

序率出水模式之研討

Study on Stochastic Yield Model

淡江大學水資源研究所所長兼水利系系主任

施 國 肱

Kuo-kung Shih

摘 要

水資源為臺灣寶貴資源之一，由於臺灣河川的特性，水庫為調蓄運用水資源之唯一手段。因此，水庫之規劃及其營運基準之擬定，於水資源工程上為一重要且無可避免之課題。本研究特應用序率出水模式於百壽水庫之規劃及其營運基準之擬定。序率出水模式在用以推求水庫之有效蓄水容量、出水標的及輔助其營運政策之擬定上，為一簡單而有效之工具；該模式首先推估各不同出水量所隱含之信賴度，爾後利用線性規劃模式，以推估在某一特定信賴度之出水量下，其所需之水庫越年及當年之有效蓄水容量，繼之予以考慮增含次級出水量等之情況，同時並擬定水庫營運基準曲線。本文對出水模式在臺灣之適用性亦加以探討，且以模擬分析法評估出水模式推求得之系統施行之信賴度；其結果顯示，序率出水模式為實用價值高且可靠之規劃模式。

Abstract

In this study, the stochastic yield model is applied to the planning and operation for the Pai-Shou Reservoir. This paper outlines a method for estimating the reliabilifities of various yields. The linear programming is used for estimating over-year and within-year active storage which is required to deliver a given yield with a specified reliability. Then this modeling approach is expanded to include multiple yields and the construction of reservoir operation rule curves. In this study, it intends to modify the yield model and to evaluate the system performance by the simulation analysis. It demonstrates that, the total active storage can be reduced by adopting an adequate within-year inflow distribution.

前 言

臺灣本島之雨量雖然豐沛，但在時間與空間上之分布却極為不均勻，加上坡陡流短，無法充分直接利用此寶貴之資源，故時生旱澇之現象；因此，建造水庫以調節水源，已成為刻不容緩之工作。水庫之建造規劃時常需考慮下列諸問題：(1)有多少水

庫可供利用？(2)水庫容量應有多大？(3)應如何有效的操作水庫以充分的利用水源？其目的在於審慎地處理水庫規劃與營運之工作，以確保其預期之效果。

本研究之目的即在選取並提供一可行之水庫規劃與營運模式，並冀望實際運用於國內之水庫開發問題。本研究所選取之研究對象為苗栗縣後龍溪支流老田寮溪之明德水庫集水區域，其地理位置見圖

(一) 模擬法 (Simulation approach)

所謂模擬法，即是傳統上以歷史河川流量序列為基準，採用試誤法所求得之營運基準 (operating rule) 之方法，由於分析者之直覺判斷此時具有很大之影響，故此種方式本身含有一成功度 (degree of success)；本法較新穎之作法是，利用河川流量合成法 (streamflow synthesis procedures) 產生多組流量序列，而假設一組合理之初始營運基準，然後再以試誤法修正以求得其最佳營運基準，如此則不確定之多尺度決策組合 (multidimensional decision set under uncertainty) 則較分析者之直覺判斷來得更具有影響性。本法在國內文獻已有多篇研究報導 [2,3]。

(二) 隱性序率法 (Implicit stochastic approach)

隱性序率法基本上包括三個層面：(1) 河川流量合成；(2) 確定型最佳化；(3) 迴歸分析；其中河川流量合成係用來提供多組具有同等機會之河川流量序列，而確定型最佳化步驟則用來將這些未來可能之流量序列反映成未來之蓄水水位及放水策略 (release policy)，迴歸分析則用以估計最佳之營運基準，其中以放水量為因變數，蓄水水位及進流量為自變數。Roefs 指出本法求得解答之數理步驟 (algorithm) 與水庫個數成正比；同時亦指出本法仍然有兩個缺點即：(1) 在多變量分析中，吾人無法確定其型式是否完全為線性，同時上述資料組合 (進流量及水位) 中之變數；是否構成其特定營運基準函數之獨立變數組合 (independent variable set) 亦無法得知。(2) 此法所產生之營運基準與實際上之最佳營運基準，兩者間是否一致亦無法予以確認。

(三) 顯性序率法 (Explicit stochastic approach)

顯性序率法基本上與隱性序率法極相近，僅是本法係採用河川流量之理論機率分布 (probability distribution)，而其求得解答之數理步驟與水庫個數成指數關係。

Stedinger 等人 [9] 則更進一步指出在水庫規劃模式中那些方法屬於顯性序率模式，那些方法為隱性序率模式；其指出如序率線性規劃模式 (stochastic LP models) 及線性決策規則與機率限制模式 (linear decision rule and chance-constrained models) 等係屬於顯性序率模式，而臨界時段分析法 (critical period analysis) 及序率出水模式 (stochastic yield

models) 等則屬於隱性序率模式；同時經其比較之結果認為序率出水模式為一較佳之模式。

序率出水模式之闡述與應用

一、序率出水模式之優點

於詳細說明序率出水模式之前，先述明此模式之優點，序率出水模式之優點大致可以下列三個方向予以說明：

(一) 就其數理演算而言：Loucks 等人 [6] 及 Stedinger 等人 [9] 皆分別指出序率出水模式係屬於隱性序率模式；而Roefs等人 [8] 則指出隱性序率模式其求得解答之數理演算步驟與水庫個數成正比，而顯性序率模式則與水庫個數成指數關係。因此，序率出水模式顯然比一般之顯性序率模式如線性決策規則與機率限制模式 (linear decision rule and chance-constrained models) 在多重水庫系統分析上較易於施行且經濟。

(二) 就其所需資料及實用性而言：Viessman 等人 [10] 指出序率出水模式在實際應用上極為容易且所需之資料亦較少；此外其亦指出，序率出水模式具有健全之物理基礎 (sound physical base)，且涵蓋了流域經理上大多數其他模式所易忽略之另一容貌 (aspect)，如越年蓄水容量之要求及推估每一流量、出水量之機率等。

(三) 就其簡化程度而言：Loucks 等人 [6] 指出，就一具有 T 時段之 N 年水文資料而言，經簡化後之序率出水模式，可使其限制式由 $2NT$ 個減少至 $2(N+T)$ 個，而使變數由 $2NT+T+2$ 個減少至 $2(N+T)+3$ 個。以本研究應用於百壽水庫為例，其共有 22 個水文年之資料，每一水文年若考慮分成 36 旬，則其限制式由 $2 \times 22 \times 36 = 1584$ 個減少至 $2 \times (22+36) = 116$ 個，其變數由 $2 \times 22 \times 36 + 36 + 2 = 1622$ 個減少至 $2 \times (22+36) + 3 = 119$ 個。此一優點使得在實際應用上，可不虞電腦容量之不足；尤其應用於並聯或串聯之多重水庫系統時，更可顯現此優點之效用 [6]。

