

梅子振動採收之研究

A Study on Harvesting of Prunus Mume

臺灣省農業試驗所助理研究員

賴 建 洲

Chien-Chou Lai

摘 要

由於梅果採收工資之提昇，再加上其人工採收方式之類似於振動採收方式，所以梅果之人工採收很適於用振動機之振動採收來代替。

一、依據 COOK 與 RAND 所合著之理論為基礎，以青梅與紅梅為實驗材料，利用虎克定律及一些簡單之儀器找出所需之資料，求出適當之採收頻率，再以索引式振動機實際採收青梅之結果來驗證，茲列述如下：

- (1) 青梅之最佳採收頻率在 400~500rpm. 採收率高達95%，不帶蒂佔75%。
- (2) 紅梅之採收頻率在 200~300 rpm.，理論上採收率及不帶蒂因分離力之微弱，應比青梅為高。
- (3) 青梅之採收期應比往年農民憑經驗認定之採收期延後亦即在開花後 100 日左右，而紅梅則應在開花後80左右。

二、以索引式振動機振動樹，且用儀器同時記錄各測點之加速度值，而以振動學及機動學之理論加以分析而得下列結果：

- (1) 頻率在樹枝之傳遞是不變的，而產生最佳力傳遞之施力點在第二支幹或第三支幹。
- (2) 使用索引式振動機之衝程路線應與繩子在同一直線上且垂直欲振樹枝枝幹，而其衝程由於振動機被拉向樹致使樹枝之衝程減少，故應將索引式振動機之衝程設得比一般振動機之衝程大。

Abstract

For the sake of high paying of Labor-Harvesting Prunus Mume and the type of Labor-Harvesting is similar to the type of Shaker-Harvesting, so it is suited to substitute Labor-Harvesting by Shaker-Harvesting.

Depending on the theory described by Rand and Cook, we took green Prunus Mume and red Prunus Mume to be experimental material and found the data by Hook's Law and some simple equipment. Then proved it by the result of harvesting green Prunus Mume as follows.

1. The effective frequency for harvesting green Prunus Mume is 400 rpm to 500 rpm. But for harvesting red Prunus Mume is 200 rpm to 300 rpm, which depends on the limb size.
2. The harvesting period is 100 days for the green Prunus Mume and 80 days for the red Prunus Mume after the blossom.

We vibrate a tree by Cable Shaker, record the acceleration of each experimental point at the same time, then analyzed it by theory of vibration and mechanisms as follows.

1. The frequency transfer in the limb is unchangeable and the effective shake point is at the second or third branch.
2. The way of slider on the shaker must line in the cable and is perpendicular to the branch. The stroke of Cable Shaker must be longer than the other's.

第一章 前 言

坡地農業中，果樹之栽培佔著很重要的地位，而在衆多果實中，以梅子最適於機械採收，此可由下面幾項看出：

(1)果農一向以竹竿敲擊而採收之，此與振動採收頗為類似。

(2)梅子外表的顏色與梅葉同為青色，肉眼不易辨別。

(3)梅子除了偶而需要除草與疏枝外，並不需要像照顧其他果實那樣費事，亦即其最大之耗用在採收工資。

(4)梅葉在採收期後會自然掉落，故機械採收，不太需要擔心其是否會將葉子振落。

凡此種種皆顯示梅子採收的機械化是符合經濟效益及有助於工作效率的。

第二章 文獻探討

在早期，外國的學者對振動採取方面已有相當之研究，例如，Markward et al (1964)*¹¹ 發現利用頻率與衝程之組合可得相當於分離果實之慣性力。Brewer (1965)*⁸ 發現在產生同樣慣性力之衆多頻率中，有一些頻率之採收效果較好。而 Barnes (1970)*⁷ 更發現在某種角度施力於樹枝，可以較小之施力而達到採收之效果。

更有將果樹系統模式化，而以數學公式來找出施用頻率之大小及預測採收型式者，例如，Thmoas (1963)*¹⁶ 將蘋果之果梗—果實系統視為一懸擺 (Pendulum)，而端點具有扭轉彈簧之模式。Diener et al(1965)*¹⁰ 更將振動中的蘋果運動模式分為5種。Wang Jaw-Kai*¹⁸ 把咖啡豆及梗部視為懸臂樑 (Cantilever beam)。而 Cooke 把 Rand*⁹ 利用3度自由度來將果梗—果實系統模式化。

隨著理論之逐漸發展，振動採收之效果愈來愈好，且採收之結果與理論之預測更接近，但其採收之方式大都施力於主幹或第一支幹，且對於果實成

熟度與採收方式之關係並無深入之研究，故本論文乃以索引式振動機來施力於樹枝之各部，嘗試分析力傳遞之情形，並對梅子作物性方面之分析，找出在不同之採收日期所需之採收方式，以作為採梅振動機之設計及改良之方針。

第三章 目 的

本研究之主要目的為：

(1)找出在青梅與紅梅果實—果梗系統中，各類運動模型在成熟期間，其自然振動頻率之變化。

(2)找出斷點強度，果實質量，果梗直徑在成熟期間之變化。

(3)更深入了解，索引式振動機的力學理論，期能分析其與樹枝運動情形，而能提供更佳之機械設計資料與機械使用方法。

第四章 振動採收之理論探討

果實之所以會脫落，除了因自然成熟造成果實斷點強度衰弱，而不堪果實重量外；就是受到外力，產生一加速，當果實本身之慣性力大於果梗之強度時，所造成之結果。

一般果農在採梅時，以竹竿敲打小枝，造成果實之瞬間加速度，而將果實與樹枝分離，但此法只能在低矮之外圍方有較佳之效果，若在果樹之頂部或內部則難以實施，效果亦不彰，若吾人以機械來代替人力，且只要施力於低矮的枝幹，而卻能達到採收之目的，將能使農民之採收工作簡單化。

通常，只要施力够大，則經過樹枝之傳遞至果實，此力仍足以將果實振落，但却容易傷害樹枝，亦浪費能量，故吾人不應一味只考慮將力量加大，而應從它處著手——那就是頻率。

4.1 共振原理

在振動學中¹⁷，可以圖1，圖3來表示所有單自由度的振動運動模型，在此假設阻尼 (damping) 為零，而其頻率比 β 與放大因子 D (or $D\beta^2$) 間之關係如圖2及圖4。

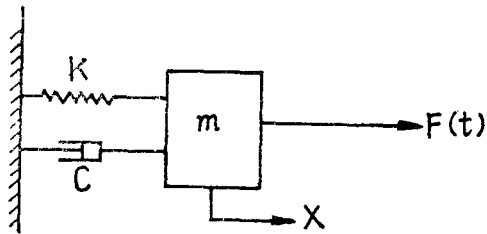


圖 1 單自由度的振動模型

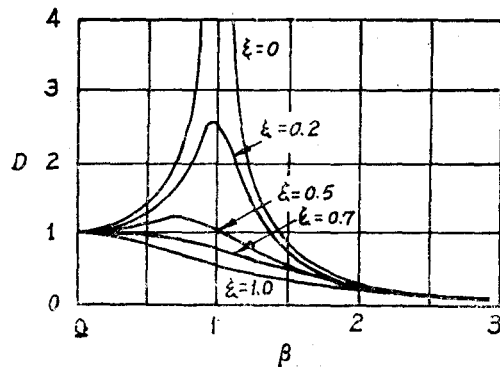


圖 2 頻率比 β 與放大因子 D 之關係

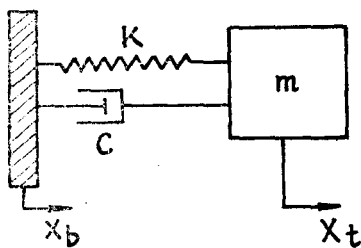


圖 3 單自由度底部振動模型， $C=0$

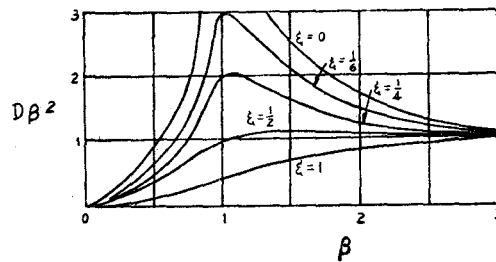
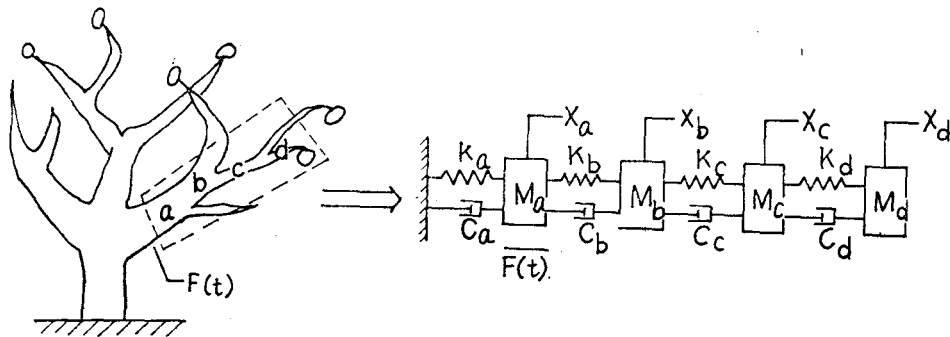


