

# 椪柑負荷鬆弛機械性質之研究

## The Study on the Force Relaxation Properties of Ponkan (Citrus Ponensis)

中興大學農機系講師

臺灣大學農機系副教授

陳 俊 明

王 康 男

Jiunn-Ming Chen

Kang-Nang Wang

### Summary

The results obtained from the study on the force relaxation properties of ponkan fruit were as follows:

1. It was found that the relaxation time always decreased with increased rate of deformation and initial deformation
2. Based on information obtained from load vs. time curves, a generalized Maxwell body consisting of three Maxwell units in parallel was suitable for predicting force decay with time. So that the force relaxation properties of ponkan fruit might be represented by the following equation:

$$F(t) = A_1 e^{-t/T_1} + A_2 e^{-t/T_2} + A_3 e^{-t/T_3}$$

3. Coefficients of this generalized Maxwell model were calculated and determined by feeding experimental data into an Univac 1100 digital computer and using a non-linear estimation with steepest descent program. It was shown that ponkan had viscoelastic characteristics from these computed results of coefficients.

### 一、引 言

椪柑之機械特性，在工程上對於椪柑之採收、分級、選別、包裝等機械之設計以及貯運機械之容量設計等均甚重要。因為從採收至貯運的每一操作過程中，椪柑均承受一連串的靜的及動的負荷，這些負荷甚容易使椪柑變形而引起傷害，尤其椪柑之果皮外層遍佈脆弱的油胞更容易遭受破壞。此種破壞如果太顯著，則利用機械處理所節省的時間與勞力終將被嚴重的品質損失所抵消。因此為達到機械設計上的有效過程，同時使椪柑損傷程度最小，以保持最佳品質，對於椪柑果實因遭受外界力量而引起損傷重要原因之一的變形反應，必須充分瞭解。本研究之主要目的，即旨在以椪柑之負荷鬆弛現象

，探討椪柑的機械性質，並據此提供適合於模擬椪柑負荷鬆弛特性之模式，以作為機械處理椪柑時，提供設計此類機械的基本資料。

### 二、椪柑負荷鬆弛特性模式之探討

若黏彈性物質在瞬間承受快速負荷而產生某一變形量，則在維持此一變形量下其所需的力與時間關係曲線稱為負荷鬆弛曲線，此種曲線可用一般化 Maxwell 模式 (Generalized Maxwell model) 表示。Maxwell 模式所代表之負荷鬆弛曲線之微分方程式<sup>(1,2)</sup>為：

$$\dot{X} = \dot{F}/K_1 + F/C_1$$

$$\text{若 } \dot{X} = 0, T_{rel} = C_1/K_1$$

$$\text{則 } dF/dt + F/T_{rel} = 0$$

積分上式可得：

$$F(t) = Ae^{-t/T} + \text{constant}$$

式中  $X$  = 變形

$F$  = 負荷

$t$  = 時間

$K_1$  = Maxwell 模式中理想彈性體之彈簧係數

$C_1$  = Maxwell 模式中理想緩衝筒液體之黏性係數

此一方程式代表負荷鬆弛與時間之關係為一指數關係。一般黏彈性物質之負荷鬆弛現象均可利用一般化 Maxwell 模式代表，但需要多少個並聯的 Maxwell 元件才足以滿足該物質的鬆弛現象，必須先要分析該物質的鬆弛——時間曲線才能決定，其三個並聯時的 Maxwell 模式所代表之負荷鬆弛曲線之方程式為：

$$F(t) = A_1 e^{-t/T_1} + A_2 e^{-t/T_2} + A_3 e^{-t/T_3} \dots (1)$$

式中， $T_1, T_2, T_3$  為模式中各元件相對應之鬆弛時間 (Trel)。

此方程式所代表之模式及意義如圖 1 所示。

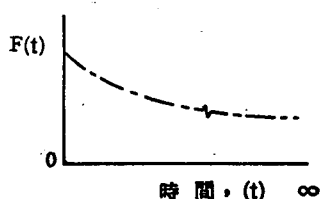
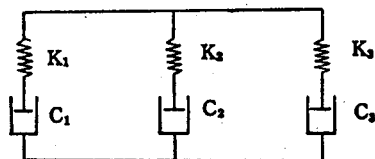


