

渠道之糙率 n 值及流量之觀測計算

Observations and Computations of Manning's Roughness Coefficient and Flow Discharge in Open Channels

國立臺灣大學農工系副教授

吳 銘 塘

Ming-Tarng Wu

Abstract

In designing an open channel by applying the Manning formula, the greatest difficulty is the determination of Manning's roughness coefficient n . This is due to the n value is highly variable and depends on a number of various factors. And, at the present stage, there is no exact way for obtaining the n value under the unknown flow discharge condition.

This paper presents the method and theoretical formula for finding the n value and computing the unknown flow discharge in the flat and prismatic open channels. This method can be used both in steady and unsteady gradually varied flow. The detail is described in the text.

摘 要

應用曼寧公式設計灌排渠道，令人最感困擾者就是糙率 n 值難於正確選定。由於 n 值乃是一種變化難定之變值，迄目前為止，尚難找出適當方法可以正確決定。本文介紹一種可同時計算 n 值和渠道未知流量之方法及其計算公式。本法不論是定量緩變速流或非定量緩變速流均可適用。

一、緒 言

曼寧公式 (Manning formula) $V=1/n R^{2/3} S^{1/2}$ ，因其型式簡單，應用於大小明渠的水理計算和設計，證之多年經驗，頗有實用效果。因此本公式自 1889 年推出之後，便流行於世界各地被廣泛地採用。但唯一美中不足之處就是本公式中的所謂糙率 (Roughness Coefficient) n 值，除依據實驗推求之外，直到目前為止，尚無妥適的方法可以正確地選定。

一般水利工程師在進行明渠設計時，除了難以正確地決定所需要的 n 值之外，往往也把 n 值視為不變的常數。事實上， n 值係受各種因子之交互影

響，隨時隨地均可發生變化的一種變值。所以應用曼寧公式計算渠道的流速或流量，常因 n 值的不當選擇而產生很大的誤差。

在大型的灌排渠道上建造一座量水用的量水堰，必需有足夠的應用水頭，建造一座巴歇爾水槽亦需有適當的位置條件，兩者均需精密的施工技術及龐大的建造費用。若利用流速儀測流量，則除了測量過程繁複及費用昂貴之外，並有檢定及裝設不便等缺點。因此有關大型渠道流量的觀測，遍找各種研究文獻^(13, 23, 29, 30)，直到目前尚難發現一種經濟和實用方法可資應用。

筆者曾於本學報上期提出一種流量觀測計算公

式，本文擬就該公式應用於變量緩變速流 (un-steady gradually varied flow) 之情形及糙率 n 值之計算繼續進行討論。

二、影響渠道糙率 n 值的因子

影響渠道 n 值的因子很多，各因子不但可直接影響 n 值大小，且因子與因子之間亦有交互影響之作用。茲就以下數點撮要述之。

(一)表面粗糙度 (Surface Roughness) 渠道與渠流接觸的表面，亦即形成潤周 (Perimeter) 之部位，其粗細的程度乃為影響 n 值大小的一項主要因子。一般而言，表面愈粗糙則 n 值愈大，反之， n 值必小。人工灌排渠道因施工技術及渠道的建造材料等，不可能全段渠道都保持整齊均一，故表面的粗糙度也難以處處相同。天然渠道的表面粗糙度更難均一。所以不論人工或天然的大小渠道，由於接觸表面的粗糙度無法整段渠道完全相同，同一條渠道的 n 值自然難以固定不變。

(二)植物 (Vegetation) 渠道若生長各類疏密不同的水草，不但可構成另一種新的粗糙表面；同時因水草繼續與茂密地滋生，阻滯渠流暢通，使糙率 n 值產生更複雜的變化。美國農業部 (U. S. Department of Agriculture) 曾拍攝 24 張生長各種疏密不同的水草草溝，分別代表 24 種不同的 n 值，提供給應用者參考，其 n 值依序自 0.012 變化到 0.150。但參考此種照片無論有多豐富的經驗和訓練，相信也無人能有把握對實際滋生各種水草草溝的 n 值，能作正確的決定。

