

專 論

水 平 衡

Water Budget

水利局副總工程師

郭 朝 雄

水利局工程師

沈 榮 茂

Abstract

Dynamic and conservation equations can explain the phenomena of the instantaneous vertical water and energy budgets at a land-atmosphere interface. These equations also express the rates of infiltration, exfiltration, percolation to groundwater and capillary rise from the water table in terms of independent variables representing the climatic (precipitation and potential evapotranspiration), soil properties and water table elevation.

In this study, we modified the climatic, soil and water balance model, established by Peter S. Eagleson, for its applicability to the river basins in Taiwan. Uncertainty is introduced into these equations. First, we derive the probability distributions of the water balance elements: Surface run-off, evapotranspiration and groundwater run-off. Second, find the cumulative distribution functions and the probability density functions of the water balance elements. Third, take the expected value of the probability density functions, that give a long-term average water balance which defines the annual water balance in terms of physical parameters of the soil, climatic and water table.

This annual water balance model was tested for its applicability to the river basins in Taiwan, all the climatic, soil and water parameters and annual evapotranspiration, surface runoff, groundwater runoff were calculated by IBM 370 electronic computer. The results show that this model is a proper model in practical applications in Taiwan. It was also applied to the river basins, which were short of runoff data, to generate long series of hydrologic data which can be utilized for the water resources planning.

摘 要

在土壤與空氣接觸面上，動力及守恆公式可以說明瞬時垂直方向之水平衡及能量不滅原理。亦可表示入滲率、發散率、地下水滲漏率及地下水位之毛管上升率等公式，其包含種種獨立變數，諸如：氣象（降雨與勢蒸發散），土壤特性及地下水位。

茲運用 Peter S. Eagleson 之氣象、土壤及水平衡模式，稍加修改，以適合本省流域年逕流量之推估。此研究引入未確定性 (uncertainty) 於上述公式，首先推導水平衡諸因子（如地表逕流，蒸發散及地下逕流）之機率分佈，次求其機率密度函數，取其期望值表示長期平均水平衡，即年水平衡。其公式包含氣象、土壤及地下水位之物理係數。

茲以本省大安溪，二仁溪流域及澎湖地區為例，收集其氣象、土壤及水文資料，使用 I. B. M 370 計算機，求出本模式推估之結果，其年出水量與實際年逕流記錄大多頗為接近，故適用本省年逕流量之推定。本法亦適用於逕流資料缺乏或極少之地區，以推衍更多之水文資料，作為水資源規劃之參考。

一、緒 言

水文循環包括大氣、地表水、土壤含水量、植物及地下水間之動力作用，其間過程錯綜複雜，甚難模擬分析，唯在簡化條件下，才能解答。為瞭解氣象、土壤與水平衡間之變化，求解流域出水量（包含地表逕流及地下水逕流量），故本文推導一維年水平衡公式（其系統如圖1所示），係簡化水文歷程之動力模式，演導水變數之機率分佈，取其機率密度函數之期望值，即得年水平衡。

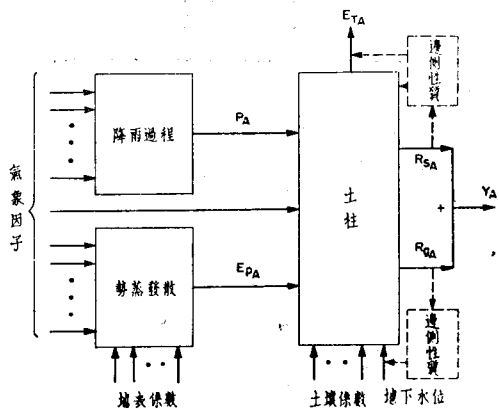


圖1. 一維年水平衡系統圖

由質量不減原理求得流域之水平衡公式如下：

$$\begin{aligned} & \int_0^t [i(t) - e_T(t) - V_s(t)] dt \\ &= \int_0^t [r_s(t) + r_g(t)] dt \\ &= \int_0^t y(t) dt \dots \dots \dots (1) \end{aligned}$$

$i(t)$ = 降雨率, $e_T(t)$ = 蒸發散率, $V_s(t)$ = 土壤、植物、雪、冰、湖等之含水量, $r_s(t)$ = 地表逕流率, $r_g(t)$ = 地下水逕流率, $y(t)$ = 出水率。