圖 4 頻率比 β 與放大因子 $D\beta^2$ 之關係

實際上果樹之結構形狀是非常複雜的，若硬將其視為單自由度的系統，似乎太過牽強，故欲更精密的，準確的預測其運動情形，吾人可將樹枝結構

考慮模擬成更複雜之系統，如圖 5。可得一運動方程式以矩陣表示如下：

$$\begin{pmatrix} K_d - W^2 M_d & -K_d & 0 & 0 \\ -K_d & K_d + K_c - M_c W^2 & -K_c & 0 \\ 0 & -K_c & K_b + K_c - M_b W^2 & -K_b \\ 0 & 0 & -K_b & K_a + K_b - M_a W^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_d \\ X_c \\ X_b \\ X_a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ E(t) \end{pmatrix} \dots 4-1$$



令 圖 5 樹枝結構的多自由度振動模型， $C_i = 0$

$$\begin{pmatrix} K_d - W^2 M_d & -K_d & 0 & 0 \\ -K_d & K_d + K_c - W^2 M_c & -K_c & 0 \\ 0 & K_c & K_b + K_c - W^2 M_b & -K_b \\ 0 & 0 & -K_b & K_a + K_b - W^2 M_a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A \end{pmatrix} \dots 4-2$$

則當 $|A|=0$ 時，可得 4 個特徵值，即系統的自然頻率，而各個自由度之位移可以下式表示：

$$\begin{pmatrix} X_d \\ X_c \\ X_b \\ X_a \end{pmatrix} = \frac{\text{adj}[A]}{|A|} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ F(t) \end{pmatrix} \dots\dots\dots 4-3$$

但因每棵樹或每根樹枝的形狀與大小，並不盡相同，往往相差很大，故上述式子中的 K 與 M 值，在不同的樹幹中，將有所不同，而無法找出一共同之代表，故欲求一具有通用性的值，除非各棵樹的枝幹大小皆很類似，方可用上述式子，否則應從它處著手。

4.2 利用振動之不穩定度

由前面之分析得知，每棵樹枝幹的大小不定，其整個系統的自然頻率亦不一定，但其對施用頻率 W 之傳遞却是每處都一樣，亦即的支持果實的最末枝條上，吾人可以控制它的振動頻率，而在果實一果梗結構中，在所有同類之果樹都具有相當類似之性質，另外它的結構形狀相當類似於一根棒尾端接一質點，如圖 6，此種結構的穩定性在非線性振動學中已有詳盡的討論^{*16}，即在圖 6 (a) 不穩定之結構中，只要在垂直方向施予適當振幅與頻率的力 P_y ，即可使之呈穩定狀態，同理，對於圖 6 (b) 之穩定結構中，吾人可施予小振幅及適當之頻率，即可使之呈不穩定之狀態，亦就是隨著時間之增長而擺動愈來愈大，這些性質已被 COOKE 與 RAND 二位所共同合作的著作^{*9} 所取用，而發展出果梗一果實系統的自然頻率與其支持處振動頻率的關係，他們將果梗一果實之模型簡化為圖 7。

依 Lagrange 方程式，吾人可求得三個自然頻率：

(1) 水平扭轉模型的自然頻率：

$$W^2 = \frac{5k_4}{2MR^2} \dots\dots\dots 4-4$$

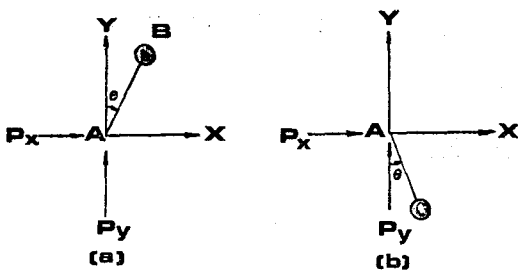


圖 6 棒與質點之結構

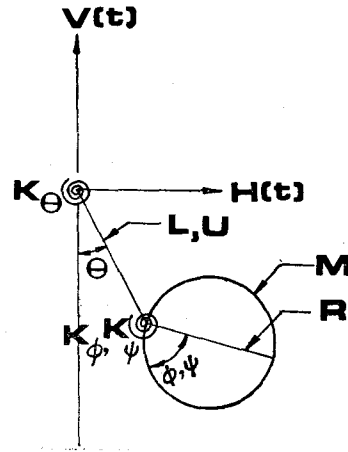


圖 7 果梗與果實系統之模擬

(2) 水平運動模型的自然頻率：

此模型與果實垂直扭轉模型，而由下列式子可解出二個 W 值。

$$(a_1 + a_2 W_n^2)^2 - (a_3 W_n^2 - a_4)(a_5 W_n^2 - a_6) = 0 \dots\dots\dots 4-5$$

$$(a_1 + a_2 W_n^2)^2 - (a_3 W_n^2 - a_4)(a_5 W_n^2 - a_6) = 0$$

$$a_1 = K\phi \quad a_3 = [\mu/3 + M]L^2 \quad a_5 = 7/5MR^2$$

$$a_2 = MRL \quad a_4 = K_\theta + K\phi + W/2 + M)g^L$$

$$a_6 = MgR + K\phi$$

而其模態解為

$$\frac{\phi}{\theta} = \frac{(K\phi + MLRW_n^2)}{(-\frac{7}{5}MR^2W_n^2 + MgR + K\phi)} \dots\dots\dots 4-6$$

若將支持處的位移， $V(t)$ 與 $H(t)$ 也考慮進去，則可解出當支持處之頻率，即施用頻率，為平面運動模型的自然頻率的 2 倍時，此模型即可達到不穩定之狀態，而使果實落下。

4.3 脈衝原理

吾人知道以竹竿敲擊枝幹，乃是利用脈衝 (impulse) 之原理，使果實產生一瞬間加速度，而達到採收之目的，其運動情形可以下面式子來描述：

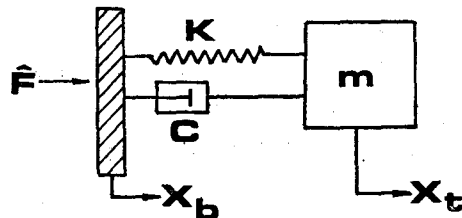


圖 8 單自由度之脈衝振動模型， $C=0$

令 $Z = X_t - X_0$

而 $F = \int F(t)dt = \int m dv = m(V_t - V_i) \dots\dots\dots 4-7$

則 $Z = \frac{\hat{F}}{mW_n} \sin W_n t + X(0) \cos W_n t \dots\dots\dots 4-8$

一般初速度 $V_i = 0$ ，若吾人能使 V_i 之值為負，如此由 4-7 與 4-8 式知， Z 值將增大，（若其他條件不變），此為吾人在振動採收時所期望的，因此，若能够在果梗—果實系統呈不穩定狀態時，又產生脈衝，則必可增加其不穩定，提高採收效果。

4.4 索引式振動機之力學分析

索引式振動機乃是將引擎所生之迴轉運動轉換成往復式的運動，然後透過繩子來帶動樹枝，而達到採收之目的，在施行時可分二種型態的運動方式來討論。

(1) 當施用頻率 W 小於樹枝自然頻率 W_n 的 2 倍時，則繩子處於緊張的狀態，樹枝的運動隨著振動機的衝程而運動，如圖 9 與 4-17。

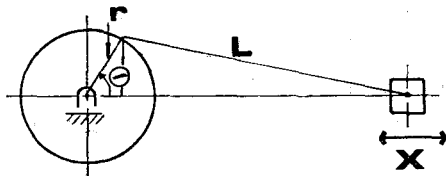


圖 9 振動機之示意圖

$$X = R(1 - \cos\theta) + L\left[1 - \sqrt{1 - \left(\frac{R}{L}\right)^2 \sin^2\theta}\right] \dots\dots\dots 4-9$$

$$\therefore (1 \pm \beta^2)^{1/2} = 1 \pm \frac{1}{2}\beta^2 - \frac{1}{2.4}\beta^4 \pm \frac{1.3\beta^6}{2.4.6} - \frac{1.3.5\beta^8}{2.4.6.8} \pm \dots$$

此處 $\beta = \frac{R}{L} = \frac{R}{L} \sin\theta$ ，取前二項，則

$$X \doteq R(1 - \cos\theta) + \frac{R}{2L} \sin^2\theta \dots\dots\dots 4-10$$

其中 $\theta = Wt$

(2) 當 $W < 2W_n$ 時，則振動機之回程將較樹枝彈回之速度為快，若其行徑由回程開始算起，則

$$X_s(t) = R(1 - \cos\theta) + \frac{R^2}{2L} \sin^2\theta \dots\dots\dots 4-11$$