(三)水深和流量 (Stage and Discharge) 由曼寧公式 $n = R^{2/3} \cdot S^{1/2} \cdot A/Q$ ，可知 n 值的大小乃決定於水力半徑 R ，渠道斷面積 A 及流量 Q 各值大小。但 R 與 A 則均為水深 d 的函數。因此 n 值的大小也就決定於水深 d 和流量 Q 兩值大小的變化。一般而言， d 與 Q 值大，則 n 值反而有降小之勢，反之若 d 與 Q 值小則 n 值有上升可能。

(四)渠道大小與形狀 (Size and Shape of Channel) 渠道大小不同，水力半徑 R 值也各不相同。相同的斷面積 (cross section area) 可形成種種不同形狀的斷面 (shape)。不同形狀的斷面則可產生種種不同的水力半徑 R 值，形成不同的水深 d 和流量 Q ，故亦能產生許多不同的 n 值。美國水土保持局 (U. S. Soil Conservation Service) 曾由實驗觀測製成許多 n - VR 關係圖

表 8.21。可知 VR 與 n 值之間有顯著的關係存在。

(五)渠道不規則 (Channel Irregularity) 渠道不規則的情形包括斷面形狀、潤周、水力半徑、底坡和側坡的不均勻，以及渠底底面凹凸不平等等。均勻性不良的渠道除了升高 n 值之外，也常使 n 值變化難定。天然的排水渠道均勻性甚差，故 n 值的變化也較大。人工的灌排渠道若施工不良或遭受外力破壞，也將呈現處處不均與不規則情形。因此 n 值大小也難固定。

(六)淤積與冲刷 (Siltting and Scouring) 渠道淤積或冲刷的結果可能增大 n 值，也可能降小 n 值。底面凹凸不平的渠道淤積填平之後必降小 n 值，反之，淤積若形成更具阻滯作用的砂洲，則 n 值必然增高。又粗糙的表面經過冲刷之後若形成光滑的接觸面，則 n 值必降小；但若冲刷之後使渠道的斷面形狀、潤周、水力半徑、底坡和側坡等等形成更不規則，則 n 值必然上升。

(七)彎曲與障礙 (Channel Alignment and Obstruction) 渠道彎曲或遭遇橋柱，各種水工構造物，巨石，漂木等障礙物時均可消耗其能量，使流速和水深改變，因而 n 值也必隨水深和流速的改變而變化。

(八)溫度與季節變化 (Temperature and Seasonal Change) 溫度變化可改變渠流的運動滯性 (Kinematic Viscosity) ν 值。依據雷諾指數 (Reynolds number) $R_n = VL/\nu$ 之關係，若溫度改變則 R_n 亦必隨 ν 而改變。再依 Darcy-Weibach 公式 (8.14)，摩擦損失水頭 $h_f = f \frac{L}{d_0} \frac{V^3}{2g}$ 以及 Prandtl-von Kármán 公式 (8.14) $\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log (R_n \sqrt{f}) + 0.4$ ，可知雷諾指數 R_n 與摩擦因數 (friction factor) f 值有關。因此溫度可改變 ν ， R_n ， f 及 h_f 各值，故渠流的水位、流速及 n 值也將隨之而改變。