基於土壤含水量變化與分佈狀況難求，本文設定二個假設條件，以解決公式1中各項條件。

(1) 固定積分範圍為0至t, t=1年。

(2) 在平均值上，設定系統為穩定，次取公式1

中各項條件之期望值。則 $E[\int_0^1 V_s(t) dt] = 0$

故年水平衡公式為：

$$\begin{aligned} E[(P_A) - E[E_{TA}] - E[R_{SA}] + E[R_{GA}] \\ = E[Y_A] \dots \dots \dots (2) \end{aligned}$$

P_A : 年降雨量, E_{TA} : 年蒸發散量, R_{SA} : 年地表逕流量, Y_A : 年出水量, R_{GA} : 年地下水逕流。

二、土壤水運動

一般一維理想土柱可分成二區，(如示意圖2)。

上區受重力及毛管力作用，於地表及空氣之接觸面上交換水量，其平均土壤含水量隨時間、空間而變。下區土壤含水量飽和，且以地下水位為上限。介於此二區之間，水分自上區藉重力滲漏至地下水，另由毛管作用自地下水位上升至下區。

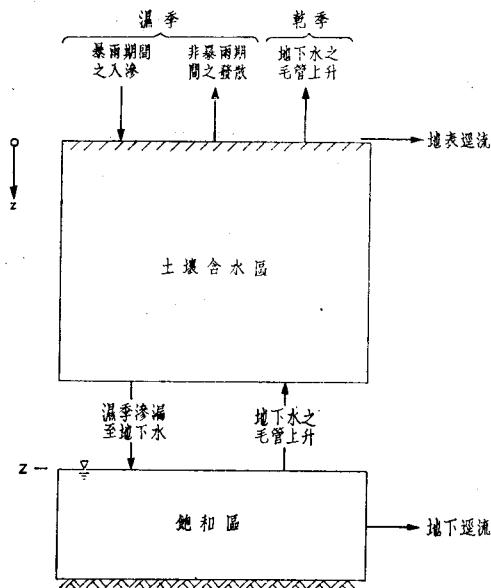


圖2. 土柱示意圖

土壤孔隙介質之不飽和水流，均不計流體及介質之壓縮性，其連續方式如下，

$$-\nabla \cdot \mathbf{q} = \frac{\partial \theta}{\partial t} \dots \dots \dots (3)$$

若為均勻，等性的介質水流，達西公式可為

$$\mathbf{q} = -K_0 \nabla h \dots \dots \dots (4)$$

$$K_0 = k_0 \cdot r_w / \nu \dots \dots \dots (5)$$

僅考慮垂直方向，可得非線性擴散公式即非線性 okker-planck 公式。

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} [D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial z}] + \frac{\partial k(\theta)}{\partial z} \dots \dots \dots (6)$$

$$D(\theta) = K(\theta) \frac{\partial \psi(\theta)}{\partial \theta} \dots \dots \dots (7)$$

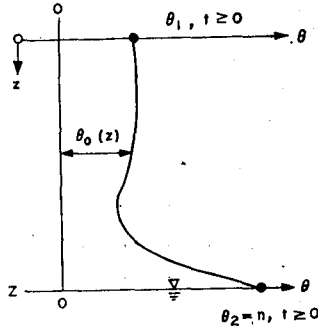
θ : 容積含水量 = $n \cdot S$, n : 孔隙率, S : 飽和度, t : 時間, r_w : 單位重量, $\nabla : i \frac{\partial}{\partial x} + j \frac{\partial}{\partial y} + k \frac{\partial}{\partial z}$, K_0 : 有效水力導度, \mathbf{q} : 流速向量 = $iu + jv + kw$, k_0 : 有效內滲透, h : 勢能差, ν : 動力黏滯度, $\psi(\theta)$: 泡沫壓力水頭 (勢能), $K(\theta)$: 內滲透 (水力導度)。

土壤水分運動可以分離成四項來考慮：(a) 暴雨期間之入滲, (b) 兩暴雨期間之發散, (c) 滲透至地下

水位，(d)自地下水水位之毛管上升。

非線性擴散公式(公式6)之最初及邊界條件示於圖3。在簡化情況及適當線性化條件下，邊界值問題可以求解。於土壤、空氣接觸面上，僅考慮下列邊界條件。(如圖4)