圖 1. 代表柑桔負荷鬆弛現象之一般化 Maxwell 模式

### 三、實驗裝置、材料和方法

#### (一) 粘質物性測定機 (rheo-meter)

本機機型為 FUDOH NRM-3200 D型，如圖 2 (左) 所示。測試系統為電磁轉換系統，驅動速度有 2.6, 20cm/min 三種，負荷界限 0~200 g 和 0~2 kg 兩種。可用在壓縮、拉力、潛變及負荷鬆弛等測試，具有連續上下運動裝置、定壓停止

裝置等。使用電力 AC110 V，50~60 HZ，記錄器輸入電壓 0~3000 mv，重量 11kg，尺寸 W270×D280×H450mm。

#### (二) WATANABE X-Y 記錄器

記錄負荷——變形——時間的關係，其型式為 WX-435 型，如圖 2 (中) 所示。靈敏度範圍由 0.2mv/cm 至 20v/cm。

#### (三) 動態變幅器 (dynamic strain amplifier)

其型式為 DS6/MTH，如圖 2 (右) 所示。靈敏度在  $V_{gage}$  時等於 3 Volts，gage factor = 2.0。

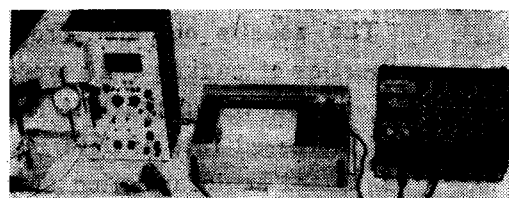


圖 2. 動負荷測試儀器：(左) 粘質物性測定機，(中) X-Y 記錄器，(右) 動態變幅器

#### (四) 應變計 (strain gage)

在尺寸  $L150 \times W25 \times T1.4$  mm 的鋁片基部上下各對稱黏貼一應變計，應變計黏貼方向與鋁片長邊平行，所使用的應變計其型式為 KYOWA KFC-5-C1，電阻  $120\Omega$ ，gage factor 2.1。

#### (五) 供試柑桔

本試驗研究所使用的柑桔均採自臺中縣卓蘭鎮新厝里 155 號的劉慶亮果園。採收期間自民國 68 年 9 月至同年 12 月。為掌握柑桔的經歷，避免受人為碰傷的未知因數影響，所有果實自採收、搬運、冷藏至測試均由筆者親自處理，以控制品質。為保持果實新鮮，除當天採收當天測試者外，餘均置於冷藏庫中 (乾球溫度  $6^\circ\text{C}$ ，濕球溫度  $5^\circ\text{C}$ ，相對濕度 85 %) 保藏，以防失水改變其物理性質。供試之果實均挑選大小及顏色一致，表皮無損傷者，以自採收後三天內測畢為原則，超過三天者即不再採用。在試驗前四小時先將冷藏之柑桔取出置於測試環境中，使與測試環境之溫度達到平衡狀態後再開始測試。目前本省所產柑桔，以卓蘭地區品質較佳，較具代表性，因此本試驗研究以卓蘭產柑桔為主。所使用之果實測試樣品其一般性質，如表 1 所示。

表1 椪柑測試樣品之一般性質

| 果皮對果重之重量比<br>(%) | 果肉對果重之重量比<br>(%) | 比 重   | 果皮含水率<br>(%) | 果 肉 含 水 率<br>(%) | 成 熟 度 (醋酸比) |
|------------------|------------------|-------|--------------|------------------|-------------|
| 25.3             | 74.7             | 0.879 | 76.2         | 88.64            | 16.5        |

#### (六) 負荷鬆弛 (force relaxation) 測試法

在負荷鬆弛測試時，將椪柑置於兩平行板間壓縮至負荷達預定值，在此一時間之後，使椪柑變形保持常數，而將維持此一變形所需之力，依時間予以測量記錄，以觀察椪柑之負荷鬆弛特性。因為椪柑變形保持常數，假設接觸負荷面積在鬆弛測試中為常數，則所記錄之負荷——時間曲線為椪柑應力鬆弛過程之代表。測試中所用之變形負荷，均小於 Mohsenin 等<sup>(9)</sup>所定義的生物降伏點。