二、序率出水模式之概念

本節將就序率出水模式之內涵及物理意義加以說明。Loucks [5, 6] 指出，序率出水模式可從事下列各項之分析：

- (一)可推估各不同出水量如安全出水量(safe yield or firm yield)及次級出水量(secondary yield)等所隱含之信賴度。
- (二)爾後利用線性規劃模式可推估在具有某一特定信賴度之出水量下,其所需之水庫越年(over-year)及當年(within-year)有效蓄水容量。
- (三)此模式可考慮增加含有次級出水量及(或)蒸發損失等之情況。
- (四)可用以建立水庫營運基準曲線(operating rule curve)。

Viessman 等人 [10] 曾詳列了序率出水模式所考慮之變數及限制式,茲分述如下:

(一)變數

- (1)越年及當年有效蓄水容量, K_a^o 及 K_a^w 。
- (2)防洪容量 (flood control capacity), K_f 。
- (3)總容量 (有效容量 K_a 、呆水容量 K_d 及防洪容量 K_f 之和), $K_a + K_d + K_f$; 其中 $K_a = K_a^o + K_a^w$ 。
- (4)年及時段之安全出水量及其額外次級出水量, Y_p, Y_p' 及 $Y_{p,y}, Y_{p',y}$ 。
- (5)年溢流量, R_y 。
- (6)每一年及每一時段水庫之期初蓄水容量 (initial storage volume), S_y, s_t 。
- (7)年及時段之需求量, 以及非耗用性之蒸發量等, $\sum_t D_t, D_t, \sum_t E_t, E_t$ 。

(二)限制式

- (1)越年水平衡限制。
- (2)越年容量之限制。
- (3)當年水平衡限制。
- (4)當年容量之限制。
- (5)需水限制。

綜合上述,吾人對序率出水模式之內涵及考慮事項已有所了解,下面將就其物理意義加以說明。序率出水模式之觀念大致延伸自累積曲線法(又稱 Rippl Diagram 法)及序列峯值法(sequent peak algorithm);累積曲線法為 Rippl 引介於 1883 年,係一種作圖法。序列峯值法係 Thomas 等人於 1963 年改進累積曲線法為數理演算模式,以便於配合電子計算之計算,其數理模式表示為

$$K_t = \begin{cases} D_t - Q_t + K_{t-1}; & \text{如果爲正} \\ 0; & \text{其他情況} \end{cases} \quad (1)$$

式中 D_t, Q_t 為 t 時段之時段之需求量及進水量, K_t 為 t 時段之累積缺水量;則必需之水庫有效蓄

水容量 K_a 應為式(1)中一系列 K_t 之最大值即

$$K_a = \max K_t \quad (2)$$

Loucks 等人 [6] 指出,雖然累積曲線法與序列峯值法極為簡單,且後者已考慮了變化之需求量,但在需要考慮蒸發損失或水位調節之水庫系統中,仍不適合使用,因為蒸發量一般認為係水庫水量之一函數,而水位之調節如防洪等,又必須依賴於該時段之期初水庫水位而定,但累積曲線法及序列峯值法僅考慮需求量與進流量之累積缺水量,未能將各時段之水庫容量表現出,因此無法獲知其間之關係。此外在多重水庫系統 (multireservoir system) 中,累積曲線法及序列峯值法亦難以應用。因此有進一步延伸兩者之觀念而成為一種可行模式之需要,此便是序率出水模式被發展出來之緣由。

三、序率出水模式之線性規劃模式

以下將就序率出水模式所涵蓋之層面,探討如何建立其數理規劃模式——線性規劃模式 (linear programming model)。

(一)年出水量之信賴度

因為序率出水模式之觀念得自考慮需求量與逕流量不一致分布所造成之缺水情形,故而序率出水模式強調該模式在一已知之河川流量序列下,能夠達到某一信賴度之出水量,亦即首要在於強調安全出水量之獲得。

所謂安全出水量,即指在一特定之地點,經由一已知容量大小之水庫,調節其歷史河川流量而可獲得之最大出水量 [6]。若安全出水量欲具有 100% 之信賴度,則唯有在未來之水庫營運中,沒有比歷史資料更極端之低流時段 (low flow periods) 發生。然而很明顯地,未來之事件是否真如此之理想,實為一極大之疑問? Loucks 等人 [6] 指出,任何出水量 (yield) 皆有一相關之機率,而此機率便是用以描述在已知水庫容量大小之情況下,經由某一特定之營運政策,其於未來任何一年所能提供該出水量之指標 (index),亦即其信賴度。因此,如果有 N 年之歷史年流量資料,而將其依大小順序由大排至小並標以順位 (rank) 而以 m 記之 (即最大者為 $m=1$, 最小者為 $m=N$), 則如果沒有水庫存在,那麼最小之年流量便是歷史安全出水量 (historic safe yield), 而其隱含之機率依 Weibull 點繪法之定義,則為

$$P = \frac{N}{N+1} \quad (3)$$

；廣範地說，任一具有順位 m 之年流量，其期望之超越機率 (expected exceedence probability) 為

$$P = \frac{m}{N+1} \quad (4)$$

，而具有該超越機率 P 之年出水量以 Y_p 表示。

(二) 水庫有效蓄水容量之推估

由(一)可知，一具有越年蓄水容量之水庫，提供了增加年出水量之大小或其信賴度之方式；因此若暫以「年」為時間單位，且不考慮蒸發及滲漏等損失，則利用式(1)及式(2)之序列峯值法可推估各不同年安全出水量 Y_p 所需之越年有效蓄水容量 K_a ，且亦可得一容量~出水函數 (storage-yield function)，如圖(二)。

