陡坡河道之防砂壩上游淤砂坡度探討

A Discussion on the Upstream Debris Slopes of Sabo Dam in Steep Channels

國立中興大學水土保持學研究所教授

何　智　武

Chih-Wu Ho

摘　　要

防砂壩之主要功能為攔阻砂石及穩定河床，惟其攔砂量之合理計算、壩高與間距之正確選擇，均有賴於壩體上游淤砂坡度之正確推估。防砂壩上游之淤砂坡度，淤滿之後仍然繼續變化，其大小、形態、以及達到穩定之時間，與當地之地文與水文條件有密切關係。據此，本文乃參照國內外現有之文獻，從靜態及動態平衡之基本觀念，探討淤砂坡度之變化形態與各種模式之可靠性，同時列舉今後之研究方向或課題，以期能提出更合理、可靠之淤砂坡度推估模式，做為國內今後防砂壩規劃設計之參考依據。

Abstract

The major functions of sabo dam are sediment-trap and channel stabilization. But the rational estimation of sediment-trap, proper choice of the dam height and the dam spacing depend on the correct calculation on the upstream debris slope of the sabo dam. This slope will continuously change even after the full-fill of the dam. The magnitude, type and required time to establish stability have relationship with the local conditions of physiography and hydrology. Hence, this paper in accordance with the dometic and foreign existing reports, studies the change, types of debris slope and the reliability of the various mathematical models from the concept of both static equilibrium and dynamic equilibrium. Futhermore, this paper enumerates the directions and themes of investigation in order to find the more rational, reliable debris slope estimating model which can be a reference for domestic sabo dam planning and design.

一、前　　言

臺灣因受地理環境之限制，河川短促而陡急，加以地質脆弱，每逢颱風暴雨，上游河溪及坡地產生嚴重冲蝕，因而大量泥砂經由河道輸送至下游地區，對當地之水利工程設施及居民生命財產之安全，造成莫大威脅。

為減輕上游河道之冲蝕，進而控制泥砂來源，

以保護周圍環境之安全，經常在上游支流上選擇適當地點建造防砂壩。防砂壩之主要功能爲攔阻泥砂及穩定河床。爲正確推估壩體上方之泥砂堆積量及探討河床穩定之效果，其上游段淤砂坡度之決定，爲其先決條件。

由於影響防砂壩上游淤砂坡度之因子衆多，因而欲建立一合理可靠之估算模式，甚爲困難。因此，到目前爲止，臺灣全省所建造之防砂壩數目，雖已超過1,400座，但淤砂坡度之決定，目前仍舊採用傳統之方法，卽以原河床坡度之半做爲計算之準則。事實上，淤砂坡度不但與原河床坡度有關，與河寬、河床質粒徑、流量、壩高，甚至與曼寧粗糙係數、輸砂量等物理量亦有密切關係。同時，在淤滿之後，坡度仍然繼續變化，且淤砂面呈曲面而非爲平面。因此，吾人所需了解者，不僅爲淤滿初期之坡度（或稱靜態），同時對其長時間之變化過程(屬動態)，以及達呈穩定時之平衡坡度之決定，均爲吾人所必須探討者。

有鑑於此，本文乃根據國內外現有之研究文獻，從理論及實用之雙重立場，進行探討，以期對陡坡河道上所建造之防砂壩，其上游淤砂坡度之變化形態，能獲得進一步之了解，同時藉此定出日後之研究方向。

二、河床之平衡坡度理論

河床，由於水流之作用，將發生冲淤現象，究竟是冲或是砂，則視河床上之砂粒移動狀況而定。砂粒之是否移動，又取決於水流之推移力是否勝過底床面上之砂粒之阻抗力。設一河段，自上游至下游，雖有輸砂現象發生，但若河床坡度均無變化，則此一坡度卽稱爲平衡坡度。在平衡坡度下，任一斷面之上、下游段，流入與流出之泥砂量，應該相等。在上述情況下，雖然坡度保持一定，但泥砂仍然有移動或交換現象發生，故此種之平衡坡度，稱爲動態平衡坡度。反之，雖有水流，但因其推移力未能超過砂粒本身之阻抗力而無法推動砂粒，因此河床仍然維持原狀不動（卽無輸砂現象）。在此情況下之平衡坡度，卽稱爲靜態平衡坡度。

天然河道，由於流量經常改變，且上游之泥砂生產狀況亦不可能維持不變，因而相距較遠之上下游河段，欲全段或經常保持一平衡坡度，實屬不可能。一般情況爲，有時達到近乎平衡之程度，但經過一段時間之後，此一平衡條件將被破壞，此後又可能再度恢復平衡，然後又被破壞，如此循環變化者居多。因此，對天然河道而言，大致或近乎平衡，亦卽河床之上下游河段變化不大，卽可視爲平衡。

今將靜態及動態平衡坡度之基本理論，分別敍述如下：

(一)靜態平衡坡度理論：

從拖曳力理論，作用於某一泥砂顆粒之拖曳力爲：

$$F = kAr_w\frac{v^2}{2g} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

式中，A爲水流對顆粒之作用面積，r_w爲水之比重量，v爲水流流速，k爲曳力係數，與顆粒形狀有關。

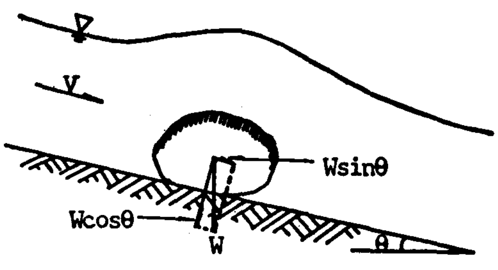

圖1

又河床上之砂粒抵抗力R爲：

$$R = f(G-1)r_w\forall\cos\theta \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

式中，f爲顆粒之摩擦係數，G爲顆粒比重，$\forall$爲體積（見圖1）。

爲使泥砂顆粒能夠移動，必須滿足下列條件式：

$$F+(G-1)r_w\forall\sin\theta \geqq R \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (3)$$