a. 邊界條件



b. 簡化之邊界值

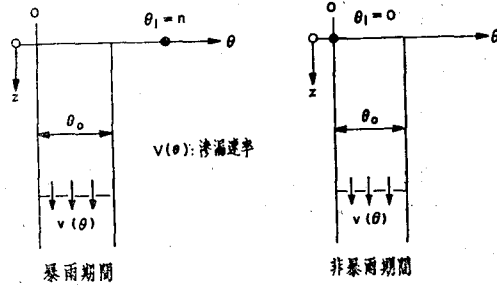


圖3. 邊界及最初土壤含水量條件

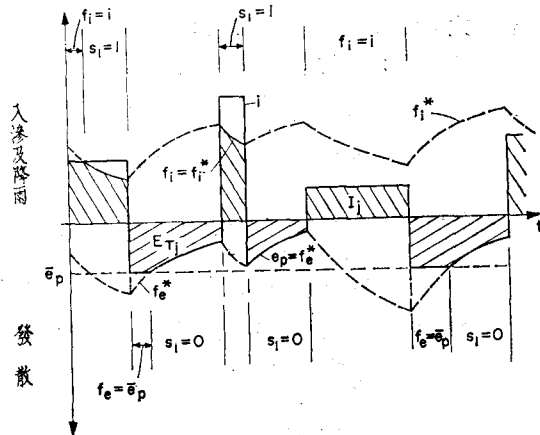


圖4. 地表邊界條件

入滲: $f_1 = f_1^*, S_1 = 1$; for $i > f_1^*$
 $f_1 = i, S_1 < 1$; for $i < f_1^* (S_1 = 1)$

發散: $f_e = e_T = f_e^*, S_1 = 0$; for $e_T > f_e^*$

$f_e = e_T = e_P, S_1 > 0$; for $e_T \leq f_e^* (S_1 = 0)$

S_1 : 地表飽和度, f_1 : 入滲率, f_1^* : 入滲容量, i : 降雨強度, f_e : 發散率, f_e^* : 發散容量, e_T : 蒸發散, e_P : 勢蒸發散。

由公式(6), 經 Boltzman 轉換後, Philip 推導入滲及發散公式如下:

$$\text{入滲: } f_1 = \frac{1}{2} S_1 t^{-1/2} + \frac{1}{2} [K(\theta_1) + K(\theta_0)] \dots \dots \dots (8)$$

若 $K(\theta_1 = n)$ 則 $K(\theta_0)$ 可以忽略

$$\text{發散: } f_e = \frac{1}{2} S_e t^{-1/2} - \frac{1}{2} [K(\theta_1) + K(\theta_0)] \dots \dots \dots (9)$$

$$S_1 = 2(\theta_1 - \theta_0) \left[\frac{D_1}{\pi} \right]^{1/2} \dots \dots \dots (10)$$

$$S_e = 2(\theta_1 - \theta_0) \left[\frac{D_e}{\pi} \right]^{1/2} \dots \dots \dots (11)$$

$$D_1 = \frac{5}{3} (\theta_1 - \theta_0)^{-5/3} \int_{\theta_0}^{\theta_1} (\theta - \theta_0)^{2/3} D(\theta_0) d\theta \dots \dots \dots (12)$$

$$D_e = 1.85 (\theta_0 - \theta_1)^{-1.85} \int_{\theta_1}^{\theta_0} (\theta_0 - \theta)^{0.85} D(\theta_0) d\theta \dots \dots \dots (13)$$

土壤含水量飽和度為水平衡最主要之控制因子, 每一土壤特性函數皆以土壤含水量飽和度為變數之關係式。為了推演入滲容量, 蒸發散及地下水逕流方程式, 採用下列土壤實驗公式。

①土壤泡沫壓力水頭 ψ (Bubbling pressure head) 與飽和度 S 之關係式

$$\psi(S) = \psi(1) \cdot S^{-1/m} \dots \dots \dots (14)$$

$$\psi(1) = \psi(S=1) \dots \dots \dots (15)$$

②有效滲透性 $K(S)$ 與飽和度 S 之關係式:

$$K(S) = K(1) \cdot S^c \dots \dots \dots (16)$$

$$K(1) = K(S=1) \dots \dots \dots (17)$$

$$C = (2 + 3m)/m \dots \dots \dots (18)$$

$\psi(1)$: 飽和泡沫壓力水頭, $K(1)$: 飽和內滲透。

$\psi(S)$: 泡沫壓力水頭, $K(S)$: ; 有效滲透性, S : 飽和度, m : 孔隙大小分佈指數。

K 與 S 之關係曲線, ψ 與 S 之關係曲線及 m 與 C 之關係曲線繪於圖5, 圖6及圖7。

③擴散度 $D(\theta)$ 與飽和度 (S) 之關係式。

$$D(\theta) = \psi(1) K(1) \cdot S^{c-1/m-1/(n \cdot m)} = \psi(1) \cdot K(1) \cdot S^d / (n \cdot m) \dots \dots \dots (19)$$