本試驗將椪柑以黏質物性測定機壓縮至預定的負荷後，保持在此一固定變形下，椪柑之受力狀況以黏質物性測定機之 load cell 感應出自動記錄於 WX 432 X-Y 記錄器上。

本試驗所採用之變形率分 2 cm/min 和 20 cm/min 兩種，測試記錄時間 60 秒鐘。

在測試前，所使用之儀器如黏質物性測定機，WATANABE X-Y 記錄器，動應變增幅器等至少先開機一小時，使儀器暖機進入備用狀態，並在測試前應先予校準。

所有測試之時間、環境、果實重量大小、產地及測試方法等均依 ASAE 之推薦 (ASAE R 368)<sup>(4)</sup>予以詳細記載。

#### 四、實驗結果及討論

使椪柑在不同產地、不同初速率及不同變形量之條件下實測獲得之負荷鬆弛結果如圖 3~圖 10 所示，圖中顯示，在負荷過程中，即使在負荷過程終止前之時間亦允許椪柑內之負荷鬆弛，而變形率對於負荷停止後起初數秒之鬆弛過程影響最大。5 秒以後，記錄之負荷——時間曲線出現平行關係，指出鬆弛時間 (relaxation time) 相對地不受變形率所影響。變形率在起初數秒之觀察對椪柑內部負荷鬆弛之影響，指出使用一高頻率反應之 load cell 以偵測在衝擊負荷時之作用力的重要性。

對前述黏彈物質的負荷鬆弛數學模式而言，若在等變形下物體內的負荷隨時間依指數關係減少，

使負荷減至原值的  $\frac{1}{e}$  所需的時間，稱之為鬆弛時間， $e$  為自然對數底，因此鬆弛時間乃物質突然遭受衝擊負荷時，將瞬間所吸收的能量消散快慢的指標。根據試驗結果，椪柑消散負荷之速率很低，因為在時間 1 秒內所消散的負荷僅佔一小部份，因此可見椪柑在衝擊負荷下，內部組織易遭破壞，因此將來使用機械處理椪柑時，鬆弛時間是一重要因素。