而樹枝之回程可視之為自由振動

$$X(t) = A \cos W_n t + \beta \sin W_n t \dots\dots\dots 4-12$$

而其初始條件為

$$X(0) = A = 2R + X_0$$

$$X(0) = \beta = 0$$

故

$$X(t) = (2R + X_0) \cos W_n t \dots\dots\dots 4-13$$

如此當振動機再拉動時，樹枝已有一負方向之值，由 4-7 知，此可產生較大之脈衝，而此時之位置與瞬時速度可由下式算出

$$X_s(t) = X(t) - X_0$$

$$R[1 - \cos(Wt + \pi)] + \frac{R^2}{2L} \sin^2(Wt + \pi) = (2R + X_0) \cos W_n t - X_0 \dots\dots\dots 4-14$$

$$\text{其中 } Wt > \pi \text{ 且 } W_n t < \frac{\pi}{2} \dots\dots\dots 4-15$$

而且吾人亦希望此時之 $[X_s(t) - X(t)]^2 + X^2(t)$ 之值為最大，即

$$\left[RW \left[\sin(Wt + \pi) + \frac{R}{2L} \sin^2(Wt + \pi) \right] - (2R + X_0) W_n \sin W_n t \right]^2 + [(2R + X_0) \cos W_n t]^2 \dots\dots\dots 4-16$$

的最大值。

上述 W 代表造成不穩定時之施用頻率，欲求符合 4-14, 4-15, 4-16 三式所需之 W_n 與 t ，可採試誤法 (trial error method)，而以電腦來完成計算工作。

另外，若所求得之 W_n 值不合實際，則可以改變 X_0 或 R 之值，以得最佳之結果。

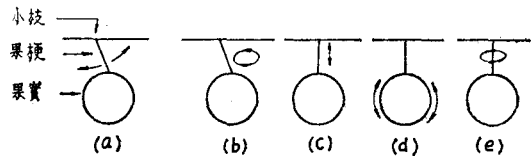


圖 10. 果實與果梗系統之各類運動模型

- (a) 左右擺動模型
- (b) 水平擺動模型
- (c) 垂直運動模型
- (d) 垂直扭動模型
- (e) 水平扭動模型

第五章 實驗程序設備

5.1 實驗材料

本研究以臺中縣東勢鎮慶福里水汴坑山區之青梅與紅梅作為物性分析的實驗材料，而以國立臺灣大學農機系內之楓樹及索引式振動機，作為力傳遞方面的實驗材料。

5.2 實驗方法與步驟

5.2.1 機械物性方面

果實—果梗系統之運動模型有 5 種，如圖 10 所示，而 (b) 之模型可由 2 個 (a) 模型組合而成，

故吾人以(a)(c)(d)(e) 4種模型來作實驗，以求其自然頻率，其中(a)(d)(e)三種之求法已在公式4-4及4-5中提及，而(c)之解法如圖11。

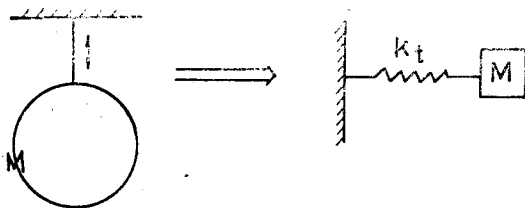


圖11 垂直運動模型

可得

$$M_x + K_T X = 0$$

故自然頻率為 $W = \sqrt{\frac{K_T}{M}}$

吾人只要測出 K_T 及 M ，就可求出它的自然頻率了。由4-4, 4-5 及 5-1 可知欲求各模型的自然頻率所需要的資料，吾人可利用虎克定律測得各模型之彈性係數 K_s , K_p , K_r 及 K_T 值，再利用天平和游標尺測 l , M , D 及 R 值。測得各個果實之上述各值後，利用統計¹³ 學法，求得各資料值之平均值來代表，再代入 4-4, 4-5, 5-1 三式，即可得各模型之自然頻率。

至於分離力則由拉力計測定，亦是利用統計學法來求其代表值。

5.2.2 力傳遞方面

利用 Multicoder 同時記錄四個點之頻率及振幅之大小，了解頻率和振幅在樹枝傳遞過程之變化情形，以及比較在施用頻率不同時，各點之振幅變化情形。

儀器之組合如圖12。

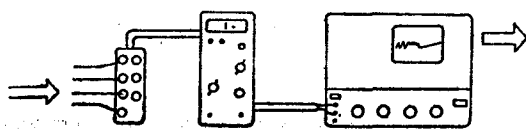


圖12 加速計訊號傳遞示意圖

第六章 結果與討論

6.1 梅子的機械物性

6.1.1 從民國71年3月19日至3月29日於臺中縣東勢鎮慶福里水汴坑

由表1及第4.2節中所述，可計算得梅子果實——果梗系統之自然頻率，如表2.可知欲得梅子的

不穩定態，可施予左右擺動型及垂直扭動型的自然頻率的2倍，即對青梅為436 rpm或6796 rpm，而對紅梅為734 rpm或18658 rpm。另外若樹枝運動模型與果實水平運動模型是互相獨立的，則只要施予水平運動模型的自然頻率值，即可使產生共振之現象，但若樹枝運動模型與果實水平運動模型為關連的(coupled)，則無法預知施予多大的頻率值，方能產生共振。至於垂直運動模型，由於其自然頻率值高達10000 rpm，施用時能源消耗會太多，造成浪費，再加上施予此頻率時，無法預知能否產生共振，在實際與理論上皆不適合，故於72年之實驗將此模型略去。

6.1.2 從民國72年3月8日至4月13日於臺中縣東勢鎮慶福里水汴坑

實驗結析列於表3~5及表7~8中，利用第4.2節所述，可計算得梅子果實——果梗系統的自然頻率，並將實驗計算結果與時間建立一多項式迴歸曲線，期望由其間圖形之變化，找出有用之資料，以供有需要之參考，茲討論如下：

(1) 質量與時間的關係

由圖13與圖14可知質量對時間的變化關係，青

表1. 梅子的果實質量、果實直徑、果梗長度、果梗直徑及 K_s, K_p, K_r, K_T

時間：民國71年3月19日至3月29日

地點：臺中縣東勢鎮慶福里水汴坑

項 目	品 種			
	青	梅	紅	梅
果實的質量 (g)	9.77 ± 2.18	8.70 ± 2.08		
果梗的直徑 (cm)	0.13 ± 0.01	0.14 ± 0.01		
果梗的長度 (cm)	0.64 ± 0.11	0.38 ± 0.12		
果實的直徑 (cm)	2.58 ± 0.14	2.56 ± 0.21		
K_s (g-cm/rad)	60.73 ± 45.84	147.82 ± 113.44		
K_p (g-cm/rad)	164.44 ± 65.32	162.15 ± 145.53		
K_r (g-cm/rad)	48.93 ± 31.97	41.48 ± 14.44		
K_T (g-cm/rad)	10300 ± 2700	22000 ± 9100		

表2. 梅子在果實——果梗系統中各類運動模型之自然頻率

時間：民國71年3月16日至3月29日

地點：臺中縣東勢鎮慶福里水汴坑

項 目	品 種	
	青 梅	紅 梅
左右擺動型的自然頻數 (rpm)	218± 26	362± 145
垂直扭動型的自然頻率 (rpm)	3398±1331	9329±2736
水平扭動型的自然頻率 (rpm)	421± 85	404± 28
垂直運動型的自然頻率 (rpm)	9893±2630	14973±5074

表3. 青梅的果實質量、果實直徑、果梗長度、果梗直徑及 K_s , K_p , K_r

時間：民國72年3月8日至4月13日

地點：臺中縣東勢鎮慶福里水汴坑

期 日	果實質量 (g)	果實直徑 (cm)	果梗長度 (cm)	果梗直徑 (cm)	$K_s(\frac{g-cm}{rad})$	$K_p(\frac{g-cm}{rad})$	$K_r(\frac{g-cm}{rad})$
3月8日	5.10±0.49	2.24±0.11	0.71±0.17	0.11±0.01	264±124	127± 65	73± 5
3月11日	5.20±0.22	2.34±0.06	0.68±0.26	0.12±0.01	73± 21	147± 41	39± 15
3月13日	6.10±0.67	2.28±0.10	0.80±0.14	0.12±0.01	68± 37	264± 89	33± 17
3月15日	6.30±1.28	2.28±0.16	0.70±0.09	0.12±0.01	41± 13	176± 0	46± 3
3月17日	6.08±0.60	2.30±0.08	0.72±0.25	0.14±0.02	50± 27	205±101	37± 7
3月19日	6.23±1.40	2.31±0.16	0.73±0.21	0.14±0.02	60± 10	156± 34	101± 64
3月23日	6.90±1.17	2.34±0.12	0.74±0.21	0.15±0.02	34± 9	234±101	68± 22
3月26日	8.2 ±1.3	2.55±0.13	0.67±0.20	0.14±0.01	46± 7	147± 34	100± 71
3月28日	7.9 ±1.43	2.49±0.17	0.72±0.23	0.14±0.01	35± 16	223±150	41± 12
4月1日	8.50±1.49	2.53±0.17	0.57±0.17	0.14±0.01	58± 5	176± 0	60± 7
4月4日	9.11±1.63	2.60±0.16	0.64±0.18	0.13±0.02	74± 25	132± 36	109± 57
4月6日	9.03±1.71	2.57±0.18	0.69±0.22	0.13±0.10	46± 23	210±125	52± 17
4月8日	9.11±1.89	2.58±0.19	0.63±0.24	0.12±0.01	38± 11	163±115	88± 52
4月10日	9.80±1.54	2.63±0.15	0.65±0.20	0.13±0.01	30± 5	183± 86	23± 10
4月13日	9.71±1.70	2.62±0.16	0.71±0.18	0.13±0.01	66± 45	102± 15	38± 18