設砂粒開始移動之臨界速度爲 v_c，則可由(3)式求得：

$$v_c = \sqrt{\beta(G-1)d(f\cos\theta-\sin\theta)} \cdots\cdots (4)$$

式中，$\beta = 2gA/(kAd)$（d爲顆粒與水流平行之軸長，或視爲球形時卽爲其粒徑）。

設顆粒爲橢圓形，則可取 $k=0.8$，由此求得 $\beta=16.7$ (m/sec²)，又 $G=2.65$，則得下列簡化式：

$$v_c = 5.2\sqrt{d(f\cos\theta-\sin\theta)} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (5)$$

若再設 $f=0.6$，且假定河床坡度甚緩時（卽 $\cos\theta \doteqdot 1$，$\sin\theta \doteqdot 0$），更可簡化爲：

$$v_c = 4.0\sqrt{d}\,(\text{m/sec})\ (\text{但 d 以 m 爲單位}) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (6)$$

今設河床坡度甚緩，即(4)式中之$\sin\theta \doteqdot 0$，且另由 Chézy 公式：$v = C\sqrt{R\sin\theta}$，當水流速度（以平均速度v代表）不超過前述之臨界速度 v_c 時，泥砂顆粒不致移動，即河床將不被冲蝕，此時之條件即爲：

$$C\sqrt{R\sin\theta} \leqq \sqrt{\beta(G-1)d\ f\cos\theta} \cdots\cdots(7)$$

由(7)式求得：

$$\tan\theta = \frac{\beta f(G-1)}{C^2}\left(\frac{d}{R}\right) = k\left(\frac{d}{R}\right) \cdots (8)$$

式中，$k=\frac{\beta f(G-1)}{C^2}$。若爲寬廣渠道（河寬及水深比超過10，即$B/h>10$ 時），$R \doteqdot h$，此時(8)式可改寫爲：

$$\tan\theta = k\left(\frac{d}{h}\right) \cdots\cdots (9)$$

當河床質顆粒較粗時（臺灣上游河道多屬此類），曼寧粗糙係數n可用下式表示〔1〕：

$$n = d_{90}^{1/6}/26 \ (d_{90}\text{之單位爲m}) \cdots\cdots (10)$$

因$C=(1/n)R^{1/6} \doteqdot (1/n)h^{1/6}$，故可將k改爲：

$$k = \beta f(G-1)n^2/h^{1/3}$$

$$= \beta f(G-1)d_{90}^{1/3}/(26^2 h^{1/3}) \cdots\cdots (11)$$

若取$\beta=16.7\text{m/sec}^2$，$f=0.6$，$G=2.65$，則(11)式可簡化爲：

$$k = 0.0245(d_{90}/h)^{1/3} \cdots\cdots (12)$$

此k值，Valentini 由實驗求得爲 0.093，駒村〔2〕由日本東京大學實驗林場求得爲 0.018～0.064，筆者〔3〕則由臺灣本地山地河道之資料求得爲 0.018～0.035，或平均數爲 0.023($d_{90}\doteqdot0.23$ m，$h\doteqdot0.27$m)。

爲進一步推算平衡坡度計算公式，先將(9)式寫成：

$$h = k(d/\tan\theta) \doteqdot k(d/S)$$

$$(S = \sin\theta \doteqdot \tan\theta) \cdots\cdots (9)'$$

又將 Manning 公式寫成下列形式：

$$h = n^{3/5}q^{3/5}S^{-3/10} \quad (q=Q/B) \cdots\cdots (13)$$

由(9)′，(13)二式消去h即得：

$$S = k'n^{-6/7}q^{-6/7}d^{10/7} \quad (k'=k^{10/7}) \cdots\cdots (14)$$

(14)式即爲在靜態平衡之條件下，由顆粒臨界起動之觀念導出之靜態平衡坡度公式。又(14)式中之 k' 值山口〔4〕採用0.03（k值取0.086），筆者計算求得者爲 0.005。

設在坡度爲 S_0 之河床上建造防砂埧，淤滿後之埧體上游淤砂坡度爲S，則由(14)式可求得淤砂坡度與建埧前之原河床坡度比爲：

$$S/S_0(=k/k_0)^{10/7}(n_0/n)^{6/7}(Q_0/Q)^{6/7}$$

$$\cdot(B/B_0)^{6/7}(d/d_0)^{10/7} \cdots\cdots (15)$$

各符號之足碼"0"代表建埧前之各物理量值。由(15)式可知，影響淤砂坡度之因子有底床粗糙率（粗糙係數）、流量、河寬及泥砂粒徑等。

由於自然河道流量經常改變，河道內堆積之泥砂，不論橫向或縱向，均隨流量大小而改變，何況上游集水區，尚有繼續不斷之泥砂向下游輸送，故靜態平衡甚難獲得。但上游若有健全完善之水土保持設施或有大型水庫，則下游泥砂來源較少及平時之常年流量甚微之河段，當可保持局部之「靜態平衡」。反之，對於上游泥砂來源豐富及常年流量較大之河段，若應用上述靜態理論分析，則不甚合理，此時應改用動態平衡理論分析，方能獲得可靠之結果。據此，對於河床質粒徑較大，且河幅寬窄不甚規則之上游或中游河道，用靜態平衡理論分析，尚稱合宜。

(二)動態平衡坡度理論：

土屋（Tsuchiya）〔5〕利用定量水流連續方程式、佐藤・吉川・芦田輸砂公式及阻抗方程式等三種式子求得下列沈滓流量公式：

$$Q_B = \frac{\phi F(\tau/\tau_c)S}{(G-1)(u/u_*)}Q \cdots\cdots (16)$$

式中 Q_B 爲沈滓（泥砂）流量，ϕ爲係數，$F(\tau/\tau_c)$ 爲佐藤公式中之函數（τ，τ_c 分別爲剪應力及臨界剪應力），S爲河床坡度，G爲泥砂比重，u爲速度，u_*爲剪力速度，Q爲流量。

(16)式中，Q_B、Q、S寫成 $Q_B=q_B\cdot B$，$Q=qB$（B爲河寬，q，q_B分別爲單位寬度之流量及輸砂量），$S=\partial z/\partial x$（z爲堆砂或淤砂厚度，x爲自某點起算之水流方向距離），且利用沈滓（泥砂）連續方程式聯合求得下式：

$$\frac{\partial z}{\partial t} = \alpha\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \quad (\alpha>0) \cdots\cdots (17)$$

式中，$\alpha=\phi F(\tau/\tau_c)q/(1-\lambda)(G-1)(u/u_*)$,……（$\lambda$爲孔隙率）。(17)式即爲一維度之擴散方程式。