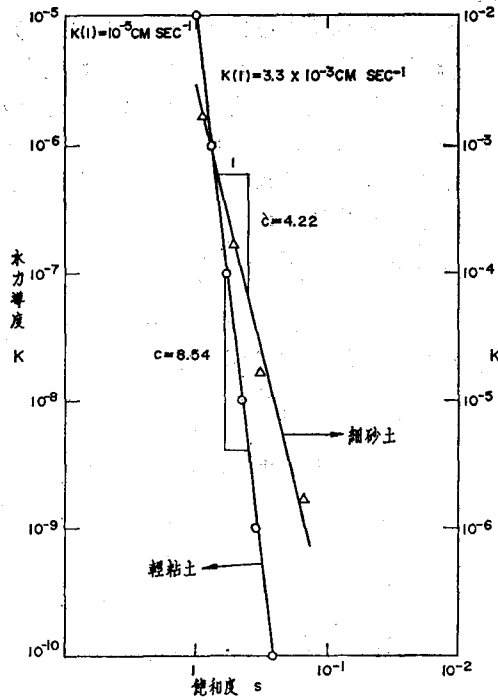


圖 5. 水力導度曲線圖

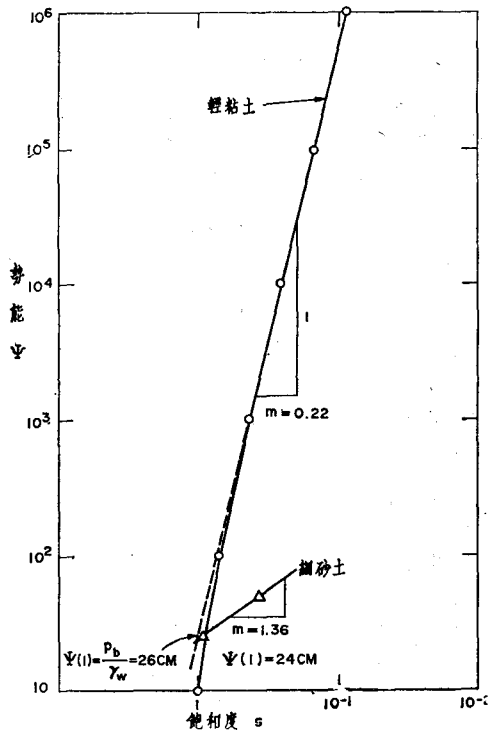


圖 6. 勢能曲線圖

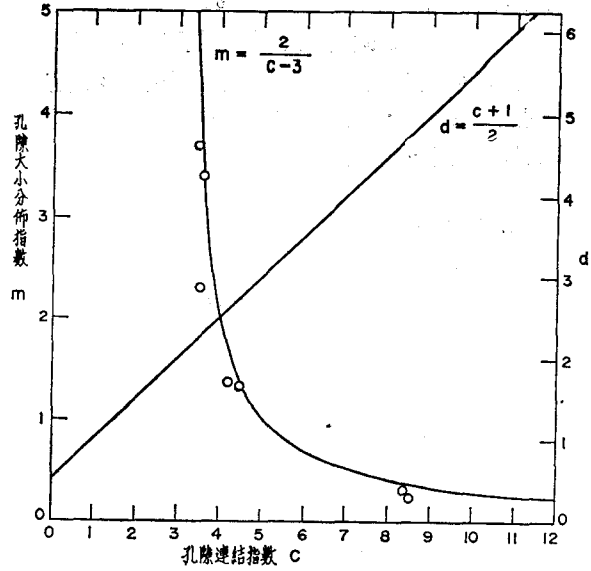


圖 7. 土壤係數相關圖

$$\Phi = \left[\frac{\sigma_w}{r_w} \right]^2 \cdot n/k(1) \psi(1) \dots \dots \dots (20)$$

$$\therefore \psi(1) = \frac{\sigma_w}{r_w} \left[n/k(1) \cdot \Phi(1) \right]^{1/2} \dots \dots \dots (21)$$

$$d = c - \frac{1}{m} - 1$$

$D(\theta)$: 擴散度 (Diffusivity), $\psi(1)$: 飽和泡沫壓力水頭, n : 孔隙率, Φ : 孔隙形狀係數 (pore shape parameter), σ_w : 表面張力。

孔隙形狀係數 Φ 與孔隙大小分佈指數之關係曲線示之於圖 8。

有效擴散度以平均土壤含水量 (S_0) 為變數之關係公式, 因地表邊界條件有二:

