

分配模式在濁水溪流域之應用

Application of Disaggregation Model to Cho-Shui River Watershed

國立臺灣大學土木工程系副教授

林 國 峰

Gwo-Fong Lin

國立臺灣大學土木工程研究所博士班研究生

李 方 中

Fong-Chung Lee

摘 要

本文應用 Lane 提出之時間型單站分配模式，依照十九年歷史流量序列之統計特性，推衍濁水溪流域集集、桶頭及西螺等三站之流量。先以馬可夫模式推衍出供分配之母序列，再以一次分配一季的方式，將年流量分配為月流量，而後再將月流量分配為旬流量。分配結果顯示，此模式可保持各序列之平均值及標準偏差，但推衍之偏態係數則普遍的較歷史值為小。對於均方根過大的原因，本文加以深入討論。

Abstract

In this paper, based on the statistical characteristics of the 19-year historical streamflow records at Tungtou, Chichi and Hsilo Stations in the Cho-Shui river watershed, synthetic streamflows are generated for these three stations respectively. The generation algorithm is based on the Lane's single-site disaggregation model. At first, the Markov model is used to generate the key series which will be disaggregated later. Then the key series of annual flows are disaggregated into monthly flows, and furthermore into 10-day flows in the way of one season at a time. The results show that the algorithm used in this paper can preserve the mean and standard deviation of each series. However, the skewness coefficients of the generated series are generally smaller than that of the historical series. This paper also gives detailed discussion on the root mean square which tends to be large.

一、前 言

工程師在做水資源系統規劃時，必須要有完整足夠的水文資料以為憑藉。由於經費的限制，設站時間太晚或其它自然，人為的因素，使得現有的水文資料紀錄年限太短或不連續，往往無法滿足工程師的要求，藉以選擇適當的方案，並評估水工結構

物經濟年限內的風險。

水文合成 (Hydrologic Synthesis) 的發展正足以解決此困擾。一般的合成模式如馬可夫模式、Thomas-Fiering 模式等，皆可推衍出保持歷史序列統計特性及分佈的合成流量序列。但是，當推衍不同時間尺度 (Time Scale) 的流量序列，如年流量序列與月流量序列時，兩流量序列雖能各

自保持其統計特性，兩者間却沒有直接的相關。推衍的月流量序列相加後，不一定等於推衍年流量序列的該年年流量。更重要的是，由推衍月流量相加而成的年流量序列無法保持歷史年流量序列的統計特性及分佈。同樣的，由推衍年流量序列也無法分割出能保持歷史月流量序列統計特性與分佈的月流量序列。總之，沒有任何一種模式從推衍出同時可保持彼此統計特性的不同時間尺度的流量序列。分配模式 (Disaggregation Model) 適足以解決無法同時保持兩種時間尺度序列統計特性的問題。

分配模式本身並不能單獨的推衍出流量序列，它的功能是将其它模式推衍出之較大時間尺度流量序列，分配為較小時間尺度序列，而同時保持了兩序列的統計參數及分佈。

分配模式的觀念最早是由Harms及Campbell (1967)⁽¹⁾ 兩人所提出，當時提出的只是一個分配的概念而非數學模式。六年後，Valencia及Schaake (1973)⁽²⁾ 建立了第一個數學形式的分配模式，此模式提供了一個良好雛形，其後的修正都是根據此基本模式。由於VS基本模式並未包括自迴歸模式 (Autoregressive Model) 中同級水文量時間稽延 (Time Lag) 的觀念，Mejia及Rouselle (1976)⁽³⁾ 在VS模式上增加一項與欲求水文量稽延一階 (Lag-1) 的變量。MR模式彌補了VS模式的缺點，可是也增加了參數及計算機時間。Lane (1979)⁽⁴⁾ 簡化 (Condense) 了MR模式，建議一次只推求一季。雖然精度會稍微降低，却可省略了大量的參數，其優點足以掩蓋其缺點。Lane同時將時間的分配觀念擴展至空間，提出了空間型複站分配模式。有關複站模式之應用研究，作者將另文發表。同年，Hoshi及Borges (1979)⁽⁵⁾ 注意到MR模式並不能保持一水年之首季與前一水年末季的相關性，而提出HB模式，其一次推一季的構想，與Lane相似。Stedinger及Vogel (1984)⁽⁶⁾ 認為MR之所以不能保持預期中推衍流量的變方及共變方，是因為有結構上的缺點。Stedinger及Vogel也提出了他們的修正模式。

至目前為止，國內僅有楊豐榮 (民73)⁽⁷⁾ 將由HEC-4模式推衍出之月流量以VS基本分配模式分配為旬流量。此外，並無其它相關文獻發表。

二、模式之建立

Valencia及Schaake提出之基本模式如下：

$$Y = AX + B\varepsilon \dots\dots\dots (1)$$

其中Y = 所欲求的子序列 (Subseries)，為標準常態變量矩陣。

X = 據以分配為子序列的母序列 (Key Series)，亦為標準常態變量矩陣。

ε = 具 $N(0, 1)$ 分佈之隨機變數矩陣。

A、B = 參數矩陣。

各矩陣之因次如下式之下標所示：

$$[Y]_{m \times 1} = [A]_{m \times n} [X]_{n \times 1} + [B]_{m \times m} [\varepsilon]_{m \times 1} \dots\dots\dots (2)$$

若X為單站年流量序列，Y為月流量序列，則 $n = 1$ ， $m = 12$ ；若X為單站月流量序列，Y為旬流量序列，則 $n = 12$ ， $m = 36$ 。