爲利用(17)式，以解析防砂埧上游段之淤砂形態，江崎〔6〕設定邊界條件及起始條件如下：

$$x=0,\ z=z_0 \ (\text{埧高}) \cdots\cdots (18\text{—a})$$

$$t=0,\ z(x,t)|_{t=0}=z(x,0)$$

$$=S_0x+z_0e^{-\beta x}=f(x) \cdots\cdots (18\text{—b})$$

各符號之涵義如圖 2 所示。

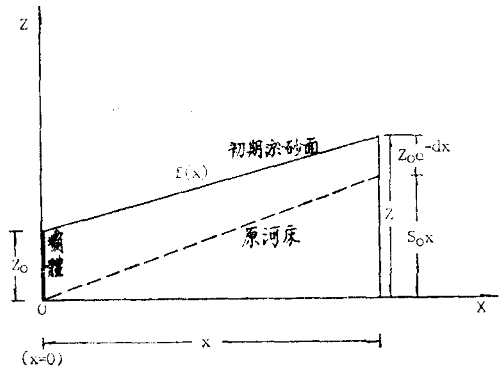

圖 2

根據上述條件可解出(17)式之解爲

$$z(x,t)=\frac{1}{\sqrt{\pi}}\left[\int_{-x/\tau}^{\infty} f(x+\tau r)\,e^{-r^2}\cdot dr-\int_{x/\tau}^{\infty} f(-x+\tau r)\,e^{-r^2}dr\right]\cdots(19)$$

式中 $\tau=2\sqrt{\alpha t}$。今爲解析簡便計，將 z 軸之 0 點位置移至圖 2 中之壩頂部，且設 $\zeta=z-z_0$，則(17)式變爲：

$$\frac{\partial\zeta}{\partial t}=\alpha\frac{\partial^2\zeta}{\partial x^2}\cdots\cdots(20)$$

此時之邊界及起始條件分別改爲下列二式：

$$u(0,t)=0\cdots\cdots(21-a)$$

$$u(x,0)=S_0x+z_0(e^{-\beta x}-1)\cdots(21-b)$$

利用 (21—a) 與 (21—b) 二條件式，並參照(19)式，即可求得(20)式之解爲：

$$\zeta(x,t)=S_0x-z_0\,\mathrm{erf}(x/\tau)+(z_0/\sqrt{\pi})e^{\beta^2\alpha t}\cdot\left\{e^{-\beta x}\int_{-x/\tau+\beta\tau/2}^{\infty}e^{-r^2}dr-e^{-\beta x}\int_{x/\tau+\beta\tau/2}^{\infty}e^{-r^2}dr\right\}\cdots\cdots(22)$$

因 $z=\zeta+z_0$，故將此代入(22)式即得：

$$z(x,t)=S_0x+z_0\{1-\mathrm{erf}(x/\tau)\}+\frac{z_0}{\sqrt{\pi}}e^{\beta^2\alpha t}\left\{e^{-\beta x}\int_{-x/\tau+\beta\tau/2}^{\infty}e^{-r^2}dr-e^{-\beta x}\int_{x/\tau+\beta\tau/2}^{\infty}e^{-r^2}dr\right.$$

$$=S_0x+z_0\left\{1-\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^{x/2\sqrt{\alpha t}}e^{-r^2}dr\right\}+\frac{z_0}{\sqrt{\pi}}e^{\beta^2\alpha t}\left\{e^{-\beta x}\right.$$

$$\left.\cdot\int_{-x/2\sqrt{\alpha t}+\beta\sqrt{\alpha t}}^{\infty}e^{-r^2}dr-e^{\beta x}\int_{x/2\sqrt{\alpha t}+\beta\sqrt{\alpha t}}^{\infty}e^{-r^2}dr\right\}\cdots\cdots(23)$$

若將(23)式微分之，又可求得各斷面、各時刻之坡度 S 之推估式，即：

$$S=\partial z/\partial x=S_0-\frac{2}{\sqrt{\pi}}z_0\left(\frac{1}{2\sqrt{\alpha t}}\right)e^{-(x/2\sqrt{\alpha t})^2}+\frac{z_0}{\sqrt{\pi}}e^{\beta^2\alpha t}$$

$$\cdot\left\{-\beta e^{-\beta x}\int_{-x/2\sqrt{\alpha t}+\beta\sqrt{\alpha t}}^{\infty}e^{-r^2}dr+\frac{e^{-\beta x}}{2\sqrt{\alpha t}}e^{-\left(-\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}+\beta\sqrt{\alpha t}\right)^2}\right.$$

$$\left.-\beta e^{\beta x}\int_{x/2\sqrt{\alpha t}+\beta\sqrt{\alpha t}}^{\infty}e^{-r^2}dr+\frac{e^{\beta x}}{2\sqrt{\alpha t}}e^{-\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}+\beta\sqrt{\alpha t}\right)^2}\right\}\cdots\cdots(24)$$

又(24)式，當 $t\to\infty$ 時，其坡度與原河床坡度一致，即

$$\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right|_{t\to\infty}=S_0$$

三、相關文獻之探討

目前國內有關防砂壩上游面淤砂坡度之文獻，仍嫌缺乏，尤其考慮動態平衡者更屬有限。今分下列四部分簡單綜合並探討如下：

(一)淤砂坡度與原河床坡度之比值 (S/S_0) 之變化範圍：

美國方面，綜合 Kaete, Rich, Amidon, Heede 等人調查分析結果顯示，細粒質者爲0.37，粗粒質者爲0.49，原河床坡度小於14%者爲0.66，一般言之，其範圍大致在0.22～0.66之間；若取各類別之平均值，則在0.52～0.58之間[7]。日本方面，建設省一般仍以0.5做爲設計之標準，惟對於系列式潛壩，則採用較低之比值。至於試驗資料