事實上，該容量~出水函數亦可由下述之線性規劃模式求得，

目標函數：

$$\text{Min } K_a \quad (5)$$

限制式：

$$S_y + Q_y - Y_p - R_y = S_{y+1}; \quad \forall y \quad (6)$$

$$S_y \leq K_a \quad ; \quad \forall y \quad (7)$$

其中 S_y , Q_y , R_y 分別為 y 年之年初蓄水容量、年進流量及可能溢流量，同時令 $S_{N+1} = S_1$ 。當吾人固定式(6)中之年出水量， Y_p 時，則每一出水量可得一最小越年有效蓄水容量。然而很明顯地，當年

t 時段之出水量 $Y_{p,t}$ (其和等於 Y_p) 對於推估有效蓄水容量亦有所影響，必需予以考慮，因為當年時段出水量之分布若與當年時段進流量之分布有任何之不同，則勢必會增加水庫有效蓄水容量。因此式(5)至式(7)應修改為，

目標函數：

$$\text{Min } K_a \quad (8)$$

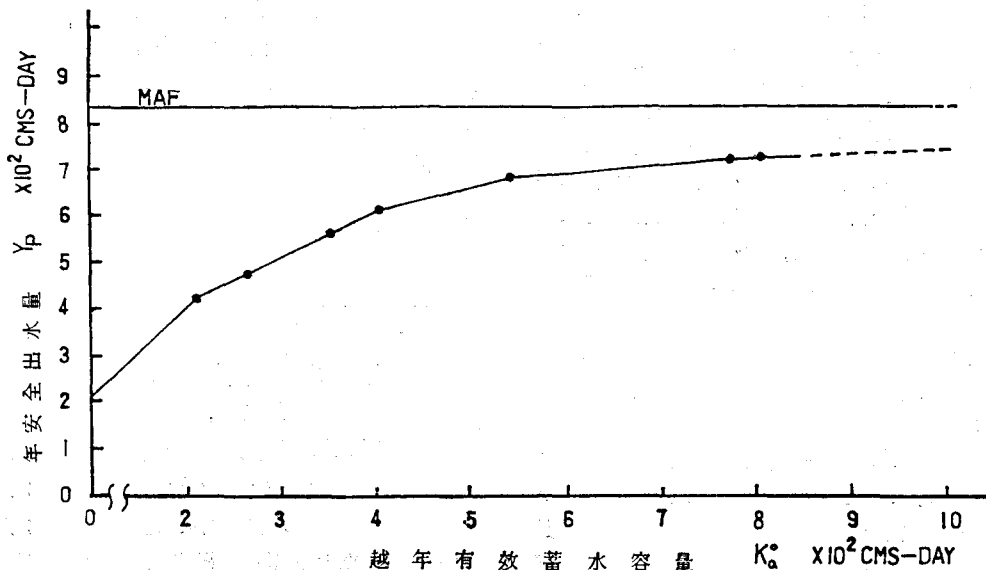
限制式：

$$S_{t,y} + Q_{t,y} - Y_{p,t} - R_{t,y} = S_{t+1,y} \quad ; \quad \forall t,y \quad (9)$$

$$S_{t,y} \leq K_a \quad ; \quad \forall t,y \quad (10)$$

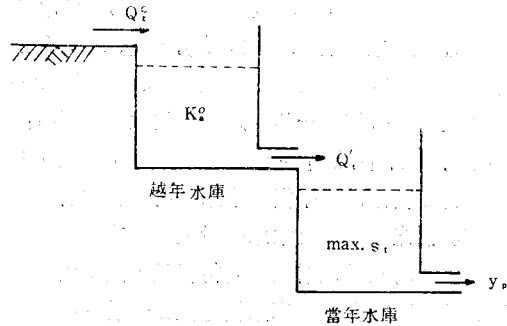
其中 K_a 為總有效蓄水容量， $S_{t,y}$, $Q_{t,y}$, $R_{t,y}$ 分別為 y 年中 t 時段之期初蓄水容量、進流量及可能溢流量；同時若令 T 為一年中之總時段數，則 $S_{T+1,y} = S_{1,y+1}$, $S_{1,N+1} = S_{1,1}$ 。然而很不幸地，式(8)至(10)雖可求得較精確之水平衡及水庫總有效蓄水容量，但是其所需之水平衡及水庫容量限制式亦將隨着考慮之年數及時段數之增加而變得極為龐大，尤其當考慮數個水庫之多重水庫系統時更是顯著。故而形成在某些問題上，其實用性不佳，因此尋求一些簡化此模式之方法，以增進其實用性，為一當然之趨勢。

Loucks 等人 [6] 與 Hall 等人 [4] 分別指出，當檢查 (examination) 由水庫容量模式 (reservoir storage models) 如序列峯值法所獲得之結果時，可發現在整個流量記錄中，通常僅有一短暫之流量序列決定了該需求之水庫有效



圖(二) 百壽水庫容量~出水函數

蓄水容量 K_s ，因此在工程上之研究分析(engineering studies)經常使用臨界乾旱時段(critical drought periods)以推估任何特定之水庫或水庫系統之安全出水量及其所需之有效蓄水容量。換句話說，既然水庫有效蓄水容量係由記錄中之臨界時段來決定，那麼顯然地並不需要將所有時段皆考慮於水庫容量出水模式(reservoir storage yield model)中，也就是說，可以建立一較簡單之模式。



圖(三) 序率出水模式示意圖

在建立序率出水模式之前，先以一圖形進一步說明其概念，圖(三)中 Q_t^0 為臨界年 t 時段之進流量， Q_t^1 為臨界年 t 時段當年水庫之進流量， s_t 、 y_t 則分別為當年 t 時段之期初蓄水容量及具有信賴度 P 之安全出水量。序率出水模式之觀念延伸自累積曲線法與序列峯值法，也就是考慮其進流分布與出水分布不一致所造成之最大缺水量；因此如果先考慮年流量，則在一特定之年安全出水量下，可得一越年水庫之最小有效蓄水容量 K_s^0 ；爾後考慮在臨界年該越年水庫將其水量(t 時段之進流量 Q_t^0 及由 K_s^0 所調節供給之水量之和)，依一特定規則放流入當年水庫，以應付出水 y_t ，若越年水庫之放流量(即當年水庫進流量)， Q_t^1 與 y_t 亦不一致，則又造成一當年水庫所需之最大有效蓄水容量 maximum s_t ，即 K_s^m ，因此總有效蓄水容量 K_s 則為 K_s^0 與 K_s^m 之和。將其表示為數理模式則為

