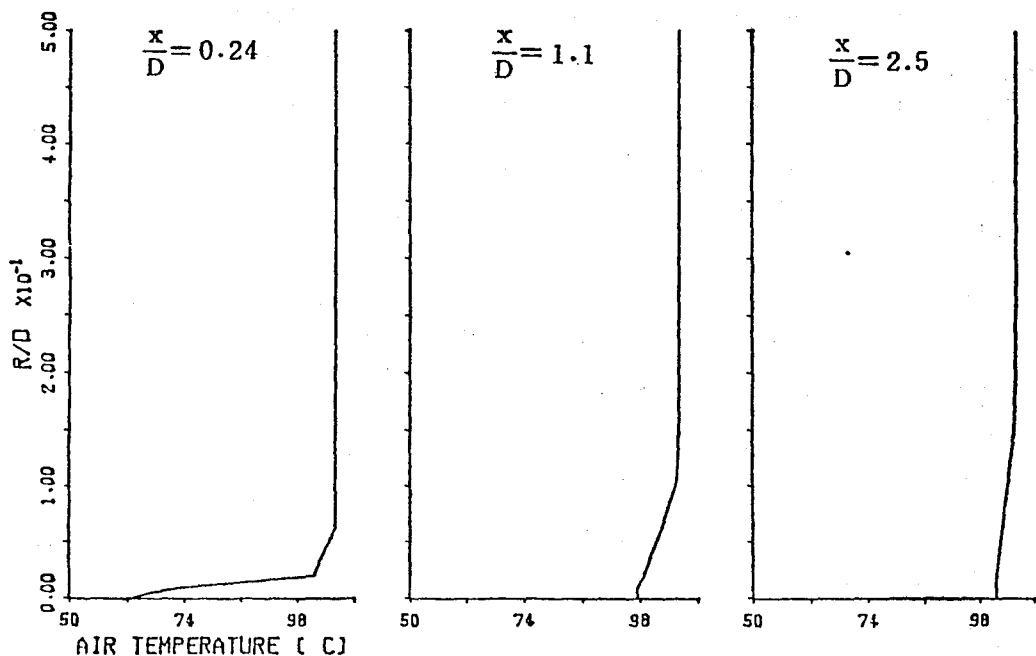


圖10 模擬空氣溫度分佈圖

乾燥介質，做精確的描述。

圖 1.1 粒徑減小圖

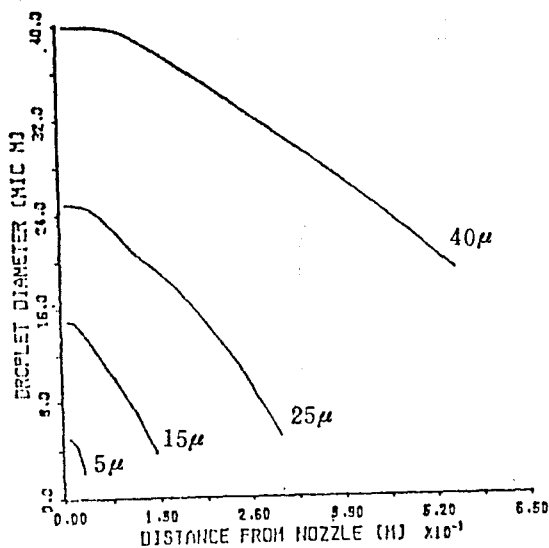


圖11 粒徑減小圖

模擬之乾燥過程蒸發累積率，與量測的曲線如圖13所示。由圖中可以看出量測之結果偏大(推測量度時，小顆粒子較難取樣，因此量測之結果，與模擬的最大顆粒子趨勢相同)。而由於大顆液滴的飛行速度較快，而且粒徑亦較大，因此蒸發率較慢。

從以上的驗證結果，可知 PSI-Cell 模式可從很少的已知條件(入口及邊界條件)，而對液滴及

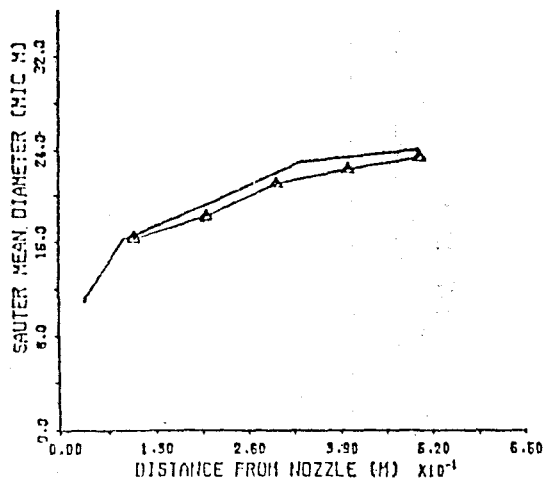


圖12 水滴 SMD 在乾燥過程的變化

從圖13中，可以看出大顆水滴與小顆水滴的乾燥率相差很大。乾燥機的設計若以大液滴為基準時，將使小液滴過熱；若以小液滴為準，則大液滴將因無法乾燥而黏附於壁上。數學模式之模擬，將有助於解決這問題，而求得最佳之乾燥效果。