Mejia及Rouselle提出之修正模式，乃是在(1)式後多加一項，成為下式：

$$Y = AX + B\varepsilon + CZ \dots\dots\dots (3)$$

其中Z = 由前一時段之X所分配而得之子序列矩陣，其因次為 $m \times 1$ 。

C = 參數，其因次為 $m \times m$ 。

本文採用Lane模式，每次分配一季的流量，Z矩陣即成為前一季的子序列 Y_{t-1} 。

模式為

$$Y_t = AX + B\varepsilon + CY_{t-1} \dots\dots\dots (4)$$

時間上的分配動作，本文採用由年分配至月，再由月分配至旬。當使用VS模式，而子序列矩陣及母序列矩陣皆較為龐大時，採用階段式 (Staged) 的分配可省略掉超過60%的參數⁽⁸⁾。

當由年流量分配為月流量時， Y_t 為該月之流量，X為該年之流量， Y_{t-1} 為同年前一月的流量，如 Y_t 為一月的流量，則 Y_{t-1} 則為前一年十二月的流量。當由月流量分配為旬流量時， Y_t 為該旬之流量，X為該月之流量， Y_{t-1} 為前一句的流量，同樣的，如 Y_t 為第一旬的流量，則 Y_{t-1} 為前一年第三十六旬的流量。

此模式直接的保持了該月與該年，該月與前一月，該旬與該月，該旬與前一句的相關，同時，間接的保持了該旬與該年的相關。

隨機變數矩陣 ε 內的參數皆為具 $N(0, 1)$ 分佈的隨機變數，由數值在 $[0, 1]$ 區間呈均勻分佈的隨機變數，依中央極限定理 (Central Limit Theorem) 轉換而成。

設 $\{u_1, u_2, u_3, \dots, u_n\}$ 為 n 個屬於 $[0, 1]$ 區

間呈均勻分佈的隨機變數，則具 $N(0, 1)$ 分佈之隨機變數

$$T = (u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n) - \frac{1}{2}n \dots (5)$$

本文採用 $n=12$ ，即 T 會落在 $[-6, 6]$ 的區間內，呈 $N(0, 1)$ 分佈⁽⁹⁾。均勻分佈的隨機變數 u 則由 CDC 電子計算機庫存函數 RANF 產生。

(一) 參數矩陣之計算

Lane 模式係由 MR 模式簡化而成，現依序推導 MR 模式及 Lane 模式之參數矩陣解。

MR 模式之數學式為：

$$Y = AX + B\epsilon + CZ \dots (3)$$

令 $E(\cdot)$ 表示隨機變數的期望值

Y^T, X^T, Z^T 分別表 Y, X, Z 的轉置矩陣 (Transpose)

$$\begin{aligned} S_{YY} &= E[YY^T] \\ S_{YX} &= E[YX^T] \\ S_{YZ} &= E[YZ^T] \\ S_{XX} &= E[XX^T] \\ S_{XY} &= E[XY^T] \dots (6) \\ S_{XZ} &= E[XZ^T] \\ S_{ZZ} &= E[ZZ^T] \\ S_{ZX} &= E[ZX^T] \\ S_{ZY} &= E[ZY^T] \end{aligned}$$

(3) 式中有 A, B, C 三個未知參數，需有三個方程式才能求出唯一解。因此在(3)式等號兩側分別乘上 X^T ，並取期望期，得

$$E[YX^T] = AE[XX^T] + BE[\epsilon X^T] + CE[ZX^T] \dots (7)$$

因 ϵ 係與 X, Y, Z 均無關，平均值為零的獨立隨機變數矩陣，故

$$E[\epsilon X^T] = E[\epsilon] \cdot E[X^T] = [0] \dots (8)$$

代入(7)式，得

$$S_{YX} = AS_{XX} + CS_{ZX} \dots (9)$$

同理，可得到

$$S_{YZ} = AS_{XZ} + CS_{ZZ} \dots (10)$$

將(9)，(10)，二式中參數 C 提到等號左邊，可得

$$C = (S_{YX} - AS_{XX})S_{ZX}^{-1} \dots (11)$$

$$C = (S_{YZ} - AS_{XZ})S_{ZZ}^{-1} \dots (12)$$

由(3)式，得

$$Y^T = X^T A^T + \epsilon^T B^T + Z^T C^T \dots (13)$$

將(3)式與(13)式相乘，得

$$\begin{aligned} YY^T &= AXX^T A^T + B\epsilon\epsilon^T B^T + CZX^T A^T \\ &\quad + AX\epsilon^T B^T + B\epsilon\epsilon^T B^T + CZ\epsilon^T B^T \\ &\quad + AXZ^T C^T + B\epsilon Z^T C^T + CZZ^T C^T \dots (14) \end{aligned}$$

但 $E[\epsilon]$ 及 $E[\epsilon^T]$ 皆為零矩陣，且

$$E[\epsilon\epsilon^T] = I$$

I 為單位矩陣，代入(14)式，得

$$\begin{aligned} S_{YY} &= AS_{XX} A^T + CS_{ZX} A^T + BB^T \\ &\quad + AS_{XZ} C^T + CS_{ZZ} C^T \dots (15) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} BB^T &= S_{YY} - AS_{XX} A^T - CS_{ZX} A^T \\ &\quad - AS_{XZ} C^T - CS_{ZZ} C^T \dots (16) \end{aligned}$$