(1) 入滲: 由公式 (12) 推得 $\Phi_i(d, S_0)$

$$= (1 - S_0)^{-5/3} \int_{S_0}^1 S^d [S - S_0]^{2/3} dS$$

地表土壤飽和度 $S = 1$, for 整數 d

$$\Phi_i(d, S_0) = (1 - S_0)^d \left\{ \frac{1}{d + 5/3} + \sum_{n=1}^d \frac{1}{d + (5/3 - n)} \left(\frac{d}{n} \left[\frac{S_0}{1 - S_0} \right]^n \right) \right\} \dots \dots \dots (22)$$

(2) 發散: 由公式 (13) 推得 $S_0^d \Phi_o(d) = 1.85$

$$S_0^{-1.85} \int_0^{S_0} S^d [S_0 - S]^{0.85} dS$$

地表土壤飽和度 $S = 0$

$$\Phi_o(d) = 1 + 1.85 \sum_{n=1}^d (-1)^n \binom{d}{n} \frac{1}{1.85 + n} \dots \dots \dots (23)$$

$\Phi_i(d, S_0)$: 平均入滲擴散度。

$\Phi_o(d)$: 平均發散擴散度。

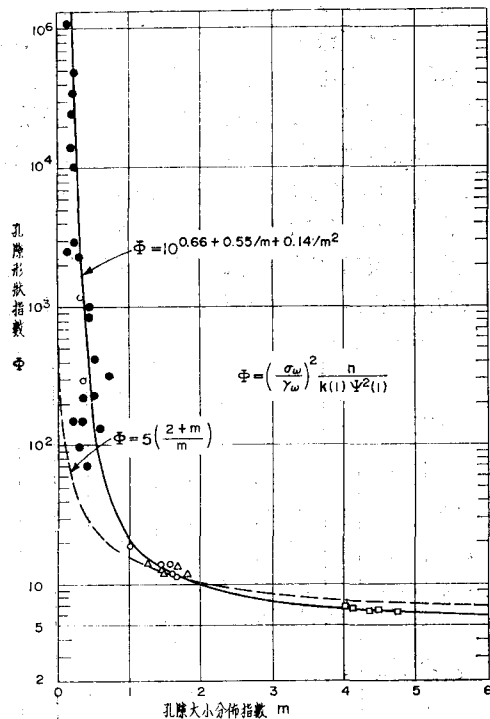


圖 8. 孔隙形狀係數曲線圖

水自地下水水位毛管上升至地表之靜定狀況，Gardner簡化擴散公式推衍出靜定毛管力方程式。

$$0 = \frac{d}{dz} \left[K(\theta) \frac{d\psi(\theta)}{dz} + K(\theta) \right] \dots \dots \dots (24)$$

$$K(\theta) \cdot \left[\frac{d\psi(\theta)}{dz} + 1 \right] = -W \dots \dots \dots (25)$$

$$W = B \cdot K(1) [\psi(1)]^{m^c} / Z^{m^c} = B \cdot a / Z^b \dots \dots \dots (26)$$

$$B = 1 + \frac{3}{2} / (mc - 1)$$

$$a = K(1) [\psi(1)]^{m^c}$$

$$b = m \cdot c$$

W：毛管力，Z：地下水水面至地表之深度。

代入公式(24)，(25)則入滲公式(8)可為。

$$f_1(t, S_0) = (1 - S_0)$$

$$\left[\frac{5nk(1)\psi(1)\Phi_1(d, S_0)}{3\pi mt} \right]^{1/2} + \frac{1}{2} K(1) [1 + S_0^c] - W \dots \dots \dots (27)$$

代入公式(23)則發散公式(9)可為

$$f_0(t, S_0) = S_0^{1+d/2} \left[\frac{nk(1)\psi(1)\Phi_0(d)}{\pi mt} \right]^{1/2} + W \dots \dots \dots (28)$$

由公式(16)及(28)，推導滲漏公式為

$$V = K(S_0) - W = K(1)S_0^c - W \dots \dots \dots (29)$$

三、入滲與地表逕流

(A)年平均地表逕流

暴雨延時 t_r ，地表逕流之守恆公式示之如下：

$$\int_0^{t_r} [i(t) - f_1(t)] dt = \int_0^{t_r} (r_s(t) + V_{s,s}(t)) dt = V_s(t_r) \dots \dots \dots (30)$$