至於季節性變化則因氣候與水草的凋謝與滋生有關，因此亦可影響 n 值大小。

(九)其他如懸移質 (Suspended material) 及河床質 (Bed Load) 等的存在，由於都和能量的損耗有關，故對 n 值大小也有影響。

由上所述，可知 n 值乃因時因地均可改變，令人捉摸難定的一種變值。一般工程師應用於設計之 n 值，大多採自各種手冊所載之粗估值，此種粗估

之 n 值實難與複雜多變化之實際渠道中的 n 值相互一致。故為獲得較實用和較正確的 n 值，筆者建議

利用實用中之渠道採用長期自記觀測而後再應用統計分析方法求取。

三、糙率 n 值之觀測計算

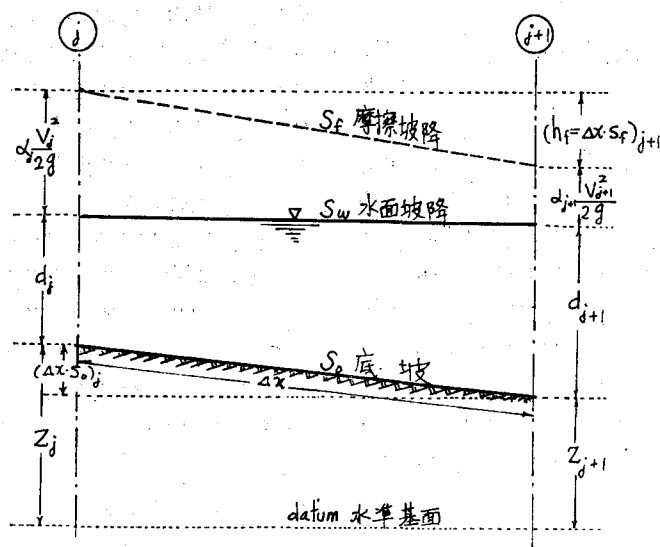


圖 (1) 定量流渠流示意图

如圖(1)所示，在定量流渠道上選取截距為 Δx 的三個以上斷面。若以 j 表示渠道斷面位置 ($j=1, 2, \dots, k, k>2$)，並以 i 表示定量流渠道輸送之流量大小別 ($i=1, 2, \dots, \ell$)，則依能量不滅原理，

$$\left[Z_j + d_j + \alpha_j \frac{V_j^2}{2g} \right]_i = \left[Z_{j+1} + d_{j+1} + \alpha_{j+1} \frac{V_{j+1}^2}{2g} + (\Delta x \cdot S_f)_{j+1} \right]_i \quad (1)$$

$$\text{設能量係數 (energy coefficient)} \quad \alpha_j = \alpha_{j+1} = \alpha \quad (2)$$

$$\text{並以} \quad Q_i = (A_j V_j)_i = (A_{j+1} V_{j+1})_i \quad (3)$$

$$\text{及} \quad \left[(S_f)_{j+1} \right]_i = \frac{Q_i^2 n_i^2}{2} \left(\frac{1}{R_{j+1}^{4/3} A_{j+1}^2} + \frac{1}{R_j^{4/3} A_j^2} \right)_i \quad (4)$$

代入(1)式得

$$\frac{Q_i^2 n_i^2}{2} \left(\frac{1}{R_{j+1}^{4/3} A_{j+1}^2} + \frac{1}{R_j^{4/3} A_j^2} \right)_i + \frac{\alpha Q_i^2}{2g \Delta x} \left(\frac{1}{A_{j+1}^2} - \frac{1}{A_j^2} \right)_i + \left(\frac{\Delta d}{\Delta x} - S_0 \right)_i = 0 \quad (5)$$

式中 $\Delta d = d_{j+1} - d_j$ ， $S_0 = (Z_j - Z_{j+1}) / \Delta x$

$$\text{又設} \quad \theta_i = Q_i^2 n_i^2 \quad (6)$$

$$\phi_i = Q_i^2 \quad (7)$$

$$(\eta_i)_i = - \left(\frac{\Delta d}{\Delta x} - S_0 \right)_i / \left[\frac{\alpha}{2g \Delta x} \left(\frac{1}{A_{j+1}^2} - \frac{1}{A_j^2} \right)_i \right] \quad (8)$$

$$(\xi_i)_i = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_{j+1}^{4/3} A_{j+1}^2} + \frac{1}{R_j^{4/3} A_j^2} \right)_i / \left[\frac{\alpha}{2g \Delta x} \left(\frac{1}{A_{j+1}^2} - \frac{1}{A_j^2} \right)_i \right] \quad (9)$$

代入(5)式整理後得

$$(\eta_j)_1 = \theta_1 (\xi_j)_1 + \phi_1 \quad (10)$$

第(10)式為直線迴歸方程式 (Linear regression equation)，式中 ϕ_1 為起點值，即 $\xi_j=0$ 時之 η_j 值； θ_1 為直線迴歸係數 (Linear regression coefficient)。因為 $(\eta_j)_1$ 與 $(\xi_j)_1$ 兩值均可由觀測求得，故 θ_1 與 ϕ_1 兩值可用最小二乘法求解。亦即