表4. 紅梅的果實質量、果實直徑、果梗長度、果梗直徑及 K_0, K_1, K_2

時間：民國72年3月8日至4月13日

地點：臺中縣東勢鎮慶福里水汙坑

日期	果實質量 (g)	果實直徑 (cm)	果梗長度 (cm)	果梗直徑 (cm)	K_0 ($\frac{g-cm}{rad}$)	K_1 ($\frac{g-cm}{rad}$)	K_2 ($\frac{g-cm}{rad}$)
3月8日	2.27±0.28	1.92±0.13	0.39±0.05	0.12±0.01	70±68	94±33	40±27
3月9日	3.00±0.30	1.92±0.03	0.48±0.03	0.12±0.01	65±15	70±15	50±18
3月13日	3.20±0.42	1.88±0.00	0.39±0.04	0.13±0.01	61±14	52±10	58±21
3月15日	3.20±0.41	1.91±0.06	0.47±0.15	0.12±0.01	33±15	92±32	35±11
3月17日	3.36±0.36	1.92±0.11	0.39±0.09	0.14±0.03	77±47	156±34	27±14
3月19日	3.59±0.45	1.94±0.06	0.44±0.11	0.11±0.02	62±30	98±17	74±41
3月23日	3.78±0.80	2.01±0.15	0.49±0.07	0.12±0.01	38±19	73±25	40±16
3月26日	4.20±0.47	2.00±0.07	0.47±0.12	0.12±0.01	53±21	99±60	34±22
3月28日	4.11±0.59	2.04±0.10	0.48±0.11	0.12±0.01	59±29	138±81	45±7
4月1日	4.53±0.73	2.09±0.10	0.45±0.13	0.12±0.01	38±17	131±14	57±28
4月4日	5.26±0.80	2.15±0.13	0.44±0.08	0.12±0.01	38±8	123±56	60±18
4月6日	5.22±0.59	2.19±0.10	0.44±0.13	0.11±0.01	51±25	268±101	36±14
4月8日	5.25±1.10	2.18±0.09	0.47±0.10	0.12±0.01	34±15	119±94	45±32
4月10日	6.23±0.97	2.26±0.12	0.51±0.12	0.11±0.01	21±13	117±36	21±7
4月13日	6.22±0.80	2.28±0.08	0.45±0.08	0.11±0.01	12±3	215±157	36±14

表 5. 梅子在果實——果梗系統中各類運動模型之自然頻率

時間：民國72年3月8日至4月13日

地點：臺中縣東勢鎮慶福里水汴坑

日 期	青		梅		紅		梅	
	左右擺動 自然頻率 (rpm)	垂直扭動 自然頻率 (rpm)	水平扭轉 自然頻率 (rpm)	左右擺動 自然頻率 (rpm)	垂直扭動 自然頻率 (rpm)	水平扭轉 自然頻率 (rpm)	左右擺動 自然頻率 (rpm)	垂直扭動 自然頻率 (rpm)
3月8日	450±71	9817±2681	875±124	536±319	20160±11441	1028±354		
3月11日	315±17	5063±3174	554±99	304±144	5483±3104	1544±684		
3月13日	304±87	6255±110	481±109	410±6	9107±592	1074±137		
3月15日	265±13	5596±1372	563±89	366±37	8456±1743	818±69		
3月17日	284±38	6038±643	509±11	500±98	13319±1434	697±154		
3月19日	395±33	5339±1948	826±218	418±42	9303±1855	1104±289		
3月23日	235±12	5695±701	609±22	331±19	6981±406	759±38		
3月26日	232±15	4713±1527	646±246	360±44	8008±455	658±219		
3月28日	224±9	5335±425	434±11	388±58	9052±784	769±35		
4月1日	253±30	6338±2468	508±55	312±9	9689±2843	820±1874		
4月4日	247±8	4707±1205	631±121	294±7	2897±5067	735±17		
4月6日	227±12	5072±482	442±10	336±40	11126±1657	569±77		
4月8日	216±12	4899±643	568±127	271±25	7012±1636	624±224		
4月10日	201±13	4980±834	280±41	230±24	5783±899	381±21		
4月13日	223±21	3724±723	288±138	98±7	8428±2469	495±63		

表 6. 樹枝各測量點加速度之大小與施力點及 rpm 之關係

施力點	rpm	測 量 點			
		A	B	C (m/sec ²)	
M	302	11.07	0.62	0.04	
	420	11.99	0.64	0.03	
	536	12.92	0.59	0.03	
	609	11.07	0.52	0.03	
	695	10.15	0.45	0.02	
N	314	13.84	0.84	0.05	
	531	18.45	0.74	0.04	
	617	11.76	0.74	0.04	
	692	11.07	0.69	0.03	
O	320	12.92	0.79	0.05	
	464	13.84	0.74	0.04	
	606	15.68	0.64	0.03	
	669	13.84	0.62	0.03	
	771	12.92	0.62	0.03	
	P	343	17.53	1.09	0.11
		429	14.76	0.99	0.07
628		14.76	0.74	0.04	
812		12.90	0.54	0.04	

表7. 梅子的拉伸斷點強度 (kg)

時間：民國72年3月8日至4月13日

地點：臺中縣東勢鎮慶福里水汴坑

日期	主幹直徑 (cm)	紅		梅			青		梅	
		21.5	13.1	12.7	7.5	平均	20.7	19.1	17.2	平均
3月8日		0.52±0.17	0.44±0.14		0.52±0.11	0.49±0.11	0.52±0.09	0.54±0.12	0.82±0.09	0.62±0.17
3月9日		0.31±0.13	0.31±0.06	0.37±0.07	0.37±0.22	0.34±0.14	0.36±0.10	0.40±0.08	0.70±0.11	0.49±0.18
3月11日		0.41±0.11	0.37±0.11	0.51±0.05	0.49±0.18	0.44±0.13	0.50±0.13	0.51±0.18	0.67±0.03	0.57±0.14
3月13日		0.37±0.10	0.26±0.08	0.45±0.05	...	0.36±0.11	0.44±0.13	0.50±0.19	0.59±0.12	0.51±0.15
3月15日		0.32±0.13	0.16±0.04	0.24±0.10	0.20±0.06	0.23±0.10	0.43±0.18	0.32±0.27	0.62±0.15	0.48±0.22
3月17日		0.32±0.07	0.33±0.12	0.35±0.13	0.31±0.17	0.32±0.12	0.44±0.16	0.64±0.08	0.68±0.05	0.58±0.15
3月19日		0.26±0.13	0.31±0.16	0.30±0.12	0.55±0.14	0.35±0.17	0.41±0.10	0.68±0.11	0.50±0.17	0.53±0.17
3月23日		...	0.30±0.09	0.20±0.09	0.67±0.15	0.36±0.23	0.58±0.10	0.72±0.08	0.49±0.28	0.59±0.19
3月26日		0.21±0.16	0.41±0.07	0.20±0.18	0.41±0.13	0.33±0.18	0.44±0.18	0.72±0.06	0.34±0.19	0.52±0.20
3月28日		0.16±0.08	0.26±0.06	0.26±0.22	0.32±0.18	0.25±0.15	0.41±0.09	0.51±0.23	0.48±0.19	0.47±0.17
4月1日		0.19±0.07	0.32±0.18	0.24±0.13	0.29±0.14	0.25±0.14	0.33±0.13	...	0.54±0.22	0.46±0.21
4月4日		0.20±0.08	0.14±0.16	0.31±0.14	0.39±0.13	0.28±0.17	0.41±0.15	0.52±0.17	0.45±0.19	0.46±0.17
4月6日		0.16±0.14	0.39±0.27	0.34±0.23	0.33±0.24	0.29±0.17	0.50±0.16	0.40±0.13	0.74±0.05	0.55±0.19
4月8日		0.34±0.26	0.42±0.22	0.10±0.05	0.38±0.17	0.29±0.22	0.32±0.18	0.57±0.27	0.66±0.18	0.53±0.24
4月10日		0.15±0.07	0.23±0.18	0.32±0.18	0.32±0.24	0.25±0.20	0.39±0.13	0.52±0.24	0.43±0.30	0.42±0.23
4月13日		0.13±0.05	0.17±0.05	0.25±0.19	0.34±0.23	0.22±0.13	0.41±0.20	0.60±0.19	0.54±0.11	0.50±0.10