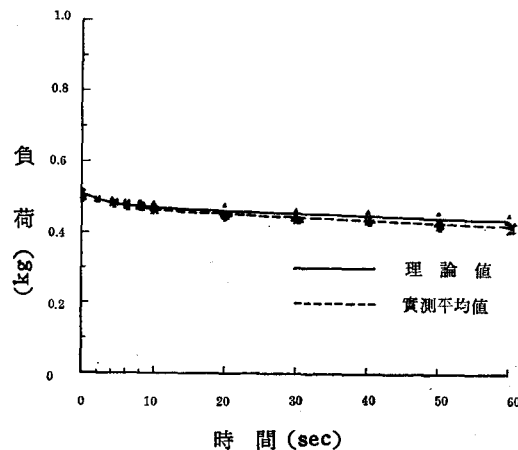


圖 3. 卓蘭產椪柑在初變形率 2cm/min 下負荷至 0.5 公斤時之負荷鬆弛特性

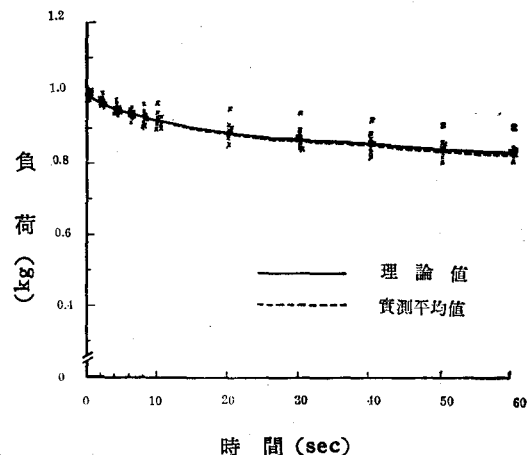


圖 4. 卓蘭產椪柑在初變形率 2 cm/min 下負荷至 1 公斤時之負荷鬆弛特性

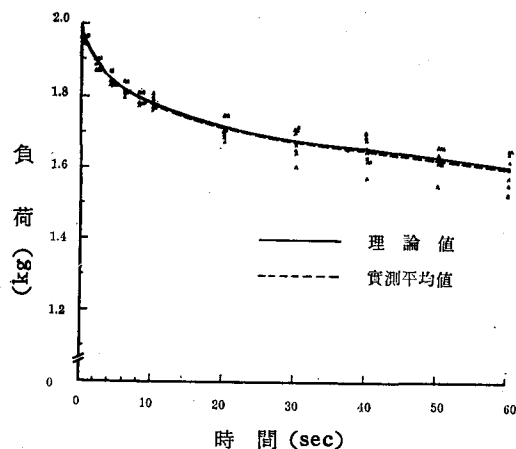


圖5. 卓蘭產椪柑在初變形率 2 cm/min 下負荷至 2 公斤時負荷鬆弛特性

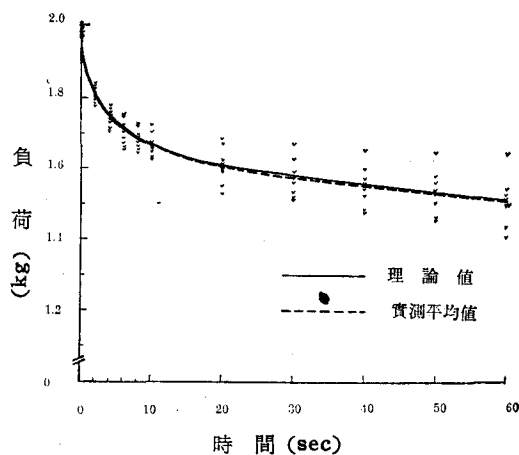


圖8. 卓蘭產椪柑在初變形率 20 cm/min 下負荷至 2 公斤時之負荷鬆弛特性

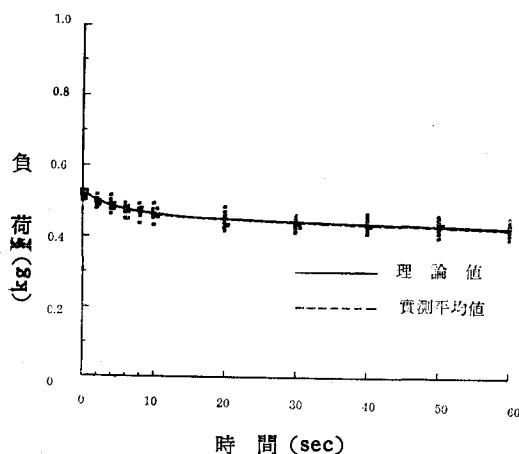


圖6. 卓蘭產椪柑在初變形率 20 cm/min 下負荷至 0.5kg 時之負荷鬆弛特性

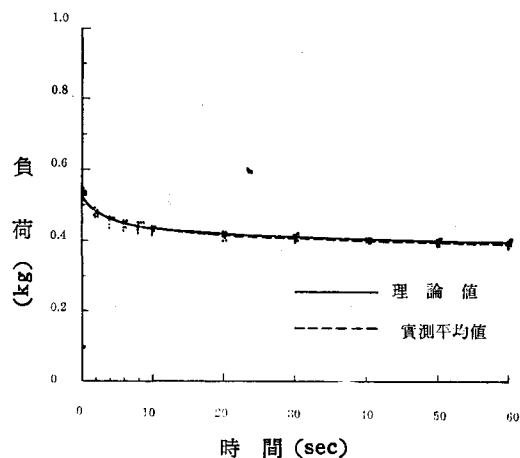