$$\theta_1 = \left(\frac{\sum_1^k \xi_j \eta_j - k \bar{\xi} \bar{\eta}}{\sum_1^k \xi_j^2 - k \bar{\xi}^2} \right)_1 / \quad (11)$$

$$\text{或 } \theta_1 = \frac{\sum_1^k (\xi_j - \bar{\xi})_1 (\eta_j - \bar{\eta})_1}{\sum_1^k (\xi_j - \bar{\xi})_1^2} \quad (12)$$

$$\phi_1 = \left(\sum_1^k \eta_j - \theta_1 \sum_1^k \xi_j \right)_1 / k \quad (13)$$

$$\text{或 } \phi_1 = \left(\bar{\eta} - \theta_1 \bar{\xi} \right)_1 \quad (14)$$

因此糙率 n 值及未知流量 Q 可從(11)~(14)式求出，即

$$n_1 = \sqrt{\theta_1 / \phi_1}, \quad Q_1 = \sqrt{\phi_1} \quad (15)$$

以上求出的流量 Q_1 祇是代表一種固定的流量，從該固定的流量 Q_1 及當時的渠道及渠流的條件中求出一種平均的糙率 n_1 值。但渠道不可能長期都輸送一種固定的流量，故一年之中輸送的流量有 $Q_1, Q_2, Q_3, \dots, Q_k$ 之別；每輸送一種流量 Q_i 就可求得一種糙率 n_i 值。因此糙率 n_i 值亦相應有 $n_1, n_2, \dots, n_k$ 之別。若一年之中輸送 ℓ 個不同的流量就可同時求得 ℓ 個不同的糙率 n 值。所以從一年中渠道所設置的自記記錄資料中，可應用統計原理求出

$$n = f(Q) \quad (16)$$

的函數關係式。若再加入當時的水力半徑 R 及水深 d 等值的因子時，則亦可求出

$$n = f(Q, R, d) \quad (17)$$

$$\text{或 } n = b_0 + b_1 Q + b_2 R + b_3 d \quad (18)$$

的關係式。(18)式為 n 隨 Q, R 及 d 等值而變的複迴歸方程式 (Multiple regression equation)。式中 b_0 為起點值， b_1, b_2, b_3 等為淨迴歸係數 (Partial regression coefficients)。亦即 b_1 為 R, d 固定時， n 隨 Q 而變的迴歸係數， b_2 為 Q, d 固定時， n 隨 R 而變的迴歸係數， b_3 之定義類推。

， d 固定時， n 隨 R 而變的迴歸係數， b_2 之定義類推。

複迴歸方程式之複相關係數 (Multiple correlation coefficient) R_m 值，淨迴歸係數之 $b_1, b_2, \dots$ 等值以及顯著性測驗 (Test of significance) 均可參考有關統計書籍⁽³⁵⁾ 求解。

由上敘述，可知利用實用中的渠道採用長期自記觀測記錄所得資料，再藉用統計分析方法所得之 n 值，實較查閱工程手冊所載之 n 值實用和正確。以上之計算可應用微處理機 (Micro processor) 之功能從觀測至計算全部自動完成。

四、應用於變量緩變速流之觀測計算

渠流若為變量流，則應依變量流之情況處理之。一般應用於變量緩變速流之連續和運動公式，如忽略降雨及其他側流量，則可以下式表示之。

$$A \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial A}{\partial X} + \frac{\partial A}{\partial t} = 0 \quad (19)$$

$$\frac{\partial d}{\partial X} + \frac{\alpha V}{g} \frac{\partial V}{\partial X} + \frac{1}{g} \frac{\partial V}{\partial t} = S_0 - S_f \quad (20)$$

(19)，(20)兩式應用微元法 (Finite element method)⁽⁹⁾，特性法^(5,10,26,32) 隱性及顯性差分法^(1,2,11,25,32)，加入起始及邊界條件再藉高速電算機之助，均可分別解出其近似解。唯上述各種解法中含有一個共同點，亦即摩擦坡降 (Frictional slope) S_f 之計算大多採用 Darcy-Weibach 公式⁽³³⁾ Manning 公式或 Chézy 公式計算。亦即

$$S_f = \frac{V^2 f}{8gR} \quad (21)$$

$$S_f = \frac{n^2 V^2}{R^{4/3}} \quad \text{或} \quad S_f = \frac{V^2}{C^2 R} \quad (22)$$