目標函數：

$$\text{Min } K_s \quad (11)$$

限制式：

$$S_t + Q_t - Y_t - R_t = S_{t+1} \quad ; \forall y \quad (12)$$

$$S_t \leq K_s^0 \quad ; \forall y \quad (13)$$

$$s_t + Q_t^1 - y_{p,t} = s_{t+1} \quad ; \forall t \quad (14)$$

$$y_{p,t} \geq D_t \quad ; \forall t \quad (15)$$

$$K_s^0 + s_t \leq K_s \quad ; \forall t \quad (16)$$

式中(15)中之 D_t 為 t 時段之需求量，同時 $S_{N+1} = S_1$ ， $S_{T+1} = S_1$ 。

Loucks 等人 [6] 指出，於式(11)至式(16)中 $y_{p,t}$ 為未知數，而臨界年之釐定又受年出水量 Y_p 及當年時段出水量 $y_{p,t}$ 之影響，因此臨界年之時間在開發模式時無法決定，亦即當年時段之進流量無法決定；不過 Loucks 等人亦指出，通常選擇一適當之係數 β_t^0 ，而令 $\beta_t^0 Y_p$ 為臨界年 t 時段之進流，可以產生不錯之結果。Loucks 等人 [6] 建議 β_t^0 可採用記錄中最乾早年(最枯年；driest year)之每一時段進流量與該年總進流量之比值，因此式(14)改為

$$s_t + \beta_t^0 Y_p - y_{p,t} = s_{t+1} \quad ; \forall t \quad (17)$$

。因為 $\sum_t \beta_t^0 = 1$ ，故由式(17)對所有 t 作累加可得，此將確保 $\sum_t y_{p,t} = Y_p$ 。如果事先已知 $y_{p,t}$ 對

Y_p 之比率 f_t ，則式(17)變成

$$s_t + \beta_t^0 Y_p - f_t Y_p = s_{t+1} \quad ; \forall t \quad (18)$$

此時式(15)成為無意義之限制式應予以剔除。

(三) 多重出水量 (Multiple yields)

式(11)至式(16)及式(17)或式(18)亦可考慮加入額外之次級出水量 Y_p' (incremental secondary yield)；依 Loucks [5] 之定義，如果次級出水量為4單位，而安全出水量為3單位，則額外次級出水量 $Y_p' = 4 - 3 = 1$ 單位；所謂次級出水量即其信賴度較安全出水量為低之出水量，也就是說在某些年無法滿足之出水量。如果允許某些年(或某些旬)不供應額外次級出水量 Y_p' ，即次級出水量不滿足而僅安全出水量滿足，則次級出水量之信賴度可由下式計算之

$$P' = \frac{N - f}{N + 1} \quad (19)$$

式中 f 為不滿足年數，此時式(11)至式(17)亦修改為

目標函數：

$$\text{Min } K_s \quad (20)$$

限制式：

$$S_t + Q_t - Y_p - \alpha_p' Y_p' - R_t = S_{t+1} \quad ; \forall y \quad (21)$$

$$S_t \leq K_s^0 \quad ; \forall y \quad (22)$$

$$s_t + \beta_t^0 (Y_p + Y_p') - y_{p,t} - y_{p',t} = s_{t+1} \quad ; \forall t \quad (23)$$

$$y_{p,t} + y_{p',t} \geq D_t \quad ; \forall t \quad (24)$$

$$K_s^0 + s_t \leq K_s \quad ; \forall t \quad (25)$$

式中 α_p' 為表示額外次級出水量供應或不供應之係數，供應年則取1，不供應年則取0， $y_{p',t}$ 為當

年 t 時段之額外次級出水量；同理，若已知 f_t ，則式(24)亦為無意義之限制式，應予以剔除。式(20)至式(25)並未考慮蒸發量、防洪容量及呆水容量且為單一水庫之模式。

四、營運基準曲線之擬定

水庫營運基準曲線為反應水庫營運之指標，並使水庫操作者在此規則下運作，以達到規劃者所設計及預期之系統施行 (performance of the system) 之效果。水庫營運基準曲線有數種類型，而每一種類型皆指出在一年中每一特定時段之期望蓄水容量或放流量，有些係定義操作者應該維持其蓄水標的，有些則定義水庫蓄水容量區域 (storage zones) 而每一區域有其特定之放水策略 (release policy)，譬如說，水庫水位在某高度以上則操作者可放出次級出水量以滿足水庫下游之需求，若低於該高度則僅能放出安全出水量給下游需求者。利用序率出水模式擬定水庫營運基準曲線係採用定義水庫蓄水容量區域之方式。

應用序率出水模式以擬定營運基準曲線時，首先僅考慮安全出水量，則由序率出水模式可以得到一組水庫期初有效蓄水容量 $\hat{K}_s^0 + \hat{s}_t$ ，由此可繪得一曲線；其次再考慮加入次級出水量時，亦可得另一組水庫期初有效蓄水容量 $K_s^0 + s_t$ ，同理亦繪得另一曲線，則此兩曲線組成吾人希望之蓄水區

域。當 t 時段之期初蓄水容量大於 $K_s^0 + s_t$ 時，操作者可釋放任何需求之量，若小於 $K_s^0 + s_t$ 而大於 $\hat{K}_s^0 + \hat{s}_t$ 則釋放可滿足次級出水量之需求，若小於 $\hat{K}_s^0 + \hat{s}_t$ 則僅可釋放滿足安全出水量之需求，甚或發生缺水。

四、資料應用之結果

由於臨界時段對序率出水模式之結果影響甚巨；又由資料顯示，百壽水庫壩址之流量其每年乾旱時段大約為10月至翌年5月，因此為求將該時段包含於一年中，而取水文年為9月開始至翌年8月，則其22個水文年之年流量如表(-)。

(-)安全出水量及次級出水量之信賴度

實際資料共22年，即 $N=22$ ，故若無水庫則其年安全出水量為51年9月至52年8月之 209.99 cms-day，如表(-)，其超越機率即信賴度，P，則為

$$P = \frac{22}{22+1} \times 100\% = 95.65\% \quad (27)$$

若以順位 $m=21$ 之年流量 423.10 cms-day，如表(-)為次級出水量，則其不滿足年數 $f=1$ ，其信賴度， P' ，則為

表(-) 百壽水庫壩址22水文年年流量

單位：cms-day

水 文 年	年 流 量	順 位	水 文 年	年 流 量	順 位
49.9~50.8	562.79	19	60.9~61.8	1,418.52	1
50.9~51.8	726.28	15	61.9~62.8	612.76	18
~52.8	209.99	22	~63.8	864.45	10
~53.8	1,076.12	4	~64.8	1,053.44	5
~54.8	474.92	20	~65.8	967.71	8
~55.8	809.91	12	~66.8	817.92	11
~56.8	423.10	21	~67.8	1,001.10	7
~57.8	770.45	14	~68.8	1,024.43	6
~58.8	791.39	13	~69.8	721.93	16
~59.8	679.89	17	~70.8	1,308.92	2
~60.8	881.79	9	~71.8	1,144.83	3