由以上所述，將(10)式轉換為(12)式後代入(9)式，

$$\begin{aligned} S_{YX} &= AS_{XX} + (S_{YZ} - AS_{XZ})S_{ZZ}^{-1} \cdot S_{ZX} \\ &= A(S_{XX} - S_{XZ}S_{ZZ}^{-1}S_{ZX}) + S_{YZ}S_{ZZ}^{-1}S_{ZX} \dots (17) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A &= (S_{YX} - S_{YZ}S_{ZZ}^{-1}S_{ZX}) \\ &\quad (S_{XX} - S_{XZ}S_{ZZ}^{-1}S_{ZX})^{-1} \dots (18) \end{aligned}$$

同理，將(9)式轉換為(11)式後代入(10)式，可得一組同數值不同形式的解，

$$\begin{aligned} A &= (S_{YZ} - S_{YX}S_{XX}^{-1}S_{ZX}) \\ &\quad (S_{XZ} - S_{XX}S_{XX}^{-1}S_{ZX})^{-1} \dots (19) \end{aligned}$$

將(19)式或(18)式帶回(11)式或(12)式即可解得 C 矩陣。又，由(11)式知

$$\begin{aligned} C^T &= (S_{ZX}^{-1})^T (S_{YX}^T - S_{XX}^T A^T) \\ &= S_{XZ}^{-1} (S_{XY} - S_{XX} A^T) \dots (20) \end{aligned}$$

由(12)式

$$C^T = S_{ZZ}^{-1} (S_{ZX} - S_{ZX} A^T) \dots (21)$$

將(19)及(20)兩式代入(10)式，

$$\begin{aligned} BB^T &= S_{YY} - AS_{XX} A^T - CS_{ZX} A^T \\ &\quad - AS_{XZ} [S_{XZ}^{-1} (S_{XY} - S_{XX} A^T)] \\ &\quad - CS_{ZZ} [S_{ZZ}^{-1} (S_{YZ} - S_{ZX} A^T)] \\ &= S_{YY} - AS_{XX} A^T - CS_{ZX} A^T - AS_{XY} \\ &\quad + AS_{XX} A^T - CS_{ZY} + CS_{ZX} A^T \\ &= S_{YY} - AS_{XY} - CS_{ZY} \dots (22) \end{aligned}$$

BB^T 為一對稱矩陣， B 有無限多組解⁽⁹⁾，Young (1968) 假設 B 為一下午三角矩陣 (Lower Triangular Matrice)，而解得 B 矩陣⁽¹⁰⁾。

Lane 模式中， Y_r, X 及 Y_{r-1} 皆是因次為 (1×1) 的矩陣，當 Y_r, X 及 Y_{r-1} 皆是平均值為零的隨機變數，則(6)式變為：

$$\begin{aligned} S_{YY} &= S_{Y_r-1Y_{r-1}} = \text{Var}(Y) \\ S_{YX} &= S_{XY} = \text{Cov}(X, Y) \\ S_{XX} &= \text{Var}(X) \dots (23) \\ S_{XY_{r-1}} &= S_{Y_{r-1}X} = \text{Cov}(X, Y_{r-1}) \\ S_{Y_{r-1}Y_{r-1}} &= S_{Y_{r-1}Y_{r-1}} = \text{Cov}(Y, Y_{r-1}) = \rho_{Y1} \cdot \text{Var}(Y) \end{aligned}$$

其中 $\text{Var}(\cdot)$ 表變方
 $\text{Cov}(\cdot)$ 表共變方

ρ_{v1} 表稽延一階相關係數(Lag-1 Correlation Coefficient)

$$A = (\text{Cov}(X, Y) - \text{Cov}(Y, Y_{t-1}) \times \text{Cov}(X, Y_{t-1}) / \text{Var}(X)) / (\text{Var}(X) - \text{Cov}^2(X, Y) / \text{Var}(X)) \dots\dots\dots (24)$$

$$C = (\text{Cov}(Y, Y_{t-1}) - A \text{Cov}(X, Y_{t-1})) / \text{Var}(Y) \dots\dots\dots (25)$$

$$B = (\text{Var}(Y) - A \text{Cov}(X, Y) - C \text{Cov}(Y, Y_{t-1}))^{1/2} \dots\dots\dots (26)$$

(二)常態化與標準化

不同分佈的流量序列需先轉換成常態分佈，此種轉換稱之為常態化 (Normalization)，因為由二個以上的常態分佈隨機變數相加而成之新隨機變數仍屬於常態分佈，其偏度係數不變，仍等於零。常態化的目的是為了在模式運算過程中不需要為了保持子序列的偏度而修正隨機分子，雖然如此，Srikanthan (1978)⁽¹¹⁾ 曾提出修正隨機分子ε偏度的公式。

本研究採用常態、對數常態、Gamma及 Log Pearson Type III等四種分佈來測試流量序列的分佈。

依分佈之不同，本文採用四種方法來達成常態化的目的。

(a)對數常態分佈

當X序列屬於對數常態分佈，則令

$$y = \ln(x - \beta), \quad -\infty \leq y \leq \infty, \quad 0 \leq x \leq \infty \dots\dots\dots (27)$$

若係二參數對數常態分佈，則 $\beta = 0$ 。轉換的現象是X序列的機率分佈曲線以1為分界點，大於1的向左收縮，且x值愈大時收縮的比例愈大；小於1的向左放大，且x值愈趨近於0。其放大的比例亦愈大，示如圖1。

(b)Gamma分佈

當X序列屬於Gamma分佈，則令

$$y = \sqrt{x - \beta}, \quad 0 \leq y \leq \infty, \quad 0 \leq x \leq \infty \dots\dots\dots (28)$$