而上列公式中的 f (friction factor)， n (Manning's n) 及 C (Chézy's c) 等值，則均有難以正確選擇的困擾。所以電算機的計算精度雖可達到分秒無差的地步，但因應用係數未能正確的選擇，使這種費力費時的計算功虧一簣。因此研究如何改善此項困難，實有必要。

如圖(2)(3)(4)所示，設以 X 軸、 Q 軸表示流距及流量。 t 和 d 軸分別表示經歷時間和水深。圖(2)中以 $d-t$ 曲線表示 t_0 到 t_8 的時間內渠流通過 x_0, x_1, x_2, x_3 和 x_4 各斷面的水深 (d) 變化。圖(3)中以 $Q-t$ 曲線表示 t_0 到 t_8 的時間內通過圖(4)中 x_0 斷面的流量變化。圖(4)中以 Q_i ($i=1,2,\dots,8$)

表示 t_0 到 t_5 的時間內通過斷面 x_0 的流量。以上三圖均敘述通過某斷面的流量，隨着時間而變化的變量流渠流。唯在此種渠流中如忽略水面坡 (celerity) 之影響，則亦可發現定量流渠流 (steady

flow) 仍可繼續存在。例如圖(2)中夾在 t 軸與 X 軸間的粗黑實線 (近似直線) 就是表示定量流渠流通過各斷面的水面深度 (d)，圖中表示流經各斷面 ($x_0, x_1, \dots, x_4$) 的時間 ($t_0 \sim t_5$) 雖然不同，