表8. 樹幹大小與自然頻率之關係

D: 主幹 直徑(cm)

日期	運動模型	青	梅	紅	梅	
		D=20.7	D=17.2	D=21.5	D=13.1	D=7.2
4月1日	水平扭動型	574	433	780	1046	536
	左右擺動型	269	236	251	297	253
	垂直扭動型	7587	4774	12082	10175	6338
4月8日	水平扭動型			735	591	561
	左右擺動型			305	269	261
	垂直扭動型			9097	6187	5784

註：本表所列皆為平均值

梅與紅梅皆為線性關係，但青梅於末期略趨於平緩，可知二者皆未達到最大質量，尚須等待一段時間方有較佳之採收量。然而農民往年却是在此時採收，且梅子之質量平均每粒約12公克³（青梅），但今却只有約10公克，此乃因近2個月來陰雨連綿，影響果實之生長。若依去年生長趨勢來看，由表1知尚須約15天方可採收，但若以圖13末期之斜率來預測，約25天後方可達12公克，更由圖21知青梅之斷點強度變化不大，故可將青梅之採收期延至5月初，實際上，在4月15日就有少許農民開始採收，而在4月25日大量採收，據農民解釋，其所以要如此早採收之原因為每人工一天之採收量也不過100

~150公斤左右，而今工人又難找，為防自然掉落之損失，故寧可提早採收。但今若以機械採收，每部機器可取代30人工³，大可將採收期延後，以提高採收量。

另外由圖14可知紅梅果實之生長速度正在提高中，而由圖22，若以末期之斜率來預測，約在14天後即會自然掉落，故紅梅應在月底前採收完畢。

(2)水平扭轉模型的自然頻率與時間的關係：

由圖15與16可發現二者有很類似的下降趨勢，在初期時下降斜率大，而在中期時，却又轉而趨於平緩，但在末期時却又轉而下降。二者最末之值與去年比較相差不多，由圖15與16末期之斜率可預知