Y序列即屬於常態分佈。若係二參數Gamma分佈，則 $\beta = 0$ 。轉換的現象是X序列的機率分佈曲線以1為分界點，由兩側向1收縮，數值愈接近1，其收縮比例愈小，反之，則愈大。示如圖2。

(c)對數 Pearson Type III分佈

當X序列屬於對數 Pearson Type III分佈時，則令

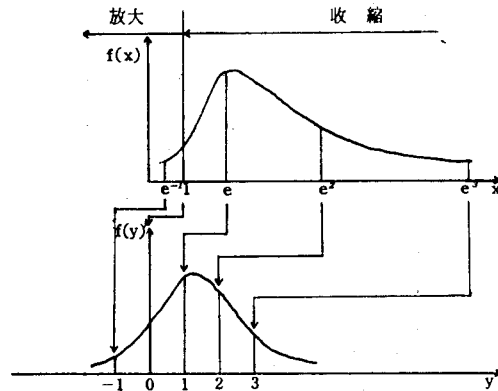


圖1. 對數常態分佈常態化示意圖

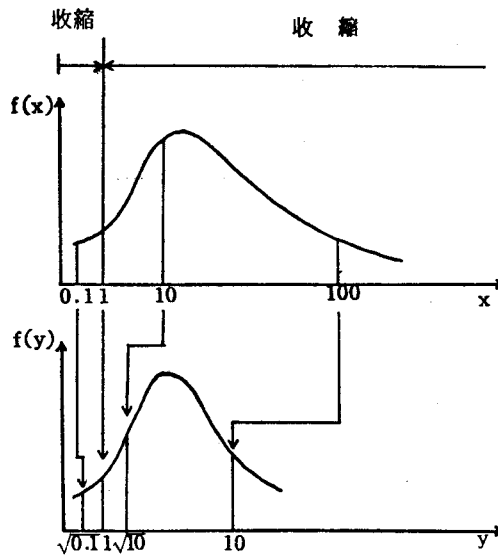


圖2. Gamma分佈常態化示意圖

$$y = \sqrt{\ln X}, \quad 0 \leq y \leq \infty, \quad 1 \leq x \leq \infty \dots\dots\dots (29)$$

則Y序列屬於常態分佈。轉換的動作是連續做(a)項及(b)項的轉換，必須注意的是X必須大於等於1，否則在根號內會產生負值而變成無意義。示意如圖3。

(d)其他分佈

當X序列不屬於常態、對數常態、Gamma或 Log Pearson Type III分佈，雖然無法確知其所屬的分佈，但仍需且可以試誤法將X序列轉換成常態分佈之序列，其方法為假設

$$y = a(x - c)^b \dots\dots\dots (30)$$

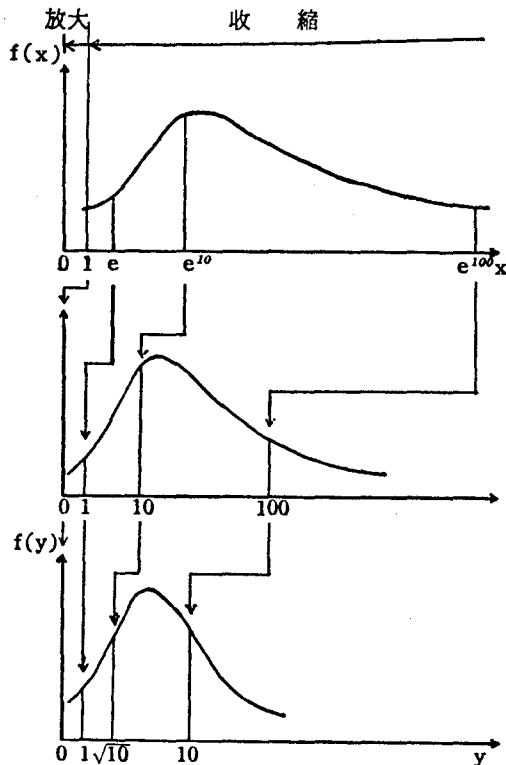


圖 3. Log Pearson Type III 分佈常態化示意圖

其中 c 影響收縮點的位置，收縮點位置在

$$X = C + 1$$

b 影響收縮比例， $b = \frac{1}{n}$ ， n 愈大則收縮比例愈大，反之，愈小。

a 影響平均值及變方的比例，通常可假設 $a = 1$

其示意圖如圖 4。

(e) 標準化

標準化 (Standardization) 乃是將任一序列轉換為平均值為零、標準偏差為一的序列，轉換式為

$$Y = \frac{X - m}{\sigma} \dots \dots \dots (31)$$

雖然 Salas 等人⁽¹²⁾認為並不需要將所要序列標準化，可增加直觀的判斷力。但作者認為，除非是將所有序列以同一種轉換式成常態分佈，否則各序列間數值相差太大，大數值序列可輕易的影響了敏感的小數值序列之推衍值，故除非是以同一轉換式做為常態化，否則常態化之序列仍以標準化為佳。