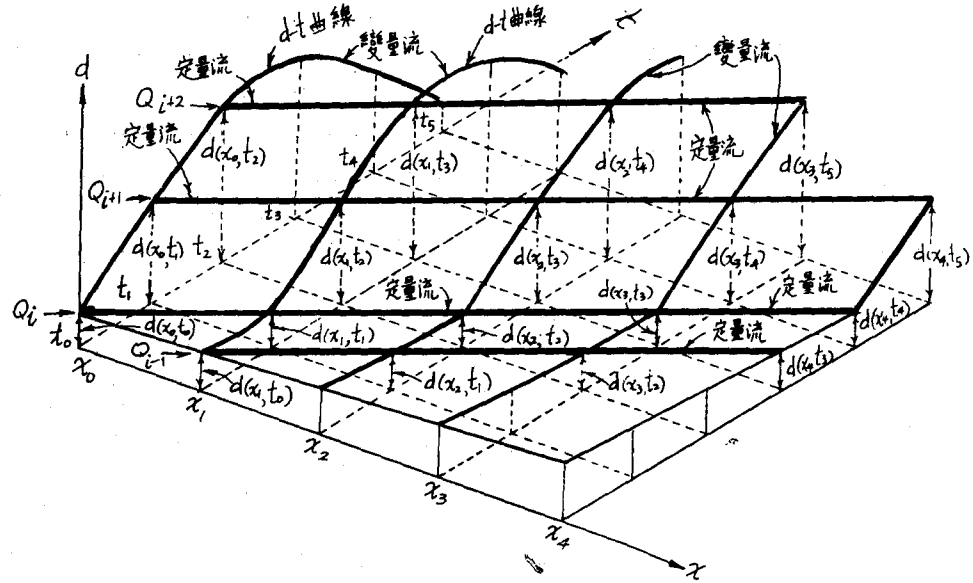


圖 (2) 變量流中之定量流示意圖

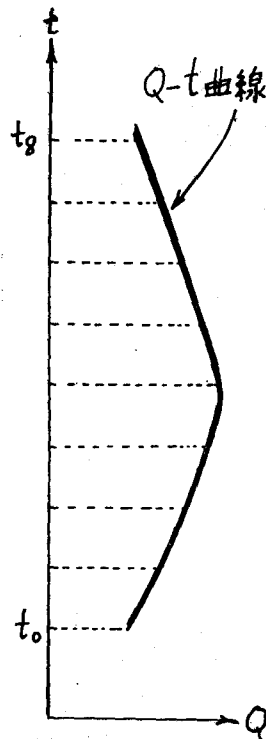


圖 (3) 通過斷面 x_0 的流量歷線圖

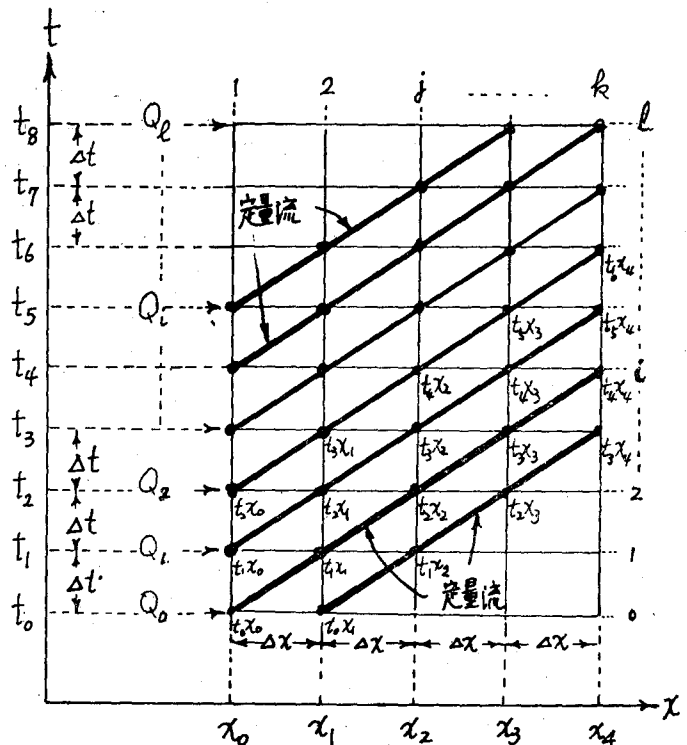


圖 (4) 變量流中之定量流示意圖

但在該特定時間內經過各特定斷面的流量仍然是同一種流量。又在圖(4)中亦可看出 Q_0 的流量在 t_0 到 t_4 的時間內，流經 x_0, x_1, x_2, x_3 和 x_4 各斷面的流量保持不變；亦即

$$Q_0(t_0, x_0) = Q_0(t_1, x_1) \\ = Q_0(t_2, x_2) = \dots = Q_0(t_4, x_4) \quad (23)$$

同理， Q_1 的流量在 t_1 到 t_5 的時間內經過 $x_0, x_1, \dots, x_4$ 各斷面的流量也保持不變，亦即

$$Q_1(t_1, x_0) = Q_1(t_2, x_1) = \dots, \\ = Q_1(t_5, x_4) \quad (24)$$

$Q_2, \dots, Q_5$ 等各種流量也同樣類推。

由上可知，裝設自記水位計及微處理機於各個觀測站 (x_0, x_1, x_2, x_3, x_4) 的靜水井，每隔一適當時段 (Δt) 觀測水深 (d) 一次，即可取得各不

同斷面在各種不同時間之水深 d_{ij} 的觀測資料，再應用(11)~(15)式由微處理機計算，則糙率 n 值與流量 Q 便可分別解出。

茲依圖(2)及圖(4)兩示意圖，將變量流中計算糙率 n 值及計算各不同流量，所須觀測與計算之對應項目及其組次列表(1)。表中觀測時段 Δt 之選定可依下列兩式計算之：

$$\Delta t \leq R^{1/3} / (gn^2 V) \quad (32, 34) \quad (25)$$

$$\Delta t \leq \Delta x / (V + \sqrt{gA/T}) \quad (32, 34) \quad (26)$$

式中 V 為平均流速， T 為水面寬度。 V 的決定可從歷次水深與流量觀測中所製成的 $H-Q$ 曲線，從水深的資料粗略地決定流量 Q 值，再依 $V = Q/A$ 定出流速 V 值。

表 (1)