，根據杉尾、村野、谷等人調查及分析結果，大致穩定之後，其值約在 0.5～0.7 之間（A<30 km^2者），平均值為 0.6 左右〔8〕、〔9〕，惟其比值略隨原坡度之增大而增大〔10〕，以式子表之則為：

$$S/S_0=0.589\ S_0^{0.064} \cdots\cdots (25)$$

但坝體剛淤滿之初期，靠近坝體部份，其比值較低，約為0.2左右，而後漸次提高至0.6左右，上游部分則由最初與原河床大致相當之坡度，漸次降低至0.75左右〔11〕，即隨時間變化，直至達呈穩定為止，其時間隨當地之水文及地文條件而定；例如常願寺川之本宮坝，四十餘年才大致穩定。在國內，農牧局於70年調查 1,385 座防砂坝，經分析結果顯示，旱溪、間歇溪為⅔；而王士紘分析結果求得平均值為0.54〔13〕。又根據李榮珍之分析〔14〕，比值隨原河床坡度之增大而減小，此一結果與杉尾〔見(25)式〕之結論相反，但與 Amidon 及谷等之結論一致。李求得之關係式為：

$$S/S_0=k\ S_0^{-\alpha} \cdots\cdots (26)$$

式中，k與α值與區域有關，例如，大肚山：k＝0.193，α＝0.528；富岡：k＝0.414，α＝0.137；池上：k＝0.414，α＝0.289。此外，經分析結果，河床質之粒徑愈大，則淤砂坡度之比例亦愈大，此一結果與其他學者之分析結果一致。

由以上探討結果，獲得一綜合結論如下：

(1)淤砂坡度比值，一般言之，大致介於0.20與0.80之間，若取平均值，大致在0.52～0.58之範圍。

(2)長年有水之長流溪約為 0.5 ，旱溪及間歇溪約為⅔，上游有崩塌地者（即泥砂來源豐富者），將高達0.8左右。

(3)比值之大小，似與原河床坡度之緩急有關，即可寫成 $S/S_0=k\ S_0^{\alpha}$ 之形式，但隨 S_0 之增大而增大或減小（即α＞0或α＜0）仍無定論。其值為正或負，似乎由當地之地文及水文條件而定，惟確實結果，仍有待研究（k及α值均與地域有關）。

(4)比值之大小，隨河床質之粗細而變化；粒徑越粗，則比值越大。

(5)上游坝體之淤砂坡度，淤滿之後仍繼續變化，即以起伏性形態慢慢趨近於穩定，惟所須之時間，決定於許多因素，短者一、二年，長者可能長達數十年。

㈡淤砂坡度比值（S/S_0）之推估模式（屬靜態）

如第二章中所述，平衡坡度之推估模式可分為靜態與動態兩種。靜態模式部分，類似於(15)式之形式者尚有多種，今列舉五種如下：

(a) Woolhiser (1965)〔7〕：

$$S/S_0=(G/G_0)^{5/7}(\varphi_0/\varphi)^{5/7}(Q_0/Q)^{6/7}(n_0/n)^{6/7}(B/B_0)^{1/7} \cdots\cdots (27)$$

式中，G為推移質輸砂量，φ為 Du Boys 輸砂公式中之係數，B為河寬（足碼 0 代表建坝前者）。

(b) Kimura (1956)〔9〕：

$$S/S_0=(\beta/\beta_0)^{6/7}(B/B_0)^{8/27}(d/d_0)^{4/7} \cdots\cdots (28)$$

式中，β為與泥砂糙度有關之係數，d為泥砂粒徑。

(c) Sugio (1973)〔10〕：

$$S/S_0=\lambda_B^{0.53}\phi^{0.857}(B/B_0)^{0.328}(d/d_0)^{0.635} \cdots\cdots (29)$$

式中，λ_B及ϕ為地域條件係數。

(d)王士紘 (1974)〔13〕：

$$S/S_0=1.1799(H/H_d)^{0.3025}(H/H_S)^{0.2311}\cdot(B_d/B_S)^{0.0609}(S_0/\tan\theta)^{0.1321} \cdots\cdots (30)$$

式中，H為坝高，H_S為溢洪道出水高，B_d為坝長，B_S為溢洪道之底寬，θ為河道側岸與水平面之交角。

(e) Tani (1952)〔8〕：

$$S/S_0=0.029\ d^{0.93}m^{0.21}A^{-0.1}S_0^{-0.17} \cdots\cdots (31)$$

式中，m為與推移質成份有關之係數，A為集水區面積。

由以上各型模式大致可看出下列幾種特性：

(1)淤砂坡度之比值與河寬、粒徑、泥砂糙度、流量、輸砂量、坝體之幾何條件（包括坝高、坝長、溢洪道之條件等）、河道側岸條件、以及上游之集水區條件（例如集水區面積）等有關，其中以河寬B、粒徑d、糙度n及原河床坡度 S_0 之影響較大。

(2)由上列各式可看出，S/S_0與B/B_0、n/n_0、d/d_0 之某次方成正比之關係（指數值隨環境而定），即隨各量之變大而增大，但與 S_0 之關係則仍無定論。

㈢動態平衡坡度推估模式

如第二章、第二項中所述，若考慮泥砂開始運移後之平衡坡度，須從動態觀念去分析，即由水流及輸砂公式等聯立可建立一擴散形式之方程式，如(17)及(20)式者，其解如前面所提到者外，另列舉三式如下：

(a)駒村（1984）〔15〕：

以砂礫顆粒移動之遷移概率觀點導出溪床斜面變動之方程式如下：

$$\partial h/\partial t = a(\partial^2 h/\partial x^2) - b(\partial h/\partial x) - ch \quad \cdots\cdots(32)$$

式中之a，與(17)式中之α代表同一涵義，b則代表溪床侵蝕情況，如淤積（凸形）則$b<0$，冲蝕時（凹形）則$b>0$；c則代表砂礫顆粒移動過程中之磨損情況。

設$h(0,0)=0$，且$[\partial h/\partial x]_{x=0}=S$，則可求得其解為：

$$h=\frac{S(e^{n_1x}-e^{n_2x})e^{-\alpha' t}}{\sqrt{(b/a)^2-4(\alpha'/a)}} \quad \cdots\cdots(33)$$

式中，$n_1=1/2\{b/a+\sqrt{(b/a)^2-4(\alpha'/a)}\}$ ……(33—a)

$n_2=1/2\{b/a-\sqrt{(b/a)^2-4(\alpha'/a)}\}$ ……(33—b)

n_1，n_2之大小可由b加以判斷；例如$b>0$，則$|n_1|>|n_2|$。

設防砂壩之高度為z_0，則可利用上式改為：

$$h=z_0+\frac{S\{e^{n_1x}-e^{n_2x}\}(1-e^{-\alpha' t})}{\sqrt{(b/a)_2-4(\alpha'/a)}} \quad \cdots\cdots(34)$$