$i(t)$ ：暴雨率， $f_1(t)$ ：入滲率， $r_s(t)$ ：地表逕流率， $V_s(t_r)$ ：暴雨貯留地表面之體積， $V_{s,s}(t)$ ：地表貯留率， $R_{s,j}$ ：一次暴雨之地表逕流。

$$\text{若取穩定系統則 } E \left[\int_0^{t_r} V_{s,s}(t) dt \right] = 0$$

$$E \left[\int_0^{t_r} r_s(t) dt \right] = E[R_{s,j}]$$

$$R_{s,j} = \int_0^{t_r} \{ i(t) - f_1(t) \} dt \dots \dots \dots (31)$$

估計地表逕流體積首須不計流域外之流量。由圖9，在 $t \leq t_0$ 時，入滲量 $f_1 = i$ （降雨強度）。在 $t_0 \leq t \leq t_r$ 時， $i > f_1^*$ （入滲容量），則 $f_1 = f_1^*$ 。地表逕流產生時 $i = f_1^*$ 且 $t = t_0$ 。地表逕流體積 $(R_{s,j})$ 計算公式可由公式(27)及降雨強度推得。

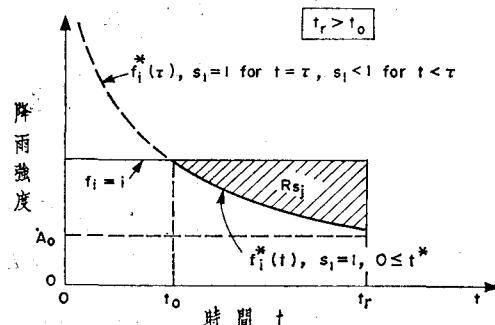


圖 9. 典型暴雨之地表逕流衍生圖

$$Rs_j(i, t_r) = (i - A_0)t_r - S_1(t_r/2)^{1/2} \dots \dots \dots (32)$$

$$S_1 = 2(1 - S_0) [5nk(1)\psi(1)\Phi_1 (d, S_0)/3m\pi]^{1/2} \dots \dots \dots (33)$$

$$A_0 = \frac{1}{2} K(1) [1 + S_0^c] - W \dots \dots \dots (34)$$

假設降雨強度延時深度之機率分佈適合指數分佈，則得暴雨逕流累積機率函數，若地表逕流 $Rs_j > 0$ ，經積分得機率密度函數，再取期望值則得年平均地表逕流公式 $E[R_{s,\Delta}]$ 。

$$E[R_{s,\Delta}] / E[P_{\Delta}] = e^{-\sigma} \Gamma(\sigma + 1) / \sigma^{\sigma} \dots \dots \dots (35)$$

$$\sigma = [5n\eta^2 K(1)\psi(1)(1 - S_0)^2 \Phi_1 (d, S_0) / 6\pi\delta m]^{1/3}$$

$$G = 0.5 \alpha \cdot K(1) (1 + S_0^c) - \alpha \cdot W$$

$$\eta = \alpha \cdot \delta \dots \dots \dots (36)$$

$$m_H = (\alpha \cdot \delta)^{-1} \dots \dots \dots (37)$$

$$\alpha = m_i^{-1}$$

$$\delta = m_{i,r}^{-1}$$

m_i : 平均暴雨强度, $m_{i,r}$: 平均暴雨延時, m_H : 平均暴雨深度。 $\Gamma(\sigma+1)$: Gamma 函數運算。即

$$\Gamma(\sigma+1) = \sigma \Gamma(\sigma), \sigma > 0$$

(B) 年平均入滲量 $E[I_A]$

平均暴雨入滲量積分式取期望值, 則

$$E[I_j] = E\left[\int_0^{i,r} f_i(t) dt\right] \\ = E\left[\int_0^{i,r} \{i(t) - r_s(t)\} dt\right] \dots \dots \dots (38)$$

其年平均入滲量公式為

$$E[I_A] = E[P_A] - E[R_{sA}] \dots \dots \dots (39)$$

$$E[I_A]/E[P_A] = 1 - e^{-\sigma} - \sigma \Gamma(\sigma+1)/\sigma^{-\sigma} \dots \dots (40)$$

四、蒸發散量

(A) 年平均勢蒸發散量 $E[E_{PA}]$

地表與大氣交界面之能量通量系統示於圖10。由能量不滅原理求得公式如下：

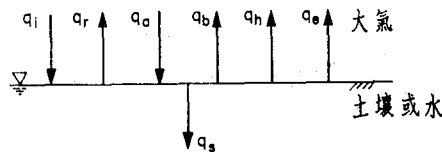


圖 10. 能量通量系統示意圖

$$q_i(t) - q_r(t) - q_b(t) - q_n(t) + q_s(t) \\ - q_h(t) - q_e(t) = 0 \dots \dots \dots (41)$$

$q_i(t)$: 太陽短波輻射接收率, $q_r(t)$: 短波輻射反射率, $q_b(t)$: 長波反射率, $q_n(t)$: 感應熱之對流與導熱率, $q_s(t)$: 降雨、地表逕流、滲漏等之能量對流率, $q_h(t)$: 半空間內 (half-space) 之能量貯留率, $q_e(t)$: 蒸發熱損失率。