觀 測							計 算			
組次	時間 (min)	靜水井	水深 (m)	時段 (min)	底 坡	截 距 (m)	水力半徑 (m)	斷 面 積 (m ²)	糙 率	流 量 (cms)
1	t_0	x_1	d_{01}	—	—	—	$R_1(d_{01})$	$A_1(d_{01})$	n_{1-1}	Q_{1-1}
	t_1	x_2	d_{12}	Δt_{01}	$S_0(x_1, x_2)$	Δx_{12}	$R_2(d_{12})$	$A_2(d_{12})$		
	t_2	x_3	d_{23}	Δt_{12}	$S_0(x_2, x_3)$	Δx_{23}	$R_3(d_{23})$	$A_3(d_{23})$		
	t_3	x_4	d_{34}	Δt_{23}	$S_0(x_3, x_4)$	Δx_{34}	$R_4(d_{34})$	$A_4(d_{34})$		
2	t_0	x_0	d_{00}	—	—	—	$R_0(d_{00})$	$A_0(d_{00})$	n_1	Q_1
	t_1	x_1	d_{11}	Δt_{01}	$S_0(x_0, x_1)$	Δx_{01}	$R_1(d_{11})$	$A_1(d_{11})$		
	t_2	x_2	d_{22}	Δt_{12}	$S_0(x_1, x_2)$	Δx_{12}	$R_2(d_{22})$	$A_2(d_{22})$		
	t_3	x_3	d_{33}	Δt_{23}	$S_0(x_2, x_3)$	Δx_{23}	$R_3(d_{33})$	$A_3(d_{33})$		
	t_4	x_4	d_{44}	Δt_{34}	$S_0(x_3, x_4)$	Δx_{34}	$R_4(d_{44})$	$A_4(d_{44})$		
3	t_1	x_0	d_{10}	—	—	—	$R_0(d_{10})$	$A_0(d_{10})$	n_{1+1}	Q_{1+1}
	t_2	x_1	d_{21}	Δt_{12}	同上	同上	$R_1(d_{21})$	$A_1(d_{21})$		
	t_3	x_2	d_{32}	Δt_{23}			$R_2(d_{32})$	$A_2(d_{32})$		
	t_4	x_3	d_{43}	Δt_{34}			$R_3(d_{43})$	$A_3(d_{43})$		
	t_5	x_4	d_{54}	Δt_{45}			$R_4(d_{54})$	$A_4(d_{54})$		
4	t_2	x_0	d_{20}	—	同上	同上	$R_0(d_{20})$	$A_0(d_{20})$	n_{1+2}	Q_{1+2}
	t_3	x_1	d_{31}	Δt_{23}			$R_1(d_{31})$	$A_1(d_{31})$		

五、結 論

本文導出之糙率 n 值及未知流量計算公式，應用於一般平坦與定形之大型灌排渠道，實甚可行。現代的地面測量儀器非常精密，電子測距儀測量一公里的兩點間水平距離，祇有 $\pm 5 \text{ mm}$ 的誤差。一等水準儀測量地面標高，可直讀到 0.1 mm 的精

密讀數。國內外均可產製的自記水位計亦可量測水位記錄到 1 mm 的精度，水位記錄與其他測量記錄均可藉微處理機自動轉變成流量資料。所以祇要提供地面有關的測量精密資料，則應用本文公式計算糙率 n 值及未知流量，應可順利達成。