若$b<0$，則$|n_1|<|n_2|$，此時（淤砂面上升過程）可將(34)式化為：

$$h=z_0+\frac{S\{(1-e^{n_2x})+n_1x\}(1-e^{-\alpha' t})}{\sqrt{(b/a^2-4(\alpha'/a)}} \quad \cdots\cdots(35)$$

如繼續有泥砂充份供應，則其淤砂斷面最後將趨近於下列形式（即上式中$t\rightarrow\infty$）：

$$h=z_0+\frac{S\{1-e^{n_2x})+n_1x\}}{\sqrt{(b/a)^2-4(\alpha'/a)}} \quad \cdots\cdots(36)$$

又若$b>0$，則$|n_1|>|n_2|$，此時$e^{n_2x}\doteqdot 1+n_2x$，故壩體上游面之淤砂形態形成下降方式（凹形），其關係式變成：

$$h=z_0+\frac{S\{(e^{n_1x}-1)-n_2x\}e^{-\alpha' t}}{\sqrt{(b/a)^2-4(\alpha'/a)}} \quad \cdots\cdots(37)$$

當$t\rightarrow\infty$時，則變為$h=z_0$，即淤砂面呈水平狀。因通常不太可能上游面完全無泥砂供應，故此情況與事實不能完全吻合。

以上各現象即表示，淤砂面實際之變動情形，隨時間而呈起伏形之變動，經過長時間之後，將可趨近於平衡狀態，但時間之長短，將視環境條件而定。

(b)張慶武（1986）〔16〕：

為使江崎及駒村所推導之動態模式能應用於陡坡河道，其以(35)式中之 α' 值估計壩體淤砂縱斷面達到平衡之期限T，且以(24)式中，當$x=0$，即在壩頂處之坡度值：

$$(S)_{x=0}=\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_{x=0}=S_0-\frac{2}{\sqrt{\pi}}z_0\beta e^{\beta^2\alpha t}\int_{\beta\sqrt{\alpha t}}^{\infty}e^{-r^2}\,dr \quad \cdots\cdots(38)$$

與原河床坡度兩者之平均值做為設計淤砂坡度S_d，或寫成下式：

$$S_d=\frac{1}{2}[S_0+(\partial z/\partial x)_{\substack{x=0\\t=T}}]=S_0-\frac{1}{\sqrt{\pi}}z_0\beta\, e^{\beta_2\alpha T}\int_{\beta\sqrt{\alpha T}}^{\infty}e^{-r^2}\,dr \quad \cdots\cdots(39)$$

又因一般防砂壩剛淤滿時，壩體頂端之淤砂坡度接近於零，即(38)式中再取$t=0$，則變為：

$$(S)_{\substack{x=0\\t=0}}=\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_{\substack{x=0\\t=0}}=S_0-\beta z_0 \quad \cdots\cdots(40)$$

而$(S)_{\substack{x=0\\t=0}}=0$，故得$\beta=S_0/z_0$。以此$\beta$值代入(39)式，即可修正為：

$$S_d=S-\frac{S_0}{\sqrt{\pi}}e^{(S_0/z_0)^2\alpha T}\int_{(S_0/z_0)\sqrt{\alpha T}}^{\infty}e^{-r^2}\,dr \quad \cdots\cdots(41)$$

(41)式即爲所求在陡坡河道上之壩體上游淤砂坡度修正模式。

(c)山口 (1985) 〔4〕：

在其所著之「防砂工學」中提到，利用水流運動方程式及輸砂公式，可導出動態情況下之平衡坡度，當其達到穩定後之淤砂坡度比值可寫成：

$$S=S_0e^{-(1.8\beta-0.7\alpha)x} \cdots\cdots (42)$$

式中，α 爲與河寬變化有關之係數，β 爲泥砂粒徑隨距離變化之一常數，此二者均由現場資料決定。若以河寬比 (B/B_0) 及粒徑比 (d/d_0) 之關係表之，則坡度比 (S/S_0) 可寫成：

$$\frac{S}{S_0}=\left(\frac{B}{B_0}\right)^{2/3}\left(\frac{d}{d_0}\right)^{4/3} \cdots\cdots (43)$$

此式可作爲上游有充分但較穩定之泥砂供應時，推估平衡淤砂坡度比值之用。因無時間關係，故乃代表大致已達呈穩定狀態時之淤砂坡度。

(四)各模式之適應性探討

(a)靜態平衡坡度公式之驗證與修正

利用筆者在臺東地區之泰安溪、文里溪與宜蘭地區之圓山溪諸壩體之實測資料，以靜態平衡公式，即(14)式驗證結果，如下列表1所示。

表1　各溪段壩體上游淤砂坡度驗證表

壩　名	實際淤砂坡度 S (%)	曼寧係數 n	平均粒徑 d_m(mm)	河　寬 B(m)	單位寬流量 $\frac{Q}{B}$ ($m^3/s-m$)	理論淤砂坡度 St(%)	相對誤差 E(%)
崩　塌	11.10	0.0300	80.00	67.00	0.066	16.8	51.4*
泰安一	10.92	0.0300	98.00	37.10	0.130	12.5	14.4
泰安二	9.51	0.0297	87.88	42.80	0.122	11.5	21.0
泰安三	10.61	0.0279	79.31	42.00	0.129	8.6	18.9
防　砂	5.81	0.0293	71.83	35.95	0.154	7.0	20.5
泰安六	7.86	0.0239	58.30	36.62	0.153	8.3	5.6
無　名	6.50	0.0282	56.35	47.98	0.122	6.1	6.1
泰安七	8.60	0.0278	55.50	47.53	0.123	6.3	26.7
潛　壩	5.90	0.0276	43.98	55.88	0.108	5.1	13.5
文里一	6.53	0.0240	57.00	69.40	0.142	6.5	11.8
文里二	6.10	0.0330	93.43	32.45	0.259	6.5	0.3
圓山一	4.64	0.0286	60.75	136.50	0.196	4.6	1.4