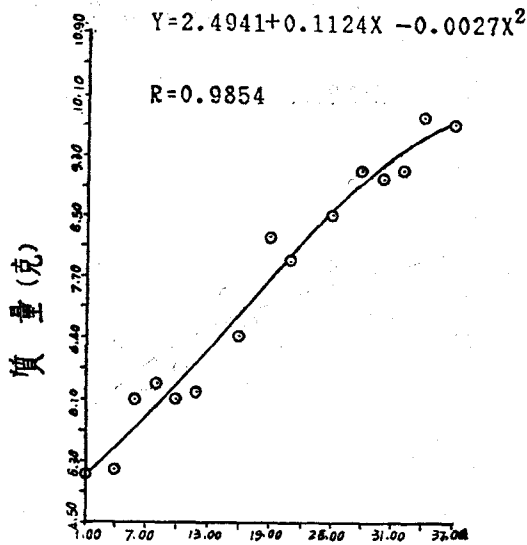


圖13 青梅質量與時間的關係

註：日期從開花後38天開使算起

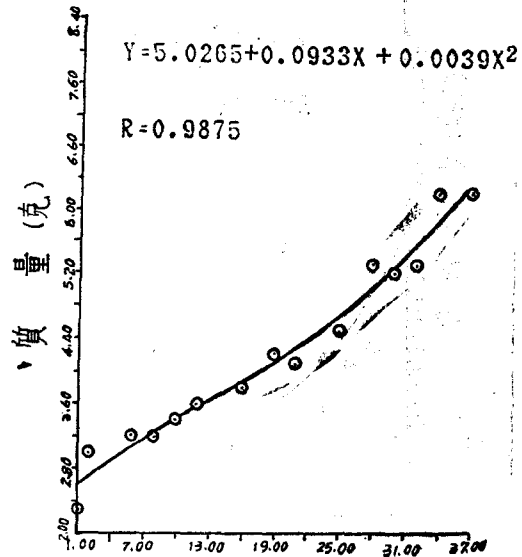


圖14 紅梅質量與時間的關係

註：日期從開花後38天開使算起

兩者在4月25日之頻率即為零，此為不可能，故圖15與16在後面尚有一轉折而趨平緩之曲線。

(3)左右擺動型的自然頻率與時間的關係：

由圖17與圖18，可發現二者有很大的不同，

A青梅：初期時急速下降，中期時趨於平緩，但在末期時却又轉而輕微下降。

B紅梅：初期與中期時緩慢下降，而至末期時却轉而急速下降。

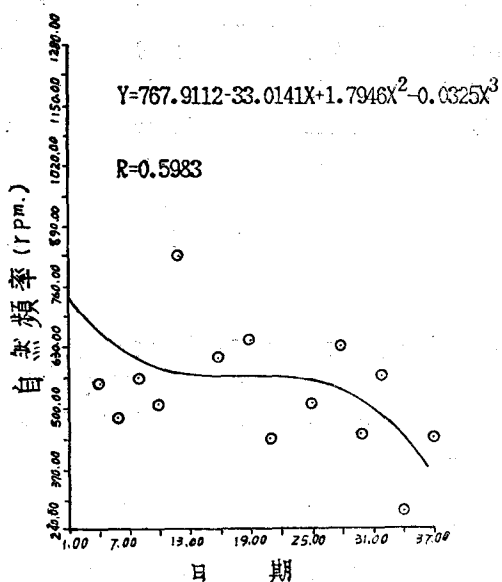


圖15 青梅水平擺動模型的自然頻率時間的關係
註：日期從開花後38天開始算起

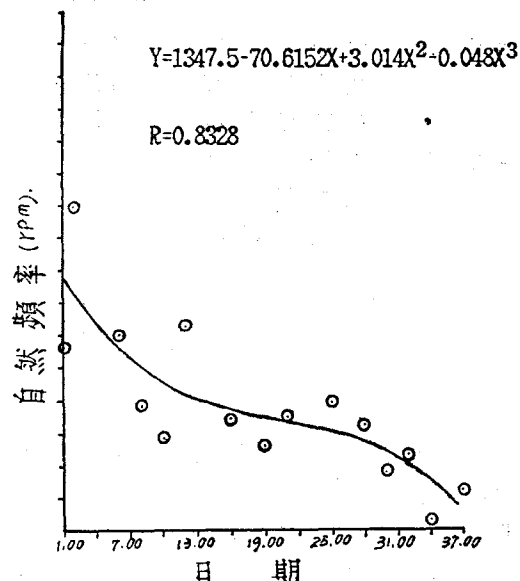


圖16 紅梅水平擺動模型的自然頻率與時間的關係
註：日期從開花後38天開始算起

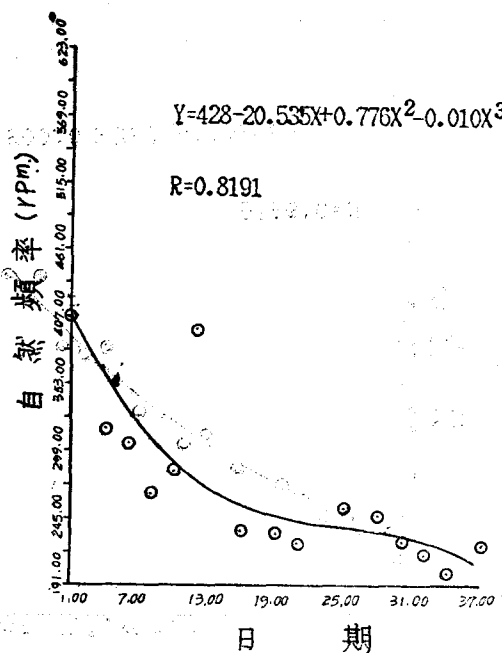


圖17 青梅左右擺動模型的自然頻率與時間的關係
註：日期從開花後38天開始算起

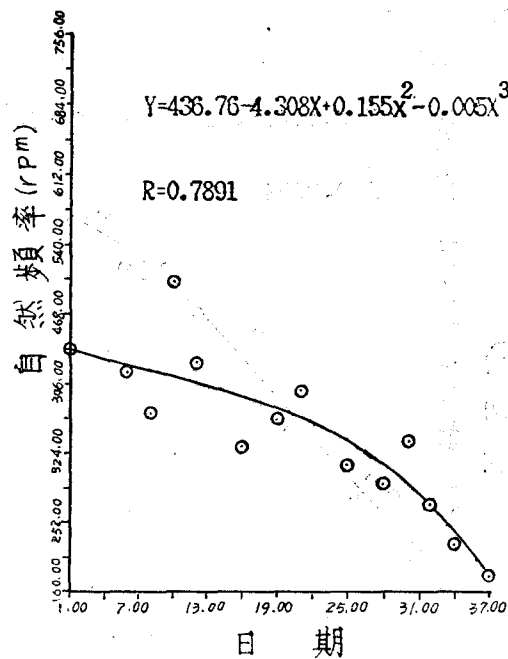


圖18 紅梅左右擺動模型的自然頻率與時間的關係
註：日期從開花後38天開始算起

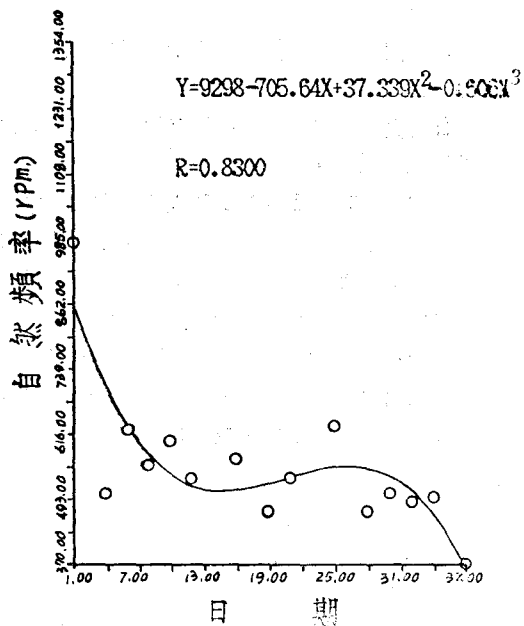


圖19 青梅垂直扭動模型的自然頻率與時間的關係
註：日期從開花後38天開使算起

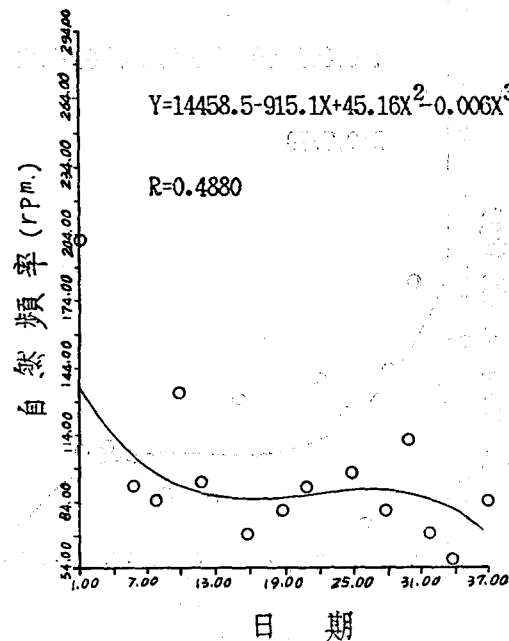


圖20 紅梅垂直扭動模型的自然頻率與時間的關係
註：日期從開花後38天開使算起

若與去年比較，當取時間一樣時，則二者前後之值皆相近，但取最末值時，則青梅仍相近，但紅梅却相差一倍，更由二圖最末之斜率可看出在4月25日時，青梅之值為150 rpm 而紅梅却已為零，故知在後期仍有一轉折點，故可知青梅仍應保持在200 rpm 左右，而紅梅却降至150 rpm 以下。

(4)垂直扭動型的自然頻率與時間的關係：

由圖19與20，可發現二者下降趨勢很相近，皆為初期時下降，中期時略為上升，而末期時再下降，若以二圖最末之斜率來預測，則在4月25日時，二者皆為零，故後期應有另一轉折點。使曲線平緩趨向於零。

(5)拉伸斷點強度與時間的關係：

由圖21與22可知二者有很大之不同，

A 青梅：初期時緩慢下降，中期與末期却幾乎沒變，但整個過程變化不大。

B 紅梅：初期時急速下降，中期時趨於平坦，而於末期再轉而下。

而青梅在自然掉落前10天³，其拉伸斷點強度(90%以上)仍在0.5~1.5 lb，而紅梅在4月13日時拉伸斷點強度已低至0.45 lb，更由二圖最末之斜率可知青梅之變化為緩和下降，而紅梅則下降得更快。

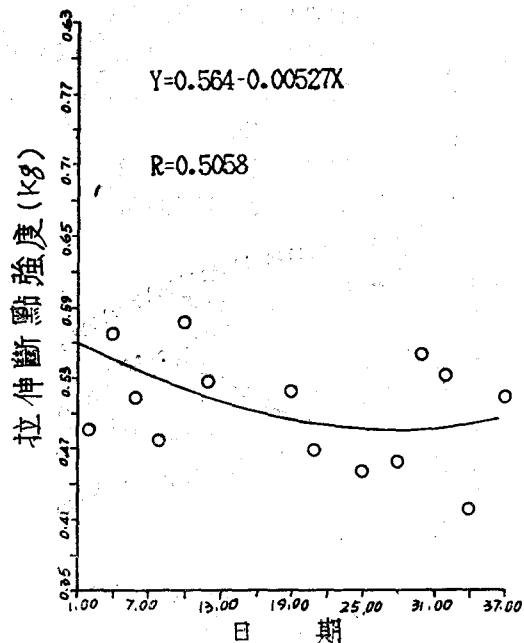


圖21 青梅拉伸斷點強度與時間的關係
註：日期從開花後38天開使算起

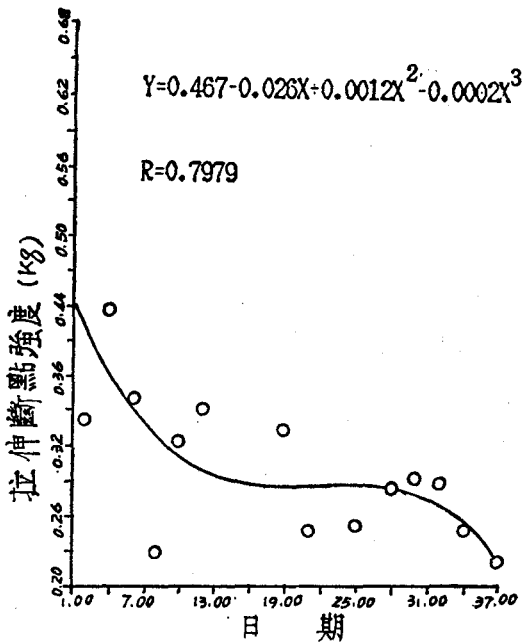


圖22 紅梅拉伸斷點強度與時間的關係
註：日期從開花後38天開使算起】

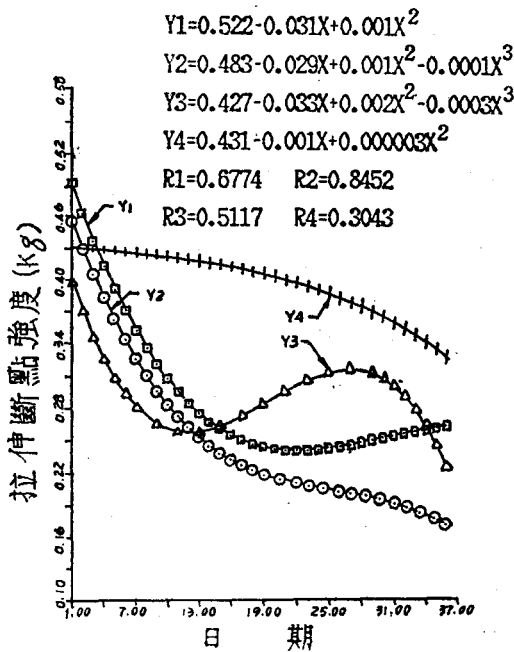


圖23 比較紅梅不同樹幹直徑的拉伸斷點強度與時間關係
註：日期從開花後38天開使算起

(6) 拉伸斷點強度及各型自然頻率與樹幹大小間的關係：

A 由圖23~24知樹幹之大小與其拉伸斷點強度並無影響。

B 由表8可看出各模型的自然頻率與樹幹大小略成正比的關係。

(7) 由4.2與表1~3，吾人可知在末期之最佳採收頻率約為440 rpm左右，亦即為左右擺動模型的自然頻率的2倍，或水平扭動模型的自然頻率。實際上此時青梅之最佳採收率在400~500 rpm之間⁵，採收率高達95%。更可由(3)知在4月25日時，可以400 rpm採收之，而在5月初期時，只須以稍低之頻率採收之即可。

但紅梅却無如此穩定之變化，在中期與末期相差一倍，更由第6.1.1節(5)知其拉伸斷點強度降得很快，必須較青梅早採收，且只須以較低之頻率採收即可，約200~300 rpm，當然其採收率必比青梅高。