參 考 文 獻

1. Amein, M., and Chu, H. L., "Implicit Numerical Modeling of Unsteady Flows," Proc. ASCE, Vol. 101, No. Hy6, June, 1975.
2. Amein, M., and Fang, C. S., "Implicit Flood Routing in Natural Channels," Proc. ASCE, Vol. 96, No. HY12, Dec., 1970.
3. Bayazit, M., "Resistance to Reversing Flows over Movable Beds," Proc. ASCE, Vol. 95, No. Hy4, July, 1969.
4. Bathurst, J., "Flow Resistance of Large-Scale Roughness," Proc. ASCE, Vol. 104, No. Hy12, Dec., 1978.
5. Baltzer, R. A., and Lai, C., "Computer Simulation of Unsteady Flows in Waterways," Proc. ASCE, Vol. 94, No. Hy4, July, 1968.
6. Burkham, D. E., and Dawdy, D. R., "Resistance Equation for Alluvial-Channel Flow," Proc. ASCE, Vol. 102, No. Hy10, Oct., 1976.
7. Brater, F. E., and King, H. W., "Handbook of Hydraulics," 6th ed., McGraw-Hill, Inc. 1976.
8. Chow, Ven Te, "Open Channel Hydraulics," McGraw Hill Book Company, 1959.
9. Cooley, R. L., and Moin, S. A., "Finite Element Solution of Saint-Venant Equations," Proc. ASCE, Vol. 102, No. Hy6, June, 1976.
10. Fletcher, A. G., and Hamilton, W. S., "Flood Routing in an Irregular Channel," Proc. ASCE, Vol. 93, No. EM3, June, 1967.
11. Huang, Y. H., "Channel Routing by Finite Difference Method," Proc. ASCE, Vol. 104, No. Hy10, Oct., 1978.
12. Hey, R. D., "Flow Resistance in Gravel-Bed Rivers," Proc. ASCE, Vol. 105, No. Hy4, April, 1979.
13. Herschy, R. W., ed., "Hydrometry," John Wiley & Sons, 1978.
14. Henderson, F. M., "Open Channel Flow," The MacMillan Co., New York, 1966.
15. Ilo, C. G., "Resistance to Flow in Alluvial Channels," Proc. ASCE, Vol. 101, No. Hy6, June, 1975.
16. Jolly, J. P., and Yevjevich, V., "Simulation Accuracies of Gradually Varied Flow," Proc. ASCE, Vol. 100, No. Hy7, July, 1974.
17. Knight, D. W., and Macdonald, J. A., "Hydraulic Resistance of Artificial Strip Roughness," Proc. ASCE, Vol. 105, No. Hy6, June, 1979.
18. Kouwen, N., and Harrington, R. A., "Principles of Graphical Gradually Varied Flow Model," Proc. ASCE, Vol. 103, No. Hy5, May, 1977.
19. Liggett, J. A., "General Solution for Open Channel Profiles," Proc. ASCE, Vol. 87, No. Hy6, Nov., 1961.
20. Jayaraman, V. V., "Resistance Studies on Smooth Open Channels," Proc. ASCE, Vol. 96, No. Hy5, May, 1970.
21. Petryk, S., and Iii, G. B., "Analysis of Flow Through Vegetation," Proc. ASCE, Vol. 101, No. Hy7, July, 1975.
22. Prasad, R., "Numerical Method of Computing Flow Profiles," Proc. ASCE, Vol. 96, No. Hy1, Jan., 1970.
23. Ripken, J. F., "American Developments in Hydraulic Measurement," Proc. ASCE, Vol. 104, No. Hy6, June, 1978.
24. Sentürk, H. A., "Resistance to Flow in Sand-Bed Channels," Proc. ASCE, Vol. 104, No. Hy3, March, 1978.
25. Strelkoff, T., "Numerical Solution of Saint-Venant Equations," Proc. ASCE, Vol. 96, No. Hy1, Jan., 1970.
26. Sivaloganathan, K., "Channel Flow Computations Using Characteristics," Proc. ASCE, Vol. 105, No. Hy7, July, 1979.
27. Yen, B. C., and Wenzel, H. G., "Resistance Coefficients for Steady Spatially Varied Flow," Proc. ASCE, Vol. 98, No. Hy8, Aug., 1972.
28. Yao, K. M., "Nonuniform Flow in Flat Rectangular Channels," Proc. ASCE, Vol. 97, No. Hy9, Sept., 1971.
29. "Water Measurement Manual," U. S. Bureau of Reclamation, May, 1967.
30. "Bibliography on Discharge Measurement Techniques," Proc. ASCE, Vol. 103, No. Hy8, Aug., 1977.
31. 李醒民、劉金龍、張添鉢譯"水土保持排水溝之設計" 臺灣省山地農牧局民國 62 年 12 月
32. Mahmood, K., and Yevjevich, V., ed., "Unsteady Flow in Open Channels," Vol. I, II, 1975.
33. Brutsaert W., "De Saint-Venant equations experimentally Varified," Proc. ASCE, Vol. 97, No. Hy9, Sept. 1971.
34. Viessman, W., and Harbaugh, T. E., et al., "Introduction to Hydrology," 1972.
35. 葉樹藩 "生物統計學" 國立臺灣大學農學院生物統計研究室。