(二) 檢定方法

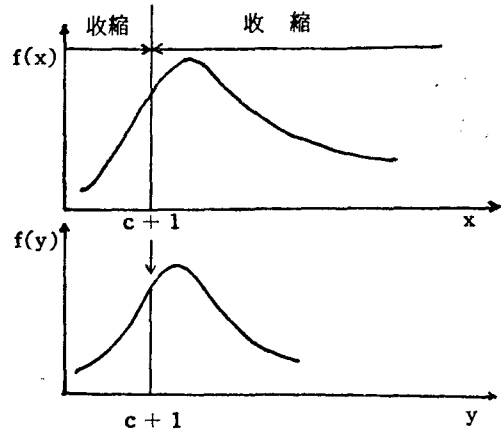


圖 4 其他分佈常態化示意圖

本文以卡方檢定 (χ^2 -test) 做分佈的密合度檢定，以順位圖 (Rankit Plots) 提供對常態分佈視覺上的檢定，再以相關圖觀察是否為線性相關，最後以均方根表示不同時間尺度流量的差異。

Salas 等人⁽¹²⁾認為卡方檢定的效力薄弱，建議需對常態化的序列再加以視覺的檢定。Bingham 認為順位圖足以提供良好的視覺檢定⁽¹³⁾。

均方根 (Root Mean Square) 是用來表示不同時間尺度推衍流量的差距，如推衍月之和與推衍年之比較及推衍旬之和與各推衍月之比較。其公式為：

$$RMS = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\sum_{j=1}^m Y_{ij} - X_i)^2}{n}} \dots \dots \dots (32)$$

其中 n = 比較樣本的數目

m = 各季的數目，如 Y 為月流量，則 $m = 12$ ；

如 Y 為旬流量，則 $m = 3$

Y = 較小時間尺度之推衍流量

X = 較大時間尺度之推衍流量，當 Y 為月流量

， X 即為年流量；當 Y 為旬流量則 X 為月流量。

三、分配模式在濁水流域的應用

本研究對濁水流域之集集，桶頭及西螺三站，取民國55年至73年，計十九年之流量紀錄。以時間型單站分配模式分別推衍各站之流量。

水文合成技術要求所運用的流域其流量為原始而未經調節 (unregulated) 的，目的是維持流量母體的統計特性以免於扭曲。西螺站上游確有引水

的行為，但其量無法測出，無法評估其對流量的影響程度，僅能以實測流量為應用對象，並注意其可能之影響。

在應用分配模式推衍流量之前，需先檢定各時間尺度流量序列所屬之分佈，並依其分佈將流量序列常態化及標準化。歷史資料完成處理後，即可以其它模式（本文採用馬可夫模式）推衍流量，再分配之。其步驟如下：

1. 計算各轉換序列之平均值，變方，標準偏差，及年流量序列之稽延一階相關係數。

2. 計算各序列彼此間之共變方， $Cov(X,Y)$, $Cov(X,Y_{\tau-1})$, 及 $Cov(Y,Y_{\tau-1})$ 。包括年與月，月與月，月與旬以及旬與旬之間。

3. 以步驟 1 及 2 計算出之結果計算年分配至月之模式參數十二組，以及各月分配至旬之模式參數三十六組。

4. 以馬可夫模式推衍年流量，其中以歷史記錄之最後一年流量為起始值。推衍資料之年數與歷史記錄相同，皆為十九年。

5. 將由馬可夫模式推衍出之年流量分配為月流量。

6. 將分配出之月流量再分配為旬流量。

7. 計算各分配出之常態分佈流量序列之平均值、變方、年流量稽延一階相關係數及各列序彼此間之共變方。

8. 轉換各常態分佈序列回原來之平均值、標準偏差及分佈，即為做逆標準化，逆常態化的動作。

9. 計算各轉換回的序列之平均值，標準偏差及偏態係數。

10. 計算年及各月之均方根。

11. 重覆 4 至 10 的動作 50 次，平均 7, 9, 10 所得之各參數及均方根並與歷史值比較。

四、分配結果與討論

本研究採用的三個目標站中，西螺站僅有連續完整的十九年紀錄，為方便應用空間型複站模式並與另外二種模式比較，作者只能截取另外二站相同年份的紀錄，而割捨剩餘可用的紀錄。有關複站模式的研究結果，將另文發表。

所得樣本數少，任一樣本值的過大或過小對樣本序列的分佈及統計參數造成很大的影響。例如民國七十二年春季雨量特多，各站二、三、四三個月及四至十二等九個旬的流量序列之第十八個值即顯

得特別大，明顯的影響了分佈檢定及偏態係數，如圖 5。雨季內的乾旱亦會有影響，如圖 6。其它如颱風之有無及大小亦會明顯的改變了流量值。Hoshi 及 Burges⁽⁵⁾認為修改紀錄值個數最多不能超過總長度的二十分之一，十九年的紀錄長度尚不足承受對任一紀錄值的修改。