從表1，可求得其平均相對誤差爲16%。若剔除其中已設置防砂壩之崩坍地部分（註＊者），則其誤差減至12.76%，可見其估計效果尚佳。

若利用表1之資料，利用廻歸分析求得廻歸式爲：

$$S=0.0112(nq)^{-0.82}(d)^{0.975} \cdots\cdots (44)$$

(b)動態平衡坡度公式之驗證

(i)實驗值之驗證〔16〕：

利用筆者在日本京都大學防災研究所試驗之資料驗證結果簡述如下：

實驗條件如下列表2，其初期河道斷面圖如圖3所示。

表2　實驗條件

組　別	A_1	A_2	A_3	B_1	B_2	B_3
原始(初期)坡度 S	1/100			1/50		
流　量Q　(ℓ/s)	0.714			0.714		
底　寬 B_0　(cm)	7			7		
側岸高 D_0　(cm)	7			7		10
壩　高　(cm)	0	1.5	3.0	0	3.0	6.0

註：A_2 組中，h(平均水深)＝1.062cm，B(平均寬度)＝22.069cm；

A_3 組中，h(平均水深)=0.772cm，
B(平均寬度)=21.42cm，
λ(孔隙率)=0.4，
d_m(平均粒徑)=0.515mm。

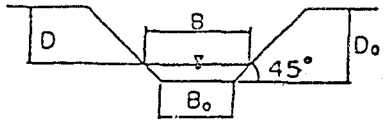

圖 3　初期河道斷面圖

A_2及 A_3二組，埧體剛淤滿時之時間分別爲 7 分及33分30秒。

由上列資料可求得：

A_2 組：$z_0=0.015$m，$u_*=\sqrt{gh\ S_0}=3.226$ cm/s，$u=30.449$ cm/s，$n=0.0158$，$\phi=3.057$，$u_{*c}{}^2=8.41\,d^{11/32}=3.03\text{cm}^2/\text{s}^2$〔由岩垣公式，見參考文獻(17)〕，$F(u_{*c}{}^2/u_{*c}{}^2)\doteqdot0.92$，$\alpha=9.1\times10^{-4}$，$\beta=0.23$，$Q'=\beta\sqrt{\alpha t}=6.9\times10^{-3}\sqrt{t}$，$(S)_{\substack{t=0\\x=0}}=0.0065$，故由(38)式，求得：

$$\frac{(S)_{x=0}}{S_0}=1-0.389\,e^{Q'^2}\int_{Q'}^{\infty}e^{-r^2}dr \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots(45-a)$$

A_3 組：同理，代入各資料求得：

$$\frac{(S)_{x=0}}{S_0}=1-0.769\,e^{Q'^2}\int_{Q'}^{\infty}e^{-r^2}dr \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots(45-b)$$

今以 S/S_0 爲縱座標，Q' 爲橫座標，繪出 (45—a) 及 (45—b)二式之曲線，並以實驗値點上，其結果如圖 4 所示。

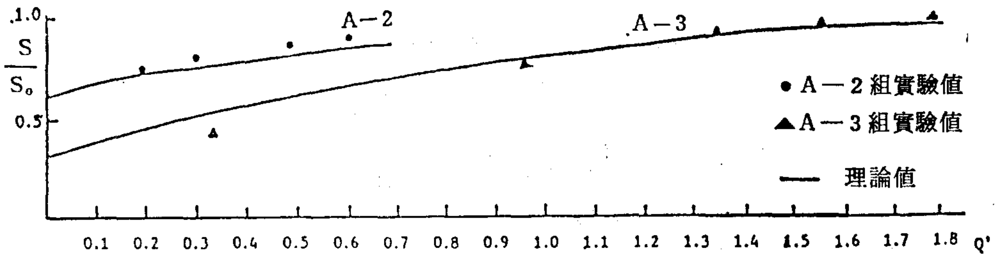

圖 4　A—2、A—3 組防砂埧頂端淤砂坡度隨時間之變化

(ii) 實測値之驗證（國外部分）：

日本常願寺川本宮防砂埧之資料〔11〕，如下列表 3 及圖 5 所示。

表 3　本宮防砂壩淤砂坡度之變化

	淤砂坡度		與原河床之坡度比	
	27.7K 下游	27.7K 上游	27.7K 下游	27.7K 上游
1924	$\frac{1}{42}$	$\frac{1}{42}$	—	—
1939	$\frac{1}{230}$	$\frac{1}{43}$	$\frac{1}{5.76}$	$\frac{1}{1.02}$
1944	$\frac{1}{104}$	$\frac{1}{45}$	$\frac{1}{2.48}$	$\frac{1}{1.07}$
1952	$\frac{1}{80}$	$\frac{1}{55}$	$\frac{1}{1.9}$	$\frac{1}{1.30}$
1969	$\frac{1}{65}$	$\frac{1}{51}$	$\frac{1}{1.55}$	$\frac{1}{1.22}$
1981	$\frac{1}{73}$	$\frac{1}{56}$	$\frac{1}{1.74}$	$\frac{1}{1.34}$

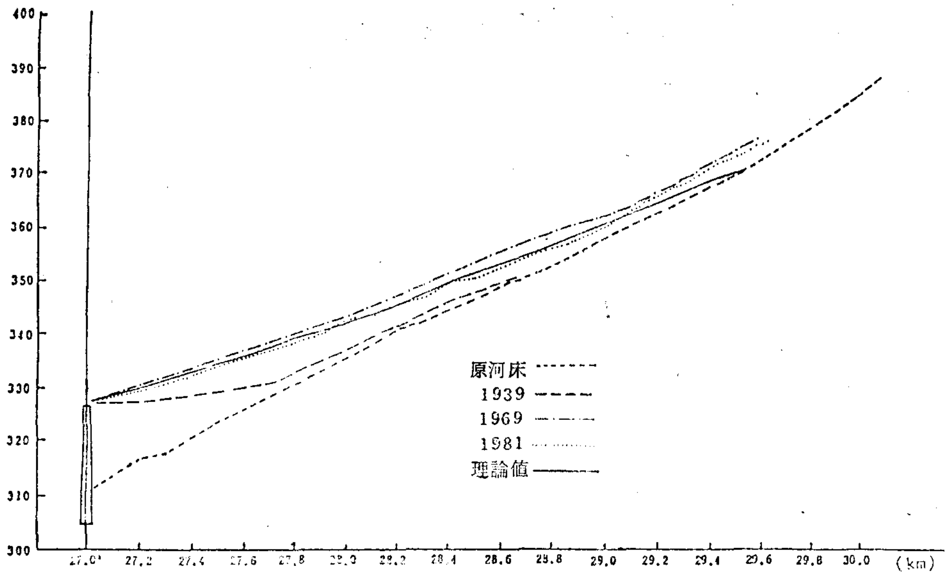

圖 5　本宮壩上游溪床縱斷面隨時間之變化（距出海口之水平距離）

將各數據代入，可求得 $(S)_{\substack{t=0\\x=0}}=4.38\times10^{-4}=0.024-\beta\times22$〔(40)式〕，由此求得 $\beta=8.9\times10^{-4}$，$\alpha=3.69\times10^{4}$，故得 $Q'=\beta\sqrt{\alpha t}=0.171\sqrt{t}$，利用(38)式，並略加改變，可得：