美國國家氣象所於美國西部設站研究短波入輻射量(q_i), 將其結果繪於圖11, 其平均短波入輻射

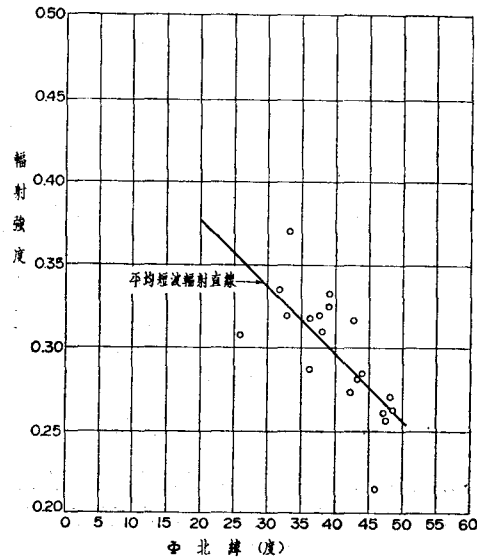


圖 11. 地表輻射量曲線圖

表 1. 自然表面之反射係數

表 面	反 射 係 數, A	表 面	反 射 係 數, A
水	0.03~0.40	春 麥	0.10~0.25
黑 色 乾 土	0.14	冬 麥	0.16~0.23
黑 色 濕 土	0.08	冬 季 裸 麥	0.18~0.23
灰 色 乾 土	0.25~0.30	高 密 牧 草	0.18~0.20
灰 色 濕 土	0.10~0.12	綠 色 牧 草	0.26
藍 色 乾 壤 土	0.23	晒 乾 牧 草	0.19
藍 色 濕 壤 土	0.16	橡 樹	0.18
極 乾 壤 土	0.29~0.31	榆 樹	0.14
黃 色 砂 土	0.35	樅 樹	0.10
白 色 砂 土	0.34~0.40	棉 花	0.20~0.22
河 川 砂 土	0.43	稻 田	0.12
光 潔 細 砂	0.37	高 苜 蓿	0.22
岩 石	0.12~0.15	甜 菜	0.18
都 市 稠 密 區	0.15~0.25	馬 鈴 薯	0.19
冰	0.40~0.85	石 南	0.10
冰 海	0.36~0.50		

量(q_1)與緯度之關係曲線，以直線表之。

一般平均短波輻射之反射量(q_r)可以下式表之。

$$q_r = Aq_1 \dots\dots\dots (42)$$

A為短波輻射之反射係數，與植生狀況，地表含水量有關。A值之範圍見於表1。

推求平均長波反射量(q_b)有下列假設條件：

① $\bar{T}_a \doteq \bar{T}_s$ ：即近地表面之絕對溫度(\bar{T}_a)應與地表面之絕對溫度(\bar{T}_s)相近

② $K_p \doteq 0.8$

$$\bar{K}_p = 1 - 0.024Z \dots\dots\dots (43)$$

Z：雲底高程

實驗結果平均值 \bar{K}_p 採用 0.8

③ 放射量 $E=1$

一般水之放射量 E 值為 0.97，其他表面則近於 1，故採用 $E=1$

④ 長波反射係數 $A_p=0$

水面反射些微長波輻射，其長波反射係數 $A_p \doteq 0.03$ 至於其他物質表面設定 $A_p=0$ 。

基於上述假設，平均長波反射量公式可為：

$$q_b = (1-0.8N)[0.245-0.145 \times 10^{-10} T_a^{-4}] \dots (44)$$

N：雲層遮蔽率

於水源供給充分之情況下，由公式(41)，推導得勢蒸發量公式為：

$$q_a(t) = P_o L_o e_p(t) = [q_1(t) - q_r(t) - q_b(t) + [q_a(t) - q_s(t)] / [1 + R(t)] \dots (45)$$

P_o ：密度， L_o ：蒸發潛熱， $e_p(t)$ ：勢蒸發散率

$R(t)$ ：Bowen ratio = $q_a(t)/q_s(t)$

penman及他人經過各種實驗，由實驗公式推得長期平均勢蒸發散量可以下式表之。

$$\bar{e}_p \doteq \{ [q_1 - q_r - q_b] + H \} / P_o L_o (1 - r/\Delta) = [q_1(1-A) - q_b + H] / P_o L_o (1 - r/\Delta) \dots\dots\dots (46)$$

$$\frac{1}{1+r/\Delta} \doteq 0.42 + 0.013\bar{T}_a \dots\dots\dots (47)$$

$$L_o \doteq 597 \text{ cal/g}$$

$$P_o \doteq 1 \text{ g/cm}^3$$

$$q_b/H \doteq 0.25 + \frac{1}{1-\bar{S}} \dots\dots\dots (48)$$

A：短波反射係數，r：感熱傳遞係數 ($M/LT^{20}K$) H：感應熱殘餘量， Δ ：蒸氣壓與溫度關係曲線之斜率 ($M/LT^{20}K$)， m_r ：平均降雨季期間， m_v ：平均暴雨次數