圖9. 關西產椪柑在初變形率 20 cm/min 下負荷至 0.5 公斤時之負荷鬆弛特性

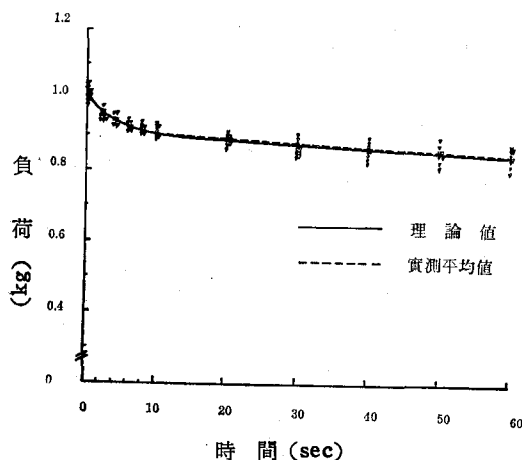


圖7. 卓蘭產椪柑在初變形率 20 cm/min 下負荷至 1 公斤時之負荷鬆弛特性

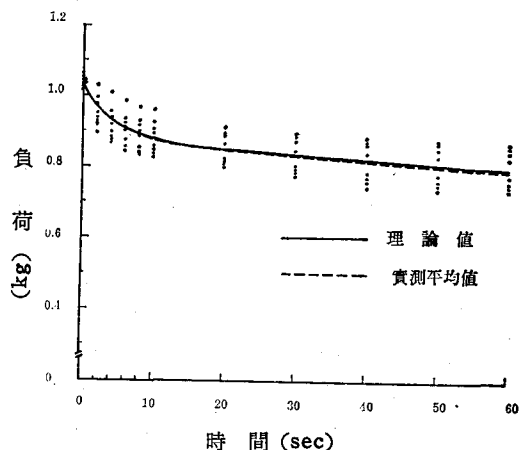


圖10. 關西產椪柑在初變形率 20 cm/min 下負荷至 1 公斤時之負荷鬆弛特性

## 五、柑桔負荷鬆弛特性參數值之計算與結果討論

(一) 計算方法：

### 1. 圖解分析法：

以連續殘差法 (successive residual method) 將實驗所得之各實測值點繪於半對數坐標紙上，再以原始曲線之直線部份延伸交於縱坐標軸上

，所得之負荷值即為第一項指數項之係數，直線部份之斜率即為此指數項之鬆弛時間值。其次將直線部份與原始曲線之差點繪於同一半對數坐標紙上得到第一次殘差曲線，延伸第一次殘差曲線之直線部份交於縱坐標上，同法可得次項指數項之係數與相對之鬆弛時間值，重複此過程直到獲得直線為止。其實例如圖 11 所示。