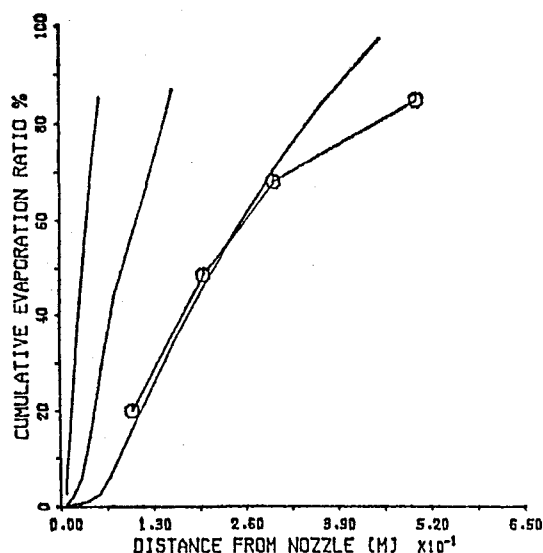


圖13 乾燥過程蒸發累積率曲線

由圖10之中，可以看出蒸發區只偏重在中心線附近，偌大範圍的空氣熱能無從利用，因此如何改變進口之形式，以變化流場，達到最佳的熱效率，將是日後亟待探討的方向。

符 號 說 明

- A 控制體積之某一面之面積/液滴粒子截面積
a 差分方程式中之連接係數
b 差分式中之源項
 C_D 粒子飛行阻力
 C_P, C_V 乾燥介質定壓，定容比熱
 C_w, C_{ws} 含水率，飽和含水率
D 噴霧室徑/速度與壓力校正量關係中的係數
 D_w 質量傳遞係數
 d, d_v 粒徑，粒子平均徑 (SMD)
e 內能
 F_D 粒子飛行阻力
f 乾燥介質控制體積所受外力
 G_a 噴霧乾燥機設計中的空氣量
g 重力加速度
H 噴霧乾燥機設計中的絕對濕度
h 熱焓值
J 每單位面積 ϕ 的流通量
j 通過乾燥粒子控制體積的流通量
K 熱傳導係數

- m 粒子質量/流體質量
P 壓力/飽和蒸氣壓
P, N, S, E, W 節點，節點之北、南、東、西方上的鄰接節點
q 熱通量
R 氣體分子常數
 R_P 剩餘源頭
r 徑向座標/粒子半徑
 S_s 源頭
T 絕對溫度/溫度因次
u 軸向速度
V 乾燥介質速度/粒子速度
 V_r 乾燥介質與粒子之相對速度
v 徑向速度
w 含水率
x 軸向座標/粒徑
y 徑向位置/固體邊界位置
 Γ_s 擴散係數
 δ 差分量
 μ 分子黏滯係數
 α 熱量傳遞係數
 ρ 密度
 τ 剪應力
 ϕ 獨立變數
[] 最大值
上 標
* 預測值
' 校正值
下 標
n, s, e, w 控制體積之北、南、東、西面
P, N, S, E, W 節點，節點之北、南、東、西方向上鄰接節點
P, d 粒子
f, a 乾燥介質
w 水
無因次符號
 Re Reynolds 數
 Pr Prandtl 數
 Sc Schmidt 數
 Nu Nusselt 數
 Sh Sherwood 數

Reference:

1. Marshall, W.R. Jr. and E. Seltzer. 1950. Principle of Spray Drying: Fundamentals of Spray Dryer Operation. Chem. Eng. Prog. 46(10), 501
2. Patankar, S.V. and D.B. Spalding. 1970. Heat and Mass Transfer in Boundary Layers. Intertext Books. London
3. Patankar, S.V. 1980. Numerical Heat Transfer and Fluid Flow. Hemisphere. N.Y.
4. Marshall, W.R. Jr. 1955. Heat and Mass Transfer in Spray Drying. Trans. ASME. 77, 1377.
5. Charlesworth, D.H. and W. R. Marshall, Jr. 1960. Evaporation From Drops Containing Dissolved Solids. AIChE J. 6(1):9
6. Wijthuisen, A., P.J.A.M. Kerhof and S. Bruin. 1979. Theoretical Study of the Inactivation of Phosphatase during Spray Drying of Skim-Milk. Chem. Engng. Sci. 34:651.
7. Miura, K., T. Miura and S. Ohtani. 1979. Heat and Mass Transfer To and From Droplets. AIChE Symposium Series. 73 (163): 95.
8. Crowe, C.T., M.P. Sharma and D.E. Stock. 1977. The Particle-Source-In-Cell (PSI-Cell) Model for Gas-Droplet Flows. J. Fluids Engng. 99(2): 325.
9. Manning, W. P. and W.H. Gauvin. 1960. Heat and Mass transfer to Decelerating Finey Atomized Sprays. AIChE J. 62:184
10. Crowe, C.T. 1979. Gas-Particle Flow. in L.D. Smoot (ed.) Pulverized Coal Combustion and Gasification. Plenum Press. N.Y.

專營土木、水利、建築等工程 成明工程有限公司

地址：台北市樂業街169巷12號
電話：7334053

專營土木、水利、建築等工程 宇力工程有限公司

地址：台北市四平街55號401室
電話：5618726 • 5413484

專營土木、水利、建築等工程 興泉工程行

地址：台北市新生北路一段104之3號
電話：5510879

專營土木、水利、建築等工程 純源工程行

地址：台北市西藏路259巷29號
電話：3074816