年流量與各月月流量之相關性均低，即使是流量甚豐的七月亦然，見圖 7；而月流量僅由三個旬

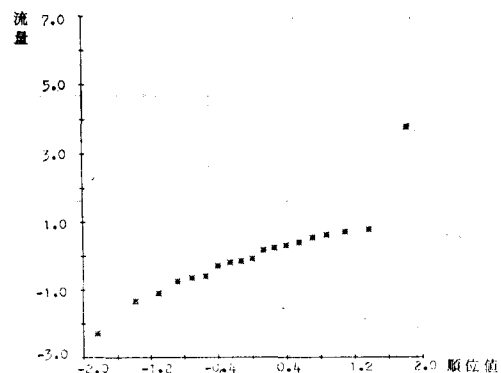


圖 5. 集集站常態化二月月流量順位圖

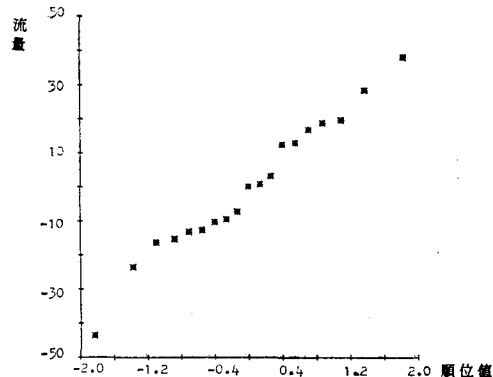


圖 6. 集集站常態化二十二旬旬流量順位圖

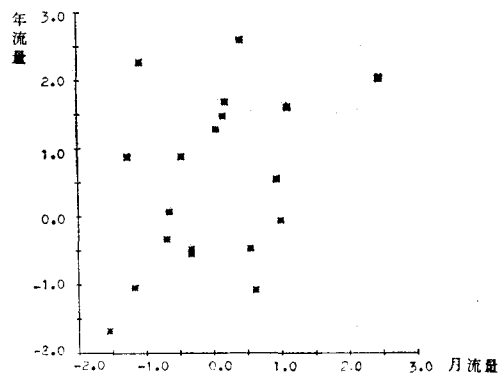


圖 7. 桶頭站標準常態化年流量與七月月流量相關圖

的流量所組成，故相關性較佳，見圖 8；但在豐水季時又不盡然，見圖 9。

四種分佈中，以 Log Pearson Type III 分佈保持的情形替差，作者認為是在完成分配，將推衍之常態分佈序列還原為 Log Pearson Type III 分佈的過程中，遇有負值則令之為零，因此改變了原來的分佈。同時，也增大了還原序列的平均值。

西螺站上游有明顯之引水現象。降雨量愈多，則引水量愈少；相對的，降雨量愈少，則引水量愈多。因此，同一時段（月，旬）內的流量序列平均值減小，標準偏差及偏態係數增大，其分佈較符合 Log Pearson Type III 分佈。假設引水量為一隨機應變量 R，原始未引水前之流量為隨機變量 O，則本文所推衍引水後之流量為隨機變量：

$$Q = O - R \dots\dots\dots(33)$$

Q 的機率密度函數為 O 與 Q 的聯合機率密度函數 (Joint Probability Density Function)。知道其中任意二者的機率密度函數即可求得第三者之機

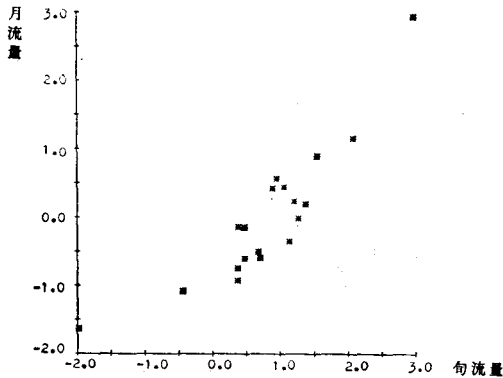


圖 8. 桶頭站標準常態化一月月流量與一旬旬流量相關圖

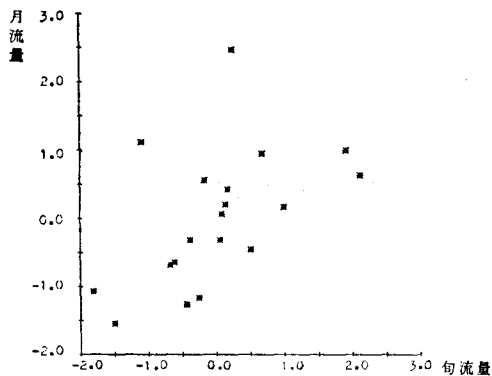


圖 9. 桶頭站標準常態化七月月流量與十九旬旬流量相關圖

率密度函數。

若分配模式中推衍之子序列、母序列均為常態化標準化變量，式中隨機變量 ϵ 對不同分佈之還原量有不同程度之影響。設分配得之常態化標準化變量為

$$Y_{NS} = AX + B\epsilon + CZ \dots\dots\dots(34)$$

Y_{NS} 表示常態化標準化之子序列隨機變量，逆標準化後，得

$$Y_N = Y_{NS} \cdot \hat{\sigma}_{YN} + \hat{m}_{YN} \dots\dots\dots(35)$$

式中 \hat{Y}_N ：逆標準化後得到之常態化變量

$\hat{\sigma}_{YN}$ ：歷史值常態化變量之標準偏差

\hat{m}_{YN} ：歷史值常態化變量之平均值

將(35)式逆常態化後得到之不同分佈之還原量如下：

$$Y_{LN} = e^{Y_N} + \beta \dots\dots\dots(36)$$

$$Y_G = Y_N^2 + \beta \dots\dots\dots(37)$$

$$Y_{LG} = \text{EXP}(Y_N^2) \dots\dots\dots(38)$$

其中 Y_{LN} ：屬對數常態分佈的還原量

Y_G ：屬 Gamma 分佈的還原量

Y_{LG} ：屬 Log Pearson Type III 分佈的還原量

β ：下限

常態分佈不需逆常態化，其還原量即等於式(35)。

當隨機變量 ϵ 較大而使得 AX 及 CZ 兩項與 $B\epsilon$ 相比顯得較小而可忽略時，各種分佈與隨機變量 ϵ 之關係即變為

$$Y_N = \beta \epsilon \hat{\sigma}_{YN} + \hat{m}_{YN} \dots\dots\dots(39)$$

$$Y_{LN} = \exp(\beta \epsilon \hat{\sigma}_{YN} + \hat{m}_{YN}) + \beta \dots\dots\dots(40)$$

$$Y_G = (\beta \epsilon \hat{\sigma}_{YN} + \hat{m}_{YN})^2 + \beta \dots\dots\dots(41)$$

$$Y_{LG} = \exp[(\beta \epsilon \hat{\sigma}_{YN} + \hat{m}_{YN})] \dots\dots\dots(42)$$