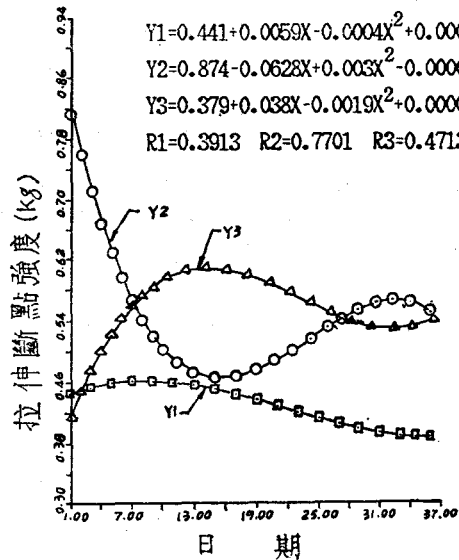


圖24 比較青梅不同樹幹直徑的拉伸斷點強度與時間的關係
註：日期從開花後38天開使算起

(8)由公式 4—6 吾人可解得在W為 220rpm 時，
青梅之模態值為

$$\frac{\phi}{\theta} = 1.8$$

見圖25(a)，可知在此頻率下，果實與果梗間有
0.8 相對位移，再加上果梗下部接點之分離力較上
部為弱，故可知採收所得之果實，將有不少不帶蒂
。實際上，不帶蒂者約占75%，若以垂直扭動型的
自然頻率值，取 3400 rpm，則可得模態值為

$$\frac{\phi}{\theta} = 0.22$$

見圖25(b)，可知若欲不帶蒂之梅子，應以左右
扭動型的自然頻率的 2 倍來採收。

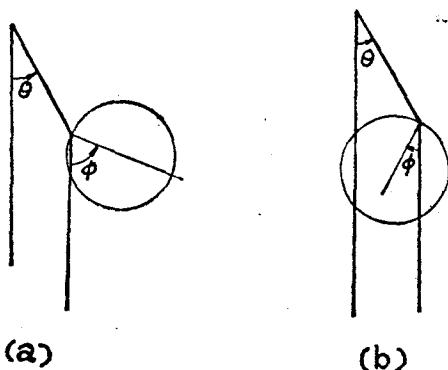


圖25 梅子果實與果梗系統之模態

6.2 力傳遞方面

6.2.1 頻率

(1)頻率在樹枝傳遞過程之變化：

在振動學裡，多自由度施力振動系統中^{*17}，
各自由度的頻率皆與施力頻率皆相同，但吾人翻閱
艾羣先生的碩士論文¹時，却發現在他的實驗結果
中顯示，樹枝各點的振動頻率與施用頻率不同，若
此結果為真，則本研究中所設立之圖 5 就不能成
立，故以第 5.3.2 節的儀器再作一次頻率傳遞之試
驗，結果由圖26~27可知，不管施力於何處，頻率
傳遞去樹枝各點是不會變的，此與艾君之結果正好
相反，原因為艾君之實驗誤差，因艾君作一次加振
實驗，只測一點，而振動機之振動頻率不易每次都
調得完全一樣，故頻率在樹枝傳遞過程是不會變的
。

(2)樹枝之自然頻率：

在第 4.4 節中，吾人知道欲得最大之衡量，施

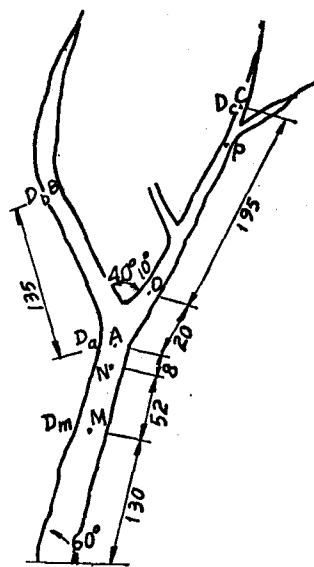


圖26 加振樹枝結構圖

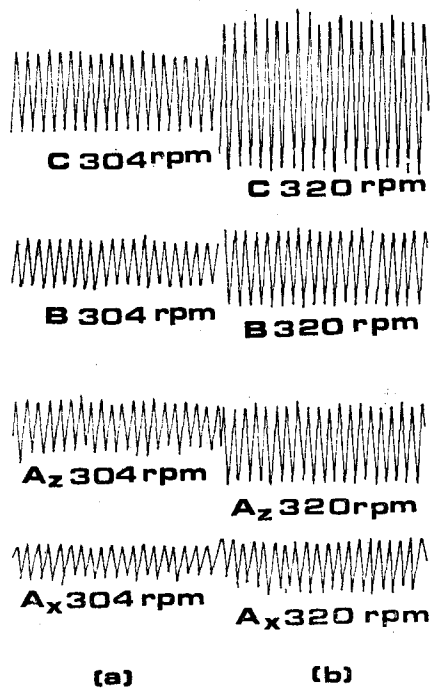


圖27 頻率在樹枝傳遞過程之變化
(a)施力於M點 (b)施力於O點

用頻率與樹枝之自然頻率間的關係是很重要的。在此吾人將整根樹枝視為懸臂梁，如圖28。

則其自然頻率 $W_n = \sqrt{12EI/mL^3}$ ，理論上，不管吾人給予初位移之點在何處，當讓其作自由振動時，其 W_n 值應當不變，但實際上因樹枝結構並非均質的 (homogeneous)，也非均勻的 (uniform)，故其 W_n 會隨給予初位移點的不同而改變。

當施力於 O 點時，對 A 點而言，其運動模型可視為圖 1，由圖 2 與 29 比較可知樹枝的 W_n 值約為 600 rpm，但在施力於 P 點時，對 A 點而言，運動模型亦如圖 1，而由圖 2 與 29 比較可知樹枝的 W_n 值小於 340 rpm，故在 754 rpm 時能有極大之衝量發生，而使振幅突然加大。

由上述知，樹枝之自然頻率隨著施力點之後移而變小，欲在施用頻率較低時產生較大之脈衝，應選擇較細之枝幹為施力處。

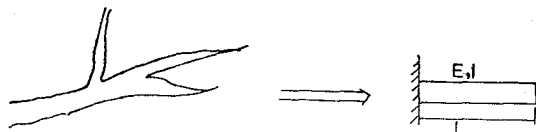


圖28 樹枝之簡單模擬

6.2.2 振幅

由於在整個實驗過程中，未改變 Range 或 ATT，故可利用公式 6-1，算得加速度

$$a = CaL \times \text{校正係數} \times Af / Ac \dots\dots\dots 6-1$$

Af 代表記錄器上之振幅。

Ac 代表在 CaL 值下所測得之振幅。

而校正係數仍由儀器公司所作的換算因子。

實驗計算結果如表 6，由表 6 吾人可知施力於不同點時，力傳遞至各測點之大小，茲列述如下：

(1) 對 A 點而言，見圖 29，在施力點 M，N 時（即其結構可視為圖 3 時），隨著施力點之接近而增大，但在施力 O 與 P 點時（即結構可視為圖 1 時），雖然 O 點接近（見圖 28），但對 A 點之力傳遞却較施力於 P 點時為小，此乃因當施力於 P 點時，其結構之自然頻率較低，故於低頻率時，能有較高之振幅，但施力於 O 點時，其結構之自然頻率較高，故於同樣 rpm，施力於 O 點與 P 點，對 A 點力傳遞大小之比較如圖 29，當施力於 O 點時，隨着頻率之增加，振幅亦增大，但至 606 r.p.m 時却轉而下降，由圖 2 吾人可知其結構之自然頻率約為 600

r.p.m。但施力於 P 點時，其振幅却是先下降，而後在 754 r.p.m 時，突然增大，由圖 2，吾人知其結構之自然頻率必低於 340 r.p.m，而後來之突然增大，乃因其施用頻率已大於自然頻率的 2 倍，故有脈衝之現象出現，造成振幅之突然增加。所以施力於第三支幹對 A 點之力傳遞並不比施力於 A 點同支幹之點差。

(2) 對 B 點而言，因其位置在第一叉點之另一次支幹，對任一施力點而言，其結構可視為圖 3，其振幅乃隨着頻率之增加而減少，吾人可設想，果實對任一施力點亦是如此結構，故採收時頻率不可太高，以免力傳遞太小，由圖 30 吾人可知仍是施力於 P 點所得之振幅最大。

(3) 對 C 點而言，對施力於 M，N，O，P 點而言，皆可視為圖 3 之結構，由圖 31 可知當施力於 P 點時，振幅大，由此可推知，其對末稍果實之力傳遞亦將較大。

由(1)(2)(3)所述吾人知道欲得較佳之力傳遞，不應從枝幹粗的地方施力，應從較細之枝幹着手，如此更易達到樹枝結構的自然頻率與產生脈衝，而對枝幹底部與尾端之力傳遞有更佳之效果。