$$\frac{(S)_{x=0}}{S_0}=1-0.922\,e^{Q'^2}\left[\int_0^{\infty}e^{-r^2}dr-\int_0^{Q'}e^{-r^2}dr\right]\cdots(46)$$

將此式及表 3 中之數據描繪於圖上，則得下圖（圖 6）。

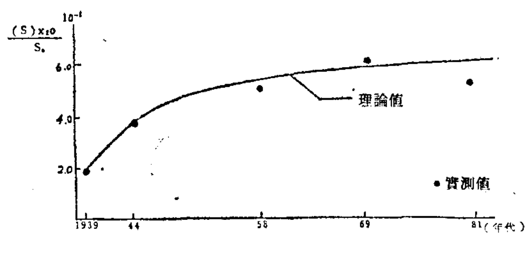

圖 6　本宮防砂壩頂端淤砂坡度隨時間之變化

再利用(33)式，將 $(S)_{x=0}$ 改寫成 S_0，且將當時之情況視為暫時之平衡狀態，即設 $\alpha'=0$，則(33)式可改寫為：

$$h=\frac{S_0}{(b-a)}\left[e^{(b/a)x}-1\right]\cdots\cdots\cdots\cdots(47)$$

若以溪流上游部岩盤露出地點，即無溪床變動之安定地點為基點 (x_0, h_0)，假設其附近之平均坡度即為 S_0，則可將(47)式改為：

$$h=h_0+\frac{S_0}{(b/a)}\left[e^{(b/a)(x-x_0)}-1\right]\cdots\cdots\cdots\cdots(48)$$

再利用本宮壩之資料，即在 $x=3{,}000\text{m}$ 處，$h_0=388\text{m}$，$S_0=0.0295$; $x=0$ 時，$h=310\text{m}$，求得 $b/a=1.1\times10^{-4}$，代入(48)式得：

$$h=388+\frac{0.0295}{1.1\times10^{-4}}\cdot\left[e^{1.1\times10^{-4}(x-3000)}-1\right]\cdots\cdots(48)'$$

'(48)' 式（即理論曲線）與實測值之關係如圖 7 所示。

圖 7 中，理論曲線與現場實測值頗為吻合，惟此式是否適合於國內之溪流，因目前尚無長期之實測資料可資驗證，故仍待日後進一步求證。

又其隨時間之變化，由(35)式求得為（計算過程略）：

$$h=326{,}55+370{,}9\left\{\left(1-e^{-8.25\times10^{-5}x}\right)-2.75\times10^{-5}x\right\}\left(1-e^{-8.37\times10^{-5}t}\right)\cdots\cdots(49)$$

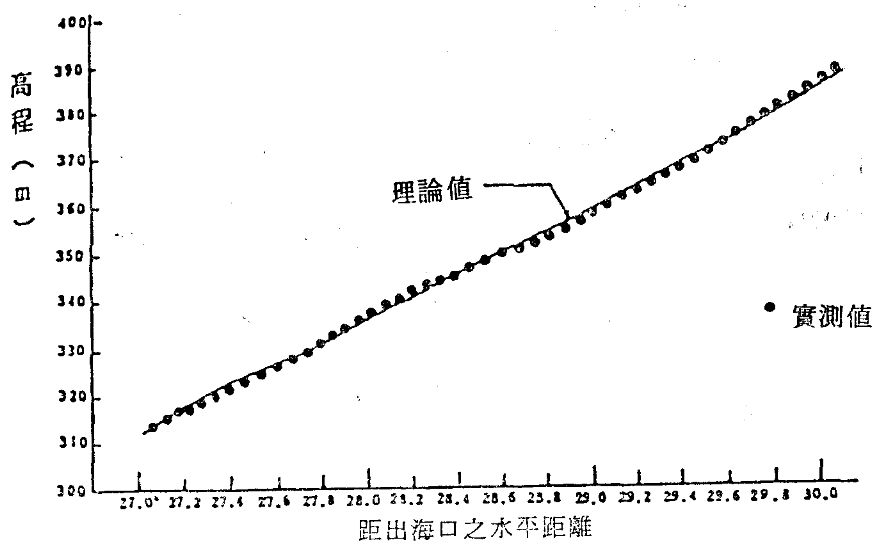

圖7　溪床縱斷面形狀

當 t →∞（達穩定狀態）時，則可簡化為：

$$h=326.55+370.9\ \{1-e^{-8.25\times10^{-5}x}\ )-2.75\times10^{-5}x\}\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\ (49)$$

此式（理論式）所描繪之曲線，即為圖5中之實線部分。

此外，1981年本宮壩之淤砂面曲線設為 g(x)，原河床斷面〔即(48)′式〕設為 h(x)，理論河床曲線設為 f(x)〔即(49)式〕，則其淤砂量之相對誤差為：

E＝(|實際淤砂量－理論淤砂量|)／|實際淤砂量|

$$=\frac{\left|\int_0^{\ell}[g(x)-h(x)\cdot B(x)dx]-\int_0^{\ell}[f(x)-h(x)]\cdot B(x)dx\right|}{\left|\int_0^{\ell}[g(x)-h(x)]\cdot B(x)dx\right|}=3.85\%$$

由此可知，其推估效果相當良好。

(iii) 實測值之驗證（國內部分）：

利用修正後之平衡坡度估算模式——(41)式，推估臺灣東部之陡坡河道文里溪之一號壩與泰安溪之三號壩淤砂坡度，其結果與實測值相當接近。驗證過程簡述如下：

(1)文里溪一號壩：

68年3月9日完工，70年初淤滿，迄今將近六年，據調查結果，大致已呈穩定狀況。其原河床坡度$S_0=8.47\%$，壩體上游實測淤砂坡度為6.53%。$n=0.024$，$d_m=57.2mm$，$B=69.4m$，河溪主流長2,820m，高程差493m，最上游河床坡度為0.5，平均水深$h=0.058m$。