由以上四式可看出， ϵ 值對各種分佈還原值大小之影響依序為 Log Pearson Type III > Log Normal > Gamma > Normal。

在實際運用時，屬 Log Pearson Type III 分佈的序列，其 $\hat{\sigma}_{YN}$ 通常小於 1， Y_{LG} 對 ϵ 值之大小反不如 Y_{LN} 對 ϵ 值大小為敏感。如再加上 AX 或 CZ 項很大，該推衍流量的還原值即會顯得特別大，尤其在 B 係數及 CZ 項很大的序列，推衍平均值及標準偏差的偏大，幾乎是無法避免的。

分配結果顯示出，單站分配模式對三目標站，無論月流量或旬流量，均能良好的保持各序列的平均值，見圖 10、11。保持標準偏差的能力差強人意，見圖 12、13。至於偏態係數則並不令人滿意，推衍值普遍的較歷史值小，見圖 14、15。其原因如前所述，特別大的紀錄流量會使該序列的歷史偏態係

數偏大。但在推衍分配的過程中，隨機變數項。在每一序列中均產生一特大值的機率很小，故推衍序列之偏態係數要普遍小於歷史序列之偏態係數。總體而言，三種分配模式推衍的結果並無顯著的差別，保持旬流量統計特性的能力要稍遜於保持月流量統計特性的能力。

完全的常態化與常態化後理想的線性關係，二者甚難得兼。理論上，將原相關係數很大的二序列，按不同之分佈將之轉換為常態分佈，常態化後的兩序列之線性相關程度一定會降低。在本研究中，作者應用單站分配模式時，著眼在完全的常態化，而忽略了線性關係的保持，因此均方根的值普遍