平均值 (MAF)=893.76

0.5 MAF=416.88

標準偏差=286.20

$$P' = \frac{22-1}{22+1} \times 100\% = 91.30\% \quad (28)$$

事實上從 Loucks [5] 之研究可得到一觀念，雖在無水庫時 423.10 cms-day 之出水量並非安全出水量，但若有一越年水庫其有效蓄水容量為 213.11 cms-day，則此時 423.10 cms-day 之出水量在這歷史資料之 22 年中可以完全的滿足，換句話說其信賴度因此越年水庫之建造而提昇至 95.65%；因此由容量~出水函數曲線圖，圖(二)，可查出每一有效蓄水容量 K_a^0 之相對出水量 Y_p ，以為 K_a^0 下之安全出水量。

(二) 水庫有效蓄水容量之推估

由式(1)至式(18)可知，出水模式所強調的是達到某一出水標的即 Y_p ，當然 Y_p 必須大於或等於 $\sum D_t$ ；

因此利用出水模式推求有效蓄水容量之前必先已知 Y_p 及每一需求量 D_t [即使用式(15)] 或是 Y_p 及每一 f_t [即使用式(18)並剔除式(15)]。於本研究中為簡化問題起見，假設 Y_p (或 $Y_p + Y_p'$) 為已知，且 f_t 亦假定為 1/36；因此依據 Loucks 等人 [6] 之建議，如採用最乾早年 (即 51 年 9 月至 52 年 8 月) 之進流量求其當年水庫之進流分布比率， β_t^0 ，並以式(1)至式(2)及式(11)至式(13)及式(16)、式(18)計算 [此時式(15)為無意義之限制式，應予以剔除]，則可得表(二)之結果

表(二) 百壽水庫以序率出水模式 (β_t^0) 及序列峯值法求得之總有效蓄水容量

單位: cms-day

年出水量	序率出水模式			序列峯值法		兩模式之比較	
	K_a^0	K_a^w	K_a^s ①	K_a^s ②	臨界時段 (年.月.旬)	①-②	①-② ②
(1) 209.99	0	88.49	88.49	88.54	51.10.1~52.6.1	-0.05	0.0006
(2) 300.00	90.01	126.42	216.43	149.00	51.9.2~52.6.1	67.43	0.4526
(3) 423.10	213.11	177.91	391.02	253.56	52.9.3~54.4.2	137.45	0.5421
(4) 474.10	264.93	200.13	465.06	334.77	52.9.2~54.4.2	130.29	0.3892
(5) 562.79	352.80	237.16	585.06	552.19	52.9.2~55.5.3	32.87	0.0595
(6) 612.76	402.77	258.22	660.99	685.99	52.9.2~55.5.3	-25.00	0.0364

由表(二)中可發現幾個現象：

(1) 由序列峯值法得到之臨界時段 (檢視其結果由發生最大累積缺水之時段往回溯直至 $K_a = 0$ 之時段，則該 $K_a = 0$ 之時段至發生最大累積缺水量之時段，此時間區間則為臨界時段)，在開發規模 (即指年出水量) 較小時，則發生於最乾早年，然而開發規模較大時，其臨界時段則較長，但却未必包含最乾早年。

(2) 序率出水模式以最乾早年之總進流量為安全出水量時，其越年蓄水容量， $K_a = K_a^0 + K_a^w$ ，則與序列峯值法之結果幾乎一致。

(3) 於表(二)中，曾假設其旬出水量為年出水量之平均，即 $f_t = 1/36$ ，換句話說，其旬出水量分布是固定的，而 β_t^0 為最乾早年之進流分布比率，亦為固定數，因而吾人可發現於此條件下，當年蓄水容量

， K_a^w ，之增加比例， $(K_a^{w,b} - K_a^{w,1})/K_a^{w,1}$ 與年出量之增加比例， $(Y_{p,b} - Y_{p,1})/Y_{p,1}$ ，一致，即

$$\frac{Y_{p,b} - Y_{p,1}}{Y_{p,1}} = \frac{K_a^{w,b} - K_a^{w,1}}{K_a^{w,1}} \quad (29)$$

式中 b 表示表(二)中何種出水量；譬如， $Y_{p,1} = 209.99$ cms-day，而 $b = 2$ 時，則 $Y_{p,2} = 300$ cms-day， $K_a^w = 126.42$ cms-day。

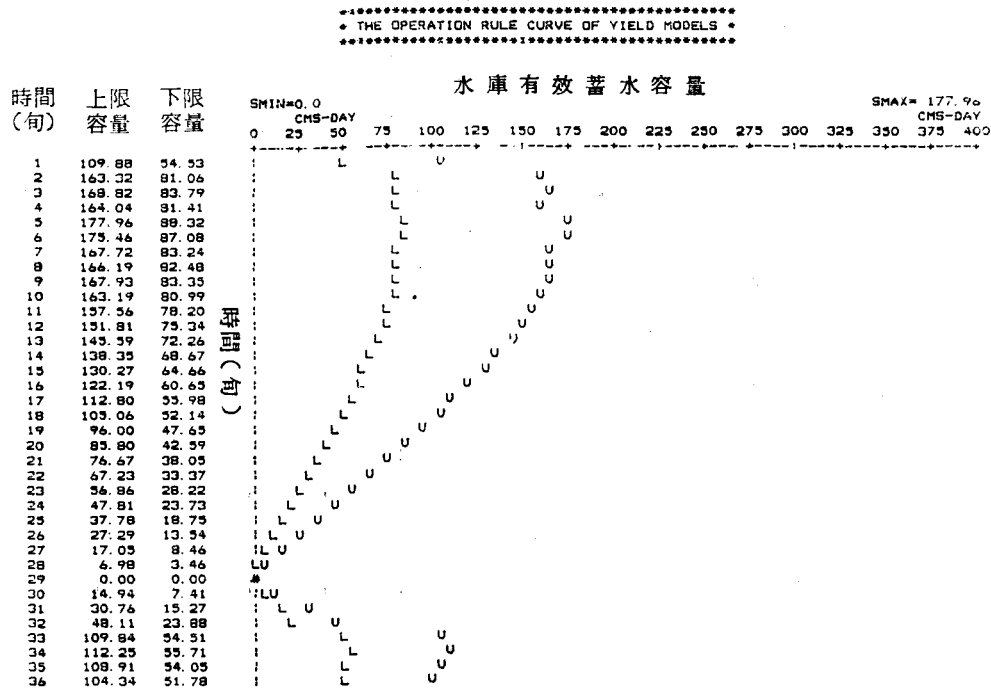
(4) 依據 Loucks 等人之建議，取最乾早年為其進流比率， β_t^0 ，其結果與以序列峯值法之結果為基準作比較則顯示，開發規模較小時 ($K_a^0 = 0$ 者除外)，則高估了水庫總有效蓄水容量，而開發規模較大時，其相對之誤差較小。