利用(48)式求得$b/a=0.001$，再根據駒村之假設〔15〕，

$$(b/a)^2-4(\alpha'/a)=1/4(b/a)^2\cdots\cdots\ (50)$$

求得 $\alpha'=0.54$，故知約7年可達呈平衡。又另求得 $u_*^2=481cm^2/s^2$，$u_{*c}^2=461cm^2/s^2$，$F(u_*^2/u_{*c}^2)=F(1.1)=0.1$，$u=1.67m/s$，$u_*/u=0.13$，$\phi=0.63$，$\alpha=371$，$\beta=(S_0/z_0)=0.011$，$Q'=\beta\sqrt{\alpha t}=0.22\sqrt{t}$，由以上各值，並用T＝7年代入(39)式或(41)式永得 $S_d=6.03\%$。此值與實測之坡度6.53%相當接近。若以一般方法計算，原河床坡度為8.47%，其半則為4.24%，此與實測值9.53%，相差甚遠。

(2)泰安溪三號壩：

68年5月完工，69年夏淤滿，淤滿3年後（72年）時，大致已呈穩定狀態。該壩原河床坡度10.46%，上游淤砂坡度（實測）為7.86%，$n=0.0239$，壩高 $H=6m$，$d_m=58.3mm$，$B=36.6m$，平均水深 $h=9.1cm$。根據以上數據求

得 $u_*^2=932cm^2/s^2$，$u_{*c}^2=471cm^2/s^2$，$F(u_*^2/u_{*c}^2)=0.68$，$u=2.76m/s$，$u_*/u=0.11$，$\alpha=4250$，$\beta=0.017$，$Q'=\beta\sqrt{\alpha t}=1.1\sqrt{t}$。因 T＝3年，故代入(41)式求得 $S_d=8.7\%$。此與實測值7.86％亦大致接近。若以原河床坡度之半計算，即爲1/2×10.46％＝5.23％，此值與實測值則相去甚遠。

四、結　　論

根據以上分析及探討，獲得下列結論：

(一)防砂壩上游之淤砂坡度，因影響因子衆多，故欲正確推估，相當不易，尤其對於陡坡河道者，更爲困難。本文中，僅就現有之文獻（包括筆者本人），做一概略性之歸納及探討。由於國內目前現場之實測資料極爲缺乏，難以進行進一步之分析及驗證，故仍難以建立可靠之推估模式（公式），以應防砂壩規劃及設計上之需要，因此，亟須結合實用機構及試驗研究單位之力量，共同建立完整之資料，以便分析，並進而建立正確可靠之估算模式。

(二)文中所提各項模式，除少數對於臺灣上游河道（陡坡、粗顆粒）之適應性，經初步驗證結果尚屬可取而外，多數仍待進一步分析及修正。今列舉數項研究方向，以供參考：

(1)淤砂坡度比值（S/S_0）似仍與 S_0 有關，但在何種條件下呈正比，何種條件下呈反比關係（即 S_0^n 中，n何時爲正，何時爲負），值得研究。

(2)大、中、小型壩體之淤砂形態必然不同，應分類進行分析，並加以比較探討，以瞭解其相異性。

(3)各系列壩間之淤砂坡度問題（坡度受干擾後之變化），亦爲一重要之研究課題。

(4)淤砂坡度達到穩定之期限問題，有深入研究之必要。

(5)潛壩或固床工之安定淤砂坡度之決定，亦屬同一研究範圍，可理論予以分析。

(6)一河系之防砂壩系統規劃研究，不應只考慮一座壩體本身之冲淤變化，應從上至下，考慮整條河系，如此規劃之結果，方能收到防砂效果。例如中下游河道，應充分與上游之防砂工程計畫配合，否則難以達到防洪及防砂之目的。

五、參考文獻

(1) K. Subramanya, Flow in Open Channels, Vols. 1 & 2, 1982, P. 71。

(2) 駒村富士彌，治山、砂防工學，日本森北出版株式會社，1978，p. 55。

(3) 何智武，臺灣河川上游集水區之泥砂來源與控制，中華水土保持學報，第15卷第1、2期，pp. 15～25。

(4) 山口伊佐夫，現代林學講義，4，砂防工學，日本地球社，1985，pp. 197，210。

(5) Yoshito Tsuchiya (土屋義人), Estimation of River Bed Aggradation due to Dam, Proc. 13th, IAHR, pp. 297～322, 1969。

(6) 江崎一博，砂防ダムの堆砂縱斷形狀について，新砂防 35(4)，pp. 27～81，1983。

(7) Woolhiser, D. A. & Lenz, A. T., Channel Gradients above Gully-Control Structures, Journal of Hydraulics Division, ASCE. Vol. 91, No. HY3, pp. 165～187, 1965。

(8) Tani, I., Debris Profiles above Sand Barriers, Shin-Sabo, No. 7, p. 25(J), 1952。

(9) Kimura, K., A Method for Calculation of Accumulating Gradient, Shin-Sabo, No. 23, pp. 16～18 (J), 1956。

(10) Sugio (杉尾), Debris Slopes above Sand Barriers, Journal of Hydraulic Research, Vol. 11, No. 3, 1973。

(11) 日本建設省河川局砂防部砂防課及土木研究所研究報告，砂防施設とその效果に關する研究，1982。

(12) 臺灣省山地農牧局，臺灣省防砂壩工程調查報告，民國71年3月，pp. 1，10。

(13) 王士紘，攔砂壩上游淤砂坡度之研究，臺灣大學土木工程研究所碩士論文，民國63年6月。

(14) 李榮珍，臺灣地區蝕溝系統處理方法之分析探討，中興中學水土保持學研究所碩士論文，民國73年6月，pp. 22～27。

(15) 駒村富士彌，溪床の縱斷形狀形成と砂防ダムの堆砂面形狀變動の相互關係，新砂防，Vol.37, No. 2(35), 1984, pp. 6～13。

(16) 何智武，防砂壩防蝕機能之試驗研究，第三屆水利工程研討會論文集，民國75年5月30、31日，pp. 393～407。