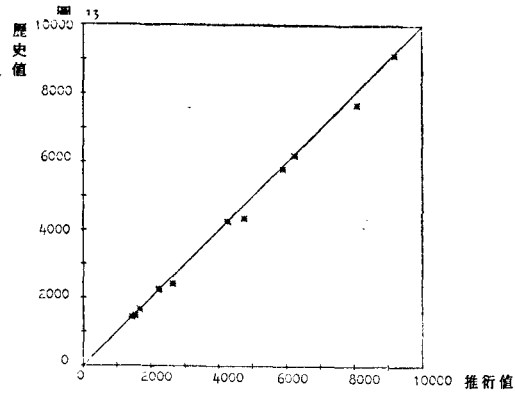


圖 10 集集站經時間型單站模式分配出之月流量平均值相關圖

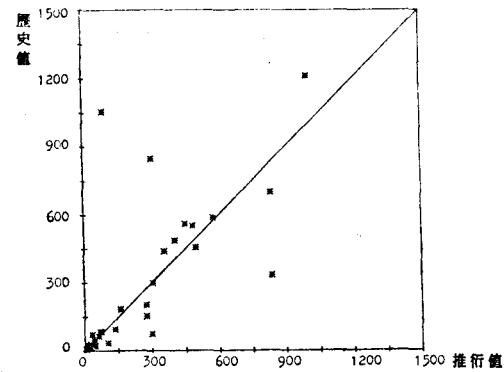


圖 13 桶頭站經時間型單站模式分配出之旬流量標準偏差相關圖

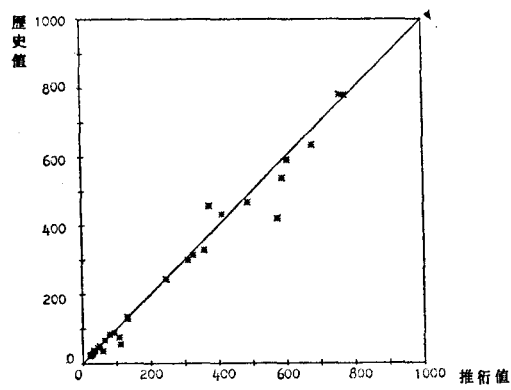


圖 11 桶頭站經時間型單站模式分配出之旬流量平均值相關圖

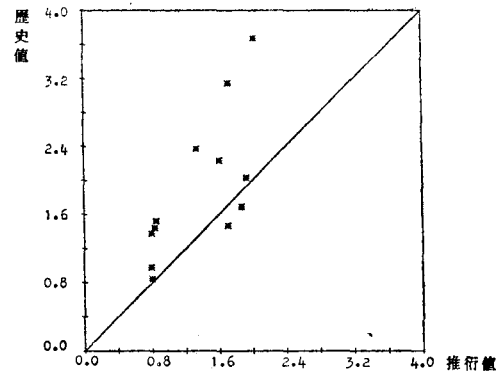


圖 14 集集站經時間型單站模式分配出之月流量偏態係數相關圖

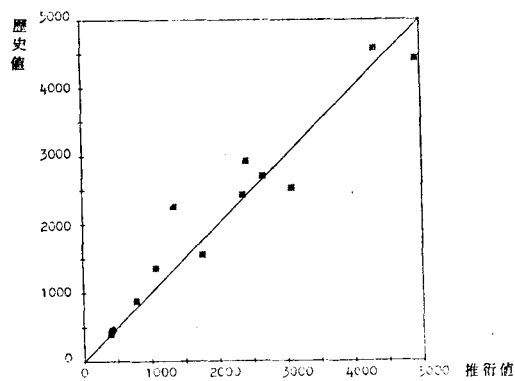


圖 12 集集站經時間型單站模式分配出之月流量標準偏差相關圖

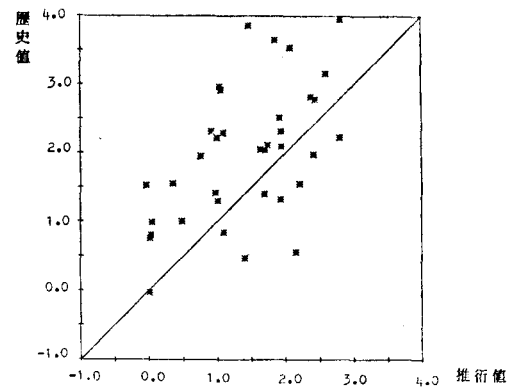


圖 15 桶頭站經時間型單站模式分配出之旬流量偏態係數相關圖

大，與分配模式之原旨不符。究其原因，主要為分配出之常態化，序列在還原為原分佈時因分佈之不同而採用不同的還原式，還原後不同時間尺度流量序列間，自然會有相當大的差異。此外，Lane 模式結構上的缺點對此會有影響早在意料之中。至於少數均方根與平均值之比值過大者，則顯然為前面所述，Be及 CZ 項過大，還原為對數常態分佈時所造成之現象。

另外，單站模式可良好的直接保持常態化序列間之各種共變方。

五、結 論

分配模式的發展是為了彌補一般水文模式無法同時保持不同時間尺度流量序列統計特性的缺點，本文應用 Lane 提出之模式，以時間型單站分配模式來推衍濁水溪流流域集集、桶頭及西螺等三站之流量。

將各站十九年的歷史資料予以卡方檢定，以判斷其所屬之分佈，並依其所屬分佈，將之常態化，而後再標準化。

本文以馬可夫模式推衍各模式所需的母序列，並以一次分配一季的方式，將各站年流量依次分配為月，再依次分配為旬流量。

分配結果需檢定是否符合原分佈，並計算推衍年流量與推衍月流量和的均方根，以及推衍月流量與推衍旬流量和的均方根。

比較推衍序列與歷史序列發現，分配模式可以保持平均值及標準偏差，但因歷史流量序列內多有特大值，因此推衍偏態係數大多小於歷史值。

直接保持的年流量與月流量共變方、月流量稽延一階共變方、月流量與旬流量共變方、旬流量稽延一階共變方，均與歷史值接近。

四種分佈中，以對數常態分佈序列對隨機變量，最為敏感，也因此易造成推衍序列之平均值、標準偏差均較歷史值為大。

常態化與線性關係難以得兼，本文偏重於完全的常態化而忽略線性關係的保持，因此，均方根均顯得很大。

作者最後並認為，所推衍量係原始未引水序列 O 減去人為引水量 R，而其機率密度函數則為 O 與 R 之聯合機率密度函數。總體來說，單站分配模式可適用於濁水溪流流域。

六、參考文獻

1. Harms, A. A., and Campbell, T. H., "An extension to the Thomas-Fiering Model for the Sequential Generation of Streamflow," *Water Resources Research*, Vol. 3, No. 4, 1965, pp. 653-661.
2. Valencia, D. R., and Schaake, J. C., Jr., "Disaggregation Processes in Stochastic Hydrology," *Water Resources Research*, Vol. 9, No. 3, 1973, pp. 580-585.
3. Mejia, J. M., and Rouselle, J., "Disaggregation Models in Hydrology Revisited," *Water Resources Research*, Vol. 12, No. 2, 1976, pp. 185-186.
4. Lane, L., "Applied Stochastic Techniques (LAST Computer Package)," User Manual. Division of Planning Technical Services, Bureau of Reclamation, Denver, Colorado, Dec. 1979.
5. Hoshi, K., and Burges, J., "Disaggregation of Streamflow Volumes," *Jour. of The Hydr. Div.*, ASCE. 105, HY1, 1979, pp. 27-41.
6. Stedinger, J. R., and Vogel, R. M., "Disaggregation Procedures for Generating Serially Flow Vectors," *Water Resources Research*, Vol. 20, No. 1, 1984, pp. 47-56.
7. 楊豐榮：「序率水文學之檢定與分配模式之研究」，臺灣大學土木研究所碩士論文，民國七十三年六月。
8. Loucks, D. P., Stedinger, J. R., and Haith, D. A., "Water Resources System Planning and Analysis," Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1981.
9. Fiering, M. B Jackson, B. B., "Synthetic Streamflow," *Water Resources Monograph Series*, American Geophysical Union, Washington D. C., 1971.
10. Young, G. K., Discussion of "Mathematical Assessment of Synthetic Hydrology" by Matalas, *Water Resources Research*, 4(3), 1968, pp. 681-682.
11. Srikanthan, R., "Sequential Generation of Monthly Streamflows," *Jour. of Hydrology*, 38, 1978, pp. 71-80.
12. Salas, J. D., Delleur, J. W., Yevjevich, V., and Lane, W. L., "Applied Modeling of Hydrologic Time Series," Water Resources Publications, Littleton, Colorado. 1980.
13. Bingham, C., "Rankit Plots: A Graphical Aid in Assessing the Normality of Data," university of Minesota, 1976. (Unpublished)