(二) 多重出水量容量之推估與基準曲線之擬定

如果考慮年安全出水量 $Y_p = 209.99$ cms-day, 次級出水量 $Y_p + Y_p' = 423.10$ cms-day, 如表(-), 而以最乾早年 51 年為額外次級出水量 Y_p' 之失敗年, 即 $\alpha_p'_{s1} = 0$, 同時以該年之進流比率為 β_p' , 而 f_p 仍為 1/36; 則由式(20)至式(25)之計算可得其所需之總有效蓄水容量為 177.96 cms-day, 即約 1,530 萬噸。同時可得其營運基準曲線如圖四。

圖中, SMAX 為總有效蓄水容量 K_p , SMIN 為越年有效蓄水容量 K_p' ; U 曲線為上限, L 曲線

為下限 (#號表 U、L 之重合), 即當水庫容量在 U 曲線以上則可放出下游任何需求之水量, (但於本研究中仍令其僅放出次級出水量) 若在 U、L 曲線之間則可放出次級出水量, 若低於 L 曲線則僅能放出安全出水量, 甚或發生缺水。換句話說, U、L 曲線為畫分不同放水策略之蓄水區域之界限, 而不是蓄水標的 (storage target); 此種營運基準曲線較能符合實際營運之情況, 因一般為保守起見, 除非為滿足防洪標的, 否則不可能為符合某特定值之蓄水標的, 而將可以蓄存之水予以放流。



圖四 百壽水庫於安全出水量 209.99 cms-day 次級出水量 423.10 cms-day 總有效蓄水容量 177.96 cms-day 下之營運基準線

序率出水模式在臺灣適用之探討

(百壽水庫例)

由於臺灣之地理環境特殊, 一般而言水庫之開發大多屬於小規模之開發; 然而如表(-)之結果, 依據 Loucks 等人之建議, β_p' 採用最乾早年之進流比率, 則在小規模開發 (出水量較小者) 之情形顯然高估了水庫總有效蓄水容量, 依 Loucks 等人之建議, 即

$$\beta_p' = \frac{Q_p'}{\sum_t Q_p'} \quad (30)$$

又由表(-)知臺灣水量之豐枯變動甚巨, 因此表(-)中利用序率出水模式求得之越年有效蓄水容量, 均為年出水量與最乾早年 (即臨界年) 之年進流量間之差值, 亦即

$$K_p' = Y_p - \sum_t Q_p' \quad (31)$$

因此依 Loucks 等人之建議則

$$\begin{aligned} \beta_p' Y_p &= \frac{Q_p'}{\sum_t Q_p'} \cdot (\sum_t Q_p' + K_p') \\ &= Q_p' + \frac{Q_p'}{\sum_t Q_p'} \cdot K_p' \quad (32) \end{aligned}$$

故當 $K_2 = 0$ 時

$$\beta_i Y_p = Q_i \quad (33)$$

其結果與序列峯值法一致。

由圖三所示， Q_i 係流入越年水庫再放流入當年水庫，而越年水庫於臨界年年初便已越年蓄存有 K_2 之水量，故當 Q_i 小於 $y_{p,i}$ 時其自然必需靠 K_2 來調節，但若 Q_i 已大於或等於 $y_{p,i}$ 則應不需 K_2 來調節；然依 Loucks 等人之建議 [即式(32)]，此時不僅 Q_i 應全數放流入當年水庫，且應由越年水庫放流 $(Q_i / \sum_t Q_i) K_2$ 之水量入當年水庫。再者依式(32)之調節方式及式(30)之調節比率，可知其在某時段 t 時，如 Q_i 愈大時，則 $(Q_i / \sum_t Q_i) K_2$ 之調節量亦愈大，而 Q_i 愈小時其量亦愈小，然誠如 Loucks 等人 [6] 所言，一般在愈乾早即 Q_i 愈小時，通常水量之需求壓力會愈增，故依式(32)若 Q_i 愈小，則當年水庫之進流分布， $\beta_i Y_p$ ，之量會愈小，將與出水分布， $y_{p,i}$ ，有更大之差距，亦即需要較大之當年水庫容量；再者由式(14)、(17)、(18)或式(23)知，當年水庫之水平衡限制式中並無溢流之項，此係因為臨界年其年進流量將小於或頂多等於年出水量，故當年水庫多餘之水量不能產生溢流，因此若依式(32)則當 Q_i 大於 $y_{p,i}$ 時，則當年水庫不僅需蓄存其多餘之水量，且尚需蓄存來自越年水庫之 $(Q_i / \sum_t Q_i) K_2$ 進流量，故唯有使當年水庫容量變得更大，否則無法滿足。綜觀上述，依式(32)之當年水庫進流分布顯然不甚合理，作者以為「既然 Q_i 係流入越年水庫再注入當年水庫，則 Q_i 大於 $y_{p,i}$ 之量應可由越年水庫予以蓄存，如果仍使得越年水庫無法完全蓄存（越年水庫容量頂多至 K_2 ），則多餘之量才由越年水庫溢流至當年水庫予以蓄存，如此便可減少當年水庫之負擔」。

Loucks 等人 [6] 指出，當 β_i 接近於 $y_{p,i} / Y_p$ 時，將低估了當年有效蓄水容量 K_2 ，尤其是開發規模較小者，吾人同意其看法，但亦認為於開發規模較小者其量之不均，將較量之不足來得重要

而顯明多了 [9]，故越年蓄水容量之目的並不僅限於彌補量之不足，亦可應用於彌補量之不均（或時間上之不均），因此依式(30)之比率來調節是不太恰當；而欲使序率出水模式適合於臺灣此種低開發規模之使用，吾人以為應使 β_i 較接近於 $f_i = y_{p,i} / Y_p$ 。