6.3 索引式振動機

6.3.1 利用索引式振動機採收果實時，由於重量很輕，（約 60 公斤），再加上它只靠二根鐵管插入地中來固定，所以在施力時，反

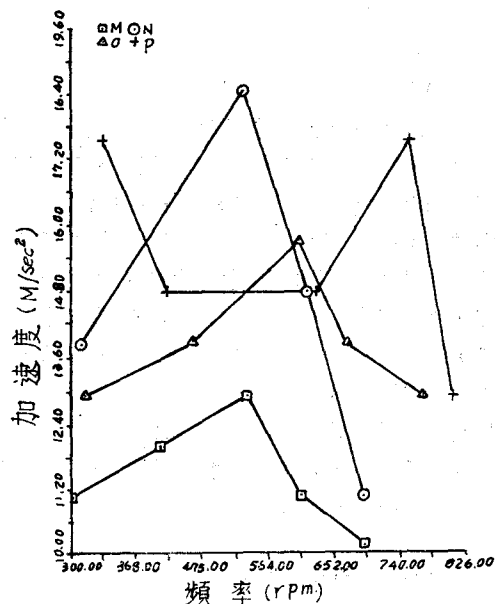


圖29 施力點不同對 A 點之影響

被拉回，而削減了衝程，減少了樹枝振動之振幅（如圖32），必需再加上人手之扶定方能稍為穩定與提高力傳遞之效果，所以為了提高實際樹枝振動之振幅，振動機

之衝程必須比一般振動器之衝程來得大方適用，不然的話，就應加強振動機之固定能力。而且在施用時，為了達到預定之衝程，機器之衝程線應與繩子成一直線，且垂直樹幹。

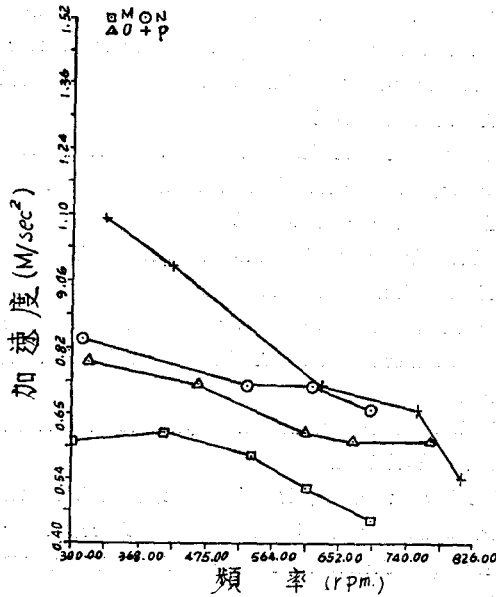


圖30 施力點不同對B點之影響

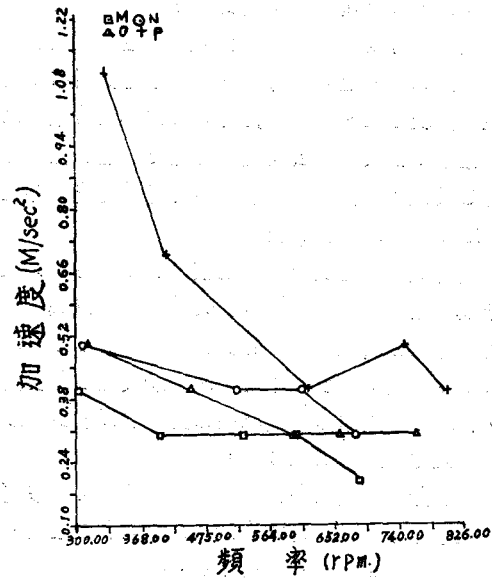


圖31 施力點不同對C點之影響

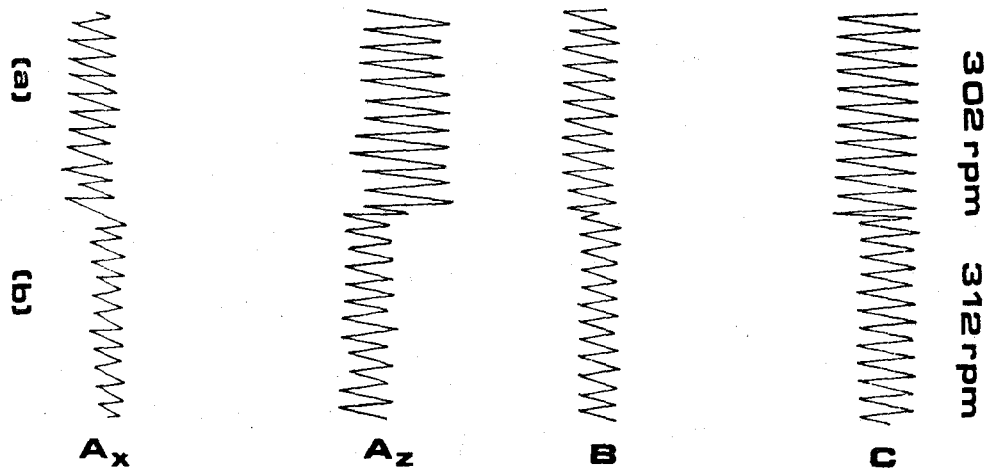


圖32 振源點位置固定與否對力傳遞之影響

(a)振源點固定 (b)振源點不固定

第七章 結 論

由以上之試驗結果與分析，可獲得以上之結論：

7.1 青梅振動採收以左右擺動模型的自然頻率的 2

倍，或水平扭動模型的自然頻率為最佳，施用頻率約為 400~500 rpm，其採收率高達95%，又因其橫態高達 1.8，再加上其底部之分離力較弱，故所採收之果實約75%不帶蒂。至於紅梅吾人可預測其採取頻率應在 200~300 rpm，更由於

果梗—果實接點處分離力之弱，故可斷定其採收率必在95%以上，且75%以上不帶蒂。

而青梅之採收期應比以往農民認定之採收期延後15~20日（即開花後100日左右），紅梅之採收期在開花後80日左右。

7.2 當吾人以能產生不穩定度之頻率施予果樹時，若能同時亦使樹枝產生脈衝，或接近樹枝之自然率，則力傳遞之效果會更好，由參考資料中3之表3與表4知，梅子果實的分佈大都在離主幹水平距離1公尺至3公尺間，而主支幹之長度平均為3公尺，由第6.2.2節知最佳傳遞之施力點在第二支幹尾端或第三支幹頂端。

7.3 為達到預定之衝程，振動機之衝程路線應與繩子成一直線且垂直於樹幹，另外由於振動機不能完全定位致使樹枝之實際衝程較預定衝程小，故索引式振動機之衝程應比一般振動機之衝程要高，當然振動機本身之定位能力更應加以改良，以節省人力，提高採收效果。

7.4 梅子分離力之大小與樹幹大小無關，但各類運動模型之自然頻率之大小却與樹幹大小成正比。

第八章 參考文獻

1. 艾羣 1982：「機械採收過程中——柳橙樹枝阻尼係數之研究」，台大農業工程研究所碩士論文。
2. 陳加忠 1980：「柑橘果實—果梗機械物性之分析」，台大農業工程研究所碩士論文。
3. 劉昆揚：「坡地果園振動採收機之初步研究—小型果實機械振動採收機之設計試驗」。農業工程學報26卷2期，P. 81~88。
4. 劉昆揚：「坡地果園振動採收機之初步研究之二—振動採收機夾頭對果樹造成損傷之研究」。農業工程學報27卷2期，P. 49~53。
5. 劉昆揚：「坡地果園振動採收機之研究—索引式振動採收機設計及採梅試驗」。農業工程學報28卷3期，P. 60~64。
6. 「台灣推行農業機械化的過去，現在與未來」，台灣省政府新聞處。P. 18~19。

7. Barnes, k.k, 1969, "Detachment Characteristics of lemons" TRANSACTIONS OF THE ASAE 12(1): 41-45.
8. Brewer, H. L, and L. H. Lamouria, 1965, Determining selected biongeering properties of olives. Part I. Ease of detach-ment: Linear motion, Part II. Ease of detachment: Reciprocating motion. TRANSACTIONS OF THE ASAE 8(2): 400-405.
9. Cook, J. R. and R.H. Rand. 1969, "A lineary theory of fruit-stem dynamics", J. Agric, Engng. Rew P. 195-P.209
10. Diner, R. G: N. N. Monsenin and B. L. Jenks, 1965. "Vibration Characteristics of trellis-trained apple tress with reference to fruit detachment. TRANSACTIONS OF THE ASAE P.20-P.24.
11. Mable "Mechanicms and Dynamic of Machinery" P.23-P.24.
12. Markwadt. E. D., R. W. Guest, J. C. Cain and R. C. Labelle, 1964, "Mechanical cherry harvesting, TRANSACTIONS OF THE ASAE" P. 70-P.74.
13. Philip R. Bevington "Data Reduction and Error Analysis for the physical science", P. 164-P.180.
14. Ray Wo Clough "dynamics of structures" P. 58-P.64
15. Stoker "Nonlinear Vibration", P. 189-P. 213.
16. Thomas, R. L., "The importance of the frequency of applied force in pneumatic fruit harvesting, ASAE paper, 63-64 2B, ASAE. St Joseph.
17. Thomas: "Theory of vibration with application", P.49-P.80
18. Wang, Jaw-Kai, 1965, "Mechanical coffee harvesting" TRANSACTION OF THE ASAE 8(3): 400-405.

專營土木、水利、建築者工程

隆 吉 土 木 包 工 業

負責人

地址：竹南鎮光復路7巷38號

葉興隆

電話：(036) 6 2 4 6 8 1