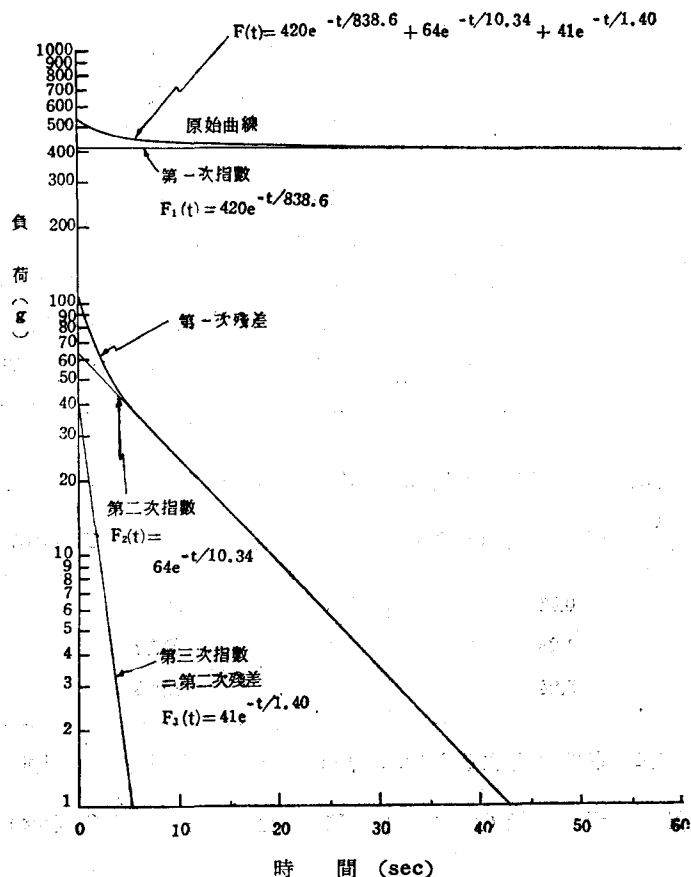


圖11 連續殘差法分析柑桔之負荷鬆弛特性

### 2. 計算機解法：

本計算方法係將實測值輸入 Univac 1100 型數位計算機中，使用非線性迴歸曲線配合程式 (non-linear estimation with steepest descent program) 計算 Maxwell 模式中之參數值。從前述圖解法中顯示柑桔負荷鬆弛特性以三個並聯之 Maxwell 模式即可充分模擬，故在計算機解法時，將方程式(1)改寫成下列型式計算。

$$F(I) = TH(1) \cdot \exp(-X(I)/TH(4)) + TH(2) \cdot \exp(-X(I)/TH(5))$$

$$+ TH(3) \cdot \exp(-X(I)/TH(6))$$

每一鬆弛時間和指數項係數有一相對應的值，即

$$TH(1) = A_1, TH(2) = A_2, TH(3) = A_3, TH(4) = T_1, TH(5) = T_2, TH(6) = T_3$$

因圖解法計算緩慢且誤差較大，故本研究對柑桔負荷鬆弛特性參數值之計算均使用計算機解法，而圖解法之計算值僅供計算機解法時之初值使用。

### (二) 計算結果與討論

將計算機解法計算所得之各參數值代入方程式

(1), 即得到表 2 所示之柑桔負荷鬆弛特性之方程式。由各方程式依負荷——時間關係所求得之理論曲線 (如圖 3 ~ 圖 10 所示者) 知其理論值與實測值甚為吻合, 此顯示以三個並聯之 Maxwell 模式預估柑桔之負荷鬆弛特性甚為有效。又從表 2 知變形率在 20 和 2 cm/min 時, 不同的變形量對鬆弛時

間的影響各如表 3, 表 4 所示, 從表中知, 變形量對鬆弛時間之影響甚大, 當變形量增加時鬆弛時間減小, 此一結果顯示柑桔為一黏彈物質。

變形率對鬆弛時間的影響則如表 5 所示, 由表中知在一定的初負荷下, 變形率愈高, 鬆弛時間愈小, 此亦為黏彈物質的特徵。

表 2 柑桔之負荷鬆弛性質方程式總表

(單位: F:g, t:sec)

| 產地 | 壓縮別  | 初變形率 (cm/min) | 變形量 (mm) | 負荷鬆弛行為之模式方程式                                                           |
|----|------|---------------|----------|------------------------------------------------------------------------|
| 卓蘭 | 縱方向壓 | 2             | 0.87     | $F(t) = 457.9e^{-t/1372.8} + 42.64e^{-t/9.703} + 0.000124e^{-t/9.145}$ |
| 卓蘭 | 縱方向壓 | 2             | 1.99     | $F(t) = 851.8e^{-t/1348} + 81.23e^{-t/44.05} + 67.32e^{-t/4.999}$      |
| 卓蘭 | 縱方向壓 | 2             | 4.13     | $F(t) = 1700e^{-t/1019} + 133.7e^{-t/18.48} + 130.8e^{-t/3.913}$       |
| 卓蘭 | 縱方向壓 | 20            | 0.83     | $F(t) = 455.5e^{-t/880.4} + 53.45e^{-t/8.013} + 21.51e^{-t/1.129}$     |
| 卓蘭 | 縱方向壓 | 20            | 1.68     | $F(t) = 900.5e^{-t/877.2} + 53.67e^{-t/9.817} + 65.82e^{-t/1.259}$     |
| 卓蘭 | 縱方向壓 | 20            | 3.24     | $F(t) = 1640e^{-t/739.6} + 220.7e^{-t/6.137} + 116.9e^{-t/0.7166}$     |
| 關西 | 縱方向壓 | 20            | 1.00     | $F(t) = 420.1e^{-t/625.5} + 64.9e^{-t/7.345} + 40.28e^{-t/1.455}$      |
| 關西 | 縱方向壓 | 20            | 2.00     | $F(t) = 869.6e^{-t/638} + 120.2e^{-t/5.116} + 43.03e^{-t/4.271}$       |