今以百壽水庫之例說明之，若安全出水量 $Y_p = 423.10 \text{ cms-day}$ ，如表(一)，則由圖二之容量～出水函數知其越年有效蓄水容量 $K_2 = 213.11 \text{ cms-day}$ ；此時吾人以 K_2 之容量，在需求量 $D = 423.10 / 36 = 11.76 \text{ cms-day}$ 下做模擬。顯而易見，其結果會有很多缺水時段發生，此時吾人檢查其結果，選擇缺水比率最大之年，在本例中為53年度，算出其各時段之放流比率（即各時段之實際出水量及溢流量之和與年實際出水量及年溢流量之和之比值）以作為當年水庫之假設進流比率， β_i 。代入出水模式，依式(20)至式(23)及式(25)、式(30)求水庫有效蓄水容量得。

表(一)百壽水庫序率出水模式採用 β_i 例之結果
單位：cms-day

年水出量	序率出水模式			序列峯值法	
	K_2	K_2'	K_2''	K_2	臨界時段 (年、月、旬)
423.10	213.11	40.36	253.47	253.56	52.9.3~54.4.2

表(一)之結果，如以序列峯值法之結果為基準，則顯然比表(一)中之結果合理多了。

再者，若吾人考慮安全出水量 $Y_p = 300.00 \text{ cms-day}$ ，次級出水量為 $Y_p + Y_p' = 423.10 \text{ cms-day}$ 則由式(20)至式(25)之計算得表(四)。

表(四) 百壽水庫序率出水模式採用不同假設進流比率， β_i 與 β_i' 之比較

序率出水模式， β_i			序率出水模式， β_i'		
K_2	K_2'	K_2''	K_2	K_2'	K_2''
90.01	178.29	268.30	90.01	80.22	170.23

由前述之法，推得營運基準曲線，並由式(19)分別計算其安全出水量及次級出水量之信賴度得表(四)。

表(四) 百壽水庫序率出水模式不同假設進流比率， β_2 及 β_1 之模擬結果

	Y_p 之信賴度	Y_p' 之信賴度
β_2	95.65%	39.13%
β_1	91.30%	0.0 %

此種以一年中若有一時段(旬)失敗，便判定該年為失敗年之算法不甚合理，尤以臺灣一般在施行上大都採取一年分36旬之處理方式故若因一句之失敗而抹殺其餘35旬之成功，更是難以令人接受。因此吾人以爲可以改以旬爲單位而計算其信賴度，譬如，如果已知次級出水量在設計上其失敗年爲一年，則吾人在施行上可以認爲其有36旬之失敗機會，而不計較其發生於何年，則其信賴度之計算方式爲

$$P' = \frac{N \times 36 - fs}{N \times 36 + 1} \times 100\% \quad (34)$$

式中 fs 爲次級出水量之失敗旬數，同理安全出水量之信賴度爲

$$P = \frac{N \times 36}{N \times 36 + 1} \times 100\% \quad (35)$$

則依式(34)及式(35)之定義，表(四)改爲

$$\bar{R}_{i,y} = \begin{cases} S_{i,y} + Q_{i,y} - K_a & ; \text{如果 } S_{i,y} + Q_{i,y} - (y_{p,i} + y_{p',i}) \geq K_a \\ y_{p,i} + y_{p',i} & ; \text{如果 } K_a > S_{i,y} + Q_{i,y} \geq y_{p,i} + y_{p',i} \\ y_{p,i} & ; \text{如果 } y_{p,i} + y_{p',i} > S_{i,y} + Q_{i,y} \geq y_{p,i} \\ S_{i,y} + Q_{i,y} & ; \text{如果 } y_{p,i} > S_{i,y} + Q_{i,y} \end{cases} \quad (36)$$

依式(36)之標準營運基準作模擬分析可得表(五)之結果。

由表(五)可知，依式(36)之標準營運基準作模擬其所得之信賴度，無論以年爲計算單位或以旬爲計算單位，皆比表(四)或表(六)爲佳。

表(五)所得之結果亦顯示了，若依作者所建議之方法(假設進流比率 β_1 之推求與信賴度之計算方式)，其仍可在降低約 36.55 % 之水庫總有效蓄水容量之條件下，依式(36)之標準營運基準而得到相當不錯之系統施行之信賴度。事實上經作者修正之式(36)亦可視爲一「標的放水策略(target release policy)」之模擬模式，而此標的放水策略即以次

表(六) 百壽水庫序率出水模式不同假設進流比率， β_2 及 β_1 ，依式(34)及(35)計算之模擬結果

	Y_p 之信賴度	Y_p' 之信賴度
β_2	99.87%	84.49%
β_1	99.75%	58.89%
設計	99.87%	95.33%

由表(六)可知兩者之次級出水量皆無法達到設計之信賴度，尤以 β_1 之方法更甚，不過值得注意的是作者所建議之方法，其在安全出水量信賴度之獲得與設計者相差無幾，僅差 0.12% (在22年僅一句不滿足)，而由表(四)可知作者建議之方法，使得水庫總有效蓄水容量降低了約 98.07 cms-day，即降低約36.55%之水庫總有效蓄水容量。

綜觀上述，依據序率出水模式所擬定之營運基準，其模擬結果所得之系統施行之信賴度，無論 Loucks 等人所建議之方法或作者所建議之方法皆未臻理想。因此作者嘗試捨去序率出水模式所擬定之營運基準，而使用所謂之「標準營運基準(standard operating rule)」以爲營運之基準，所謂標準營運基準 [7] 即要求每一時段其實際放流量 $\bar{R}_{i,y}$ 爲標的放流量 D_i 及可得水量 $S_{i,y} + Q_{i,y}$ 之函數，於此作者將其略作修改，即要求每一時段之標的放流量爲次級出水量 $y_{p,i} + y_{p',i}$ ，若無法滿足則標的放流量改爲安全出水量 $y_{p,i}$ ，如此則其模擬模式表示爲：

級出水量爲主要標的，在無法滿足之時段，則改以滿足安全出水量爲其次要標的，但不論其標的量如何，皆未預測實際進流量之情況，即放水策略爲預知之策略；唯實際放流量仍與其他放水策略如線性放水規則或序率出水模式所制定之營運基準之放水策略一樣，仍需經水平衡方程式之修正。

表(五)中的兩種模擬方式，「強調51年次級出水量之不滿足」係一種「先見之明」之方式，即預知流量變化之情況，又其中 β_2 類型其水庫容量較保守，故其可達到設計之信賴度，而 β_1 類型則略低

表(四) 百壽水庫序率出水模式不同假設進流比率， β_0 及 β_1 ，依式 (36)之標準營運基準作模擬所得之信賴度

計 算 單 位		年		旬	
放 水 方 式	類 型	Y_p	Y_p'	Y_p	Y_p'
強調51年次級出 水量之不滿足	β_0	(0) 95.65%	(1) 91.30%	(0) 99.87%	(36) 95.33%
	β_1	(3) 82.61%	(4) 78.26%	(14) 98.11%	(53) 93.19%
不強調51年次級 出水量之不滿足	β_0	(0) 95.65%	(0) 95.65%	(0) 99.87%	(0) 99.87%
	β_1	(4) 78.26%	(4) 78.26%	(21) 97.23%	(24) 96.85%
設 計 之 信 賴 度		(0) 95.65%	(1) 91.30%	(0) 99.87%	(36) 95.33%

註：括號內數字表不滿足之年數或旬數

於設計之信賴度，但亦皆在 3% 以內（以旬為計算單位）。另外，「不強調51年次級出水量之不滿足」則為不知流量變化之情況之模擬方式，又因式(36)之放水策略係一種未考慮「限制其未來缺水之可能性 [7] 之放水策略，故較保守之 β_0 類型得到較設計之信賴度為高之信賴度；而 β_1 類型亦達到接近於設計之信賴度之結果，其次級出水量之信賴度，高於設計者，係因作者令式(36)中其主要標的為次級出水量。

此處以實例說明開發規模較小者，利用作者介紹之方法可求得較合理之水庫容量，而其信賴度經由「標的放水策略」建立之「標準營運基準」作模擬分析亦可接近於設計者。

結 論 與 建 議

一、結 論

(一)序率出水模式強調該模式能夠達到某一信賴度之出水量，故其出水量常以河川流量之多寡而定之，而其信賴度便是任一年中河川流量大於或等於該出水量之機率。因此序率出水模式採用 Weibull 點繪法以計算其機率，因 Weibull 點繪法並未推論某些極端值必不出現，此可由 Weibull 法之定義 [式(3)] 得知，其並未賦以任何超越機率具有 100% 之機率。

(二)由序列峯值法，如表(四)知，水庫有效蓄水容量之決定確由某一臨界時段予以釐定，故臨界時段之代表性仍無庸置疑；唯臨界時段與出水量有關，若出水量為未知，則臨界時段必須利用試誤法予以決定。又失敗年必須選自臨界乾旱時段中，故 Loucks 等人 [6] 建議，若僅有一年為失敗年，則選擇該臨界時段中最低流量年為失敗年。

(三)以往大多數關於水庫規劃模式之系統分析技巧，仍建立於以累積曲線法為基礎之階梯上，尤以序率出水模式乃依據累積曲線法（或序列峯值法）之觀念發展而成的；故而就歷史資料而言，由系統分析技巧所得之水庫有效蓄水容量應與累積曲線法（或序列峯值法）所得之有效蓄水容量相互比較，以強化其意義與正確性。事實上由本研究應用之實例，如表(四)，可知，序率出水模式只需選擇一適當之當年時段進流比率，便可得到與序列峯值法極相近之結果。

(四)本研究就序率出水模式中之當年時段進流比率及信賴度提出一適合於臺灣使用之計算觀點，其結果顯示可降低約 36.55% 之總有效蓄水容量，且經由「標的放水策略」所建立之「標準營運基準」作模擬分析，其所獲得之信賴度極接近於設計之信賴度。

因經簡化之序率出水模式，可以減少大量之變數及限制式，事實上若在越年水平衡限制式中，有連續數年之年流量皆大於年出水量，則該數年之水平衡限制式可以合併成一個〔6〕。

二、建 議

(一)本研究之線性規劃模式中，其目標函數之形式係使水庫總有效蓄水容量為最小，此種形式之恰當或有其他更好之目標函數，及該模式中所採用之需求量，亦應經其他方法研討其代表性。因此建議往後之研究應採用較詳細之需求量，及採用考慮經濟效益之目標函數。

(二)由本研究之結果顯示，使用序率出水模式時，應注意開發規模對當年時段進流比率之選擇的影響；在開發規模較小時建議採用作者所介紹之方法，即使當年時段進流比率較接近於當年時段出水量與年總出水量之比值。

(三)由本研究應用之實例可知，序率出水模式所建立之營運基準，其施行效果尚無法達到設計之信賴度，由於時間之限制，本研究無法對此作深入之探究，故建議應對序率出水模式擬定營運基準曲線之部份再作進一步之研討分析。

(四)應進一步研究明德、百壽兩水庫串聯營運之可行性及串聯下百壽水庫之最佳蓄水容量、安全出水量；並擬定兩水庫串聯運作之最佳營運基準曲線。

參 考 文 獻

1. 水利局，新苗地區水資源調配研究，農發會

水利特刊第五號，72年。

2. 易任、胡文章、朱健行，應用數理規劃建立水庫運用基準線配合農業用水之研究，農發會研究報告，71年。
3. 易任，烏山頭水庫最佳運用之研究，農發會水利特刊第五號，72年。
4. Hall, W. A. et al., *Water Resources System Engineering*, McGraw-Hill, New York, 1970.
5. Loucks, D. P., Surface Water Quantity Management, in *Systems Approach to Water Management*, A. K. Biswas (ed.), McGraw-Hill Book Co., New York, 1976.
6. Loucks, D. P. et al., *Water Resource Systems Planning and Analysis*, Prentice-Hall, Inc, Englewood Cliffs, New Jersey, 1981.
7. Major, David C. et al., *Applied Water Resource Systems Planning*, Prentice-Hall series in Environmental Sciences, 1979.
8. Roefs, T. G. et al., Multireservoir operation studies, *Water Resources Research*, 6(2), 410~420, 1970.
9. Stedinger, J. R. et al., Multiple reservoir system screening models, *Water Resources Research*, 19(6), 1383~1393, 1983.
10. Viessman, W. et al., A screening model for water resources planning, *Water Resources Bulletin*, Vol. 11, No. 2, 245~255, 1975.

承造東聯牌浸水式深井電動機、承攬鑿井工程

南 聯 造 機 廠 有 限 公 司

地址：鳳山市鳳仁路60號

電話：(07)7426161~3