表 3 卓蘭產柑桔在變形率 20 cm/min 時, 變形量對鬆弛時間的影響

| 變形量 (mm) | 鬆弛時間 $T_1$ (sec) |
|----------|------------------|
| 0.83     | 880.4            |
| 1.68     | 877.2            |
| 3.24     | 736.6            |

表 4 卓蘭產柑桔在變形率 2 cm/min 時, 變形量對鬆弛時間的影響

| 變形量 (mm) | 鬆弛時間 $T_1$ (sec) |
|----------|------------------|
| 0.87     | 1372.8           |
| 1.99     | 1348             |
| 4.13     | 1019             |

表 5 卓蘭產柑桔在一定的初負荷下, 變形率對鬆弛時間的影響

| 初負荷 (kg) | 變形率 (cm/min) | 鬆弛時間 $T_1$ (sec) |
|----------|--------------|------------------|
| 0.5      | 2            | 1372.8           |
|          | 20           | 880.4            |
| 1        | 2            | 1348.0           |
|          | 20           | 877.2            |
| 2        | 2            | 1019.0           |
|          | 20           | 736.6            |

## 六、摘要

1. 由測試結果獲知負荷鬆弛時間隨着變形率和變形量的增加而減少。

2. 實測負荷—時間關係曲線，顯示柑桔的負荷鬆弛特性，可用由三個並聯的 Maxwell 元件所組成的 Maxwell 模式予以預測。故可以代表柑桔之負荷鬆弛特性的一般方程式可寫為：

$$F(t) = A_1 e^{-t/T_1} + A_2 e^{-t/T_2} + A_3 e^{-t/T_3}$$

3. 前述三個並聯之 Maxwell 模式中參數值，使用非線性迴歸曲線配合程式以 Univac 1100 數位計算機計算時，其結果顯示模擬之效果良好；而此種參數值更能顯示柑桔的黏彈特性。

## 七、誌謝

本文承臺大農工研究所機械組張漢聖博士之熱心協助，臺大農藝系生統實驗室沈明來教授及研究生張裕錦同學協助程式偵錯，始能順利完成，謹此致由衷的謝忱。

本研究經費承行政院國家科學委員會補助，謹此一併誌謝。

## 八、參考文獻

1. 陳俊明；柑桔機械性質之基礎研究，國立臺灣大學農業工程學研究所機械組碩士論文，152 pp. 民國

六十九年六月。

2. 陳俊明，王康男；柑桔壓縮潛變機械性質之研究，國立臺灣大學農學院研究報告（第二十卷第二號）1980.
3. 機械工程名詞（增訂本），國立編譯館出版，正中書局印行，民國五十一年十一月。
4. ASAE, Recommendation: ASAE R368, Compression test of food materials of convex shape. Agricultural engineers yearbook: 378-381, 1978.
5. Ashfaq Husain; Agrawal, K. K.; Ojha, T. P. and Bhole, N. G. Viscoelastic behavior of rough rice. Transactions of the ASAE, 313-314, 318, 1971.
6. Clevenger, J. T. and Hamann, D. D. The Behavior of apple skin under tensile loading. Transactions of the ASAE 11:(1) 34-37, 1968.
7. Finney, E. E.; Hall, C. W. and Mase, G. E. Theory of linear viscoelasticity applied to potato. Jr. of Agr. Eng. Res., 9 (4), 307-312, 1964.
8. Mohsenin, N. N. Physical properties of plant and animal materials. Vol I. Gordon and Beach Science Publishers, New York. 1970.
9. Suggs, C. W., and Splinter, W. E. Mechanical properties of tobacco stalks. Transactions of the ASAE 8 (3), 361, 1965.
10. Zoerb, G. C. and Hall, C. W. Some mechanical and rheological properties of grains. Jr. of Agr. Eng. Res., 5 (1): 83-93, 1960.

加 速 國 家 建 設

厚 植 復 國 力 量