估計年平均勢蒸發散量($E[E_{p,a}]$)，可採用下式：

$$E[E_{p,a}] = \bar{e}_p (m_1 - m_v m_{1,r}) + (1 - m_v) \cdot W = m_1 \bar{e}_p [1 - m_v m_{1,r} / m_1] + (1 - m_v) \cdot W \dots\dots\dots (49)$$

(B) 年平均蒸發散量 $E[E_{t,a}]$

典型暴雨間隔期間蒸發散體積 $E_{t,j}$ ，為圖12所示之陰影面積，積分公式如下：

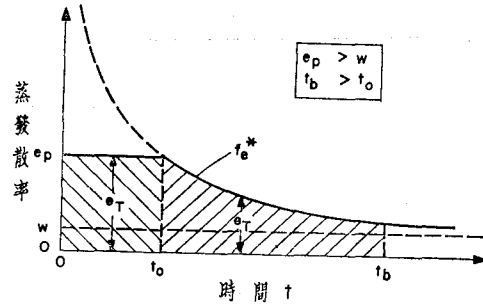


圖 12. 非暴雨期間之蒸發散體積圖 (t_b, t_0)

$$E_{t,j}(t_b, e_p) = \int_0^{t_b} e_r(t) dt \dots\dots\dots (50)$$

t_b ：暴雨間隔期間， $e_r(t)$ ：蒸發散率，

t_0 ：雨止後，地表乾燥之時間

於 $0 \leq t \leq t_0$ ， $S_1=0$ ， $f_o = f_o^*$ ，若 $t_0 < t \leq t_b$ 則 $\bar{e}_p > f_o^*$ 。

由發散公式(28)，推求兩暴雨間隔期間之蒸發散體積公式，有下列二式，

1) $t_b \leq t_0$

$$E_{t,j} = \bar{e}_p t_b \dots\dots\dots (51)$$

2) $t_b > t_0$

$$E_{t,j} = \bar{e}_p t_0 + \int_{t_0}^{t_b} \left[\frac{1}{2} S_o t^{-1/2} + w \right] dt = (\bar{e}_p - W) t_0 - S_o t_0^{1/2} + W t_b + S_o t_b \dots\dots\dots (52)$$

假設蒸發散及暴雨間隔期間之機率分佈適合指數分佈則可求得蒸發散累積機率函數。若蒸發散 $E_{t,j} > 0$ ，經積分得機率密度函數，再取其期望值得年平均蒸發散公式如下：

$$\frac{E[E_{t,a}]}{E[E_{p,a}]} = 1 - [1 + 2^{1/2} E] e^{-E} + (2E)^{1/2} \Gamma\left[\frac{3}{2}, E\right] \dots\dots\dots (53)$$

$$E = S_o^2 / 2 (\bar{e}_p - W)^2 m_{t,b} \dots\dots\dots (54)$$

五、年平均地下逕流

地下水系統示於圖13，由質量不減原理求得地下水守恒公式如下：

$$P(t) - W(t) - r_g(t) = dz/dt \dots\dots\dots (55)$$

$P(t)$: 重力滲漏率, $W(t)$: 毛管上升率,
 $r_g(t)$: 地下水逕流率, dz/dt : 地下水貯蓄增加
 率。

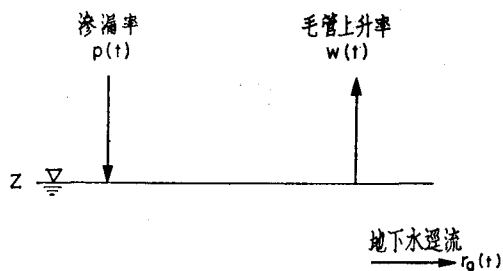


圖 13. 地下水逕流系統示意圖

於穩定狀態下, 取 $T=1$ 年, 則

$$E \left[\int_0^T dz/dt dt \right] = 0$$

$$E \left[\int_0^T r_g(t) dt \right] = E [R_{gA}] = E$$

$$\left[\int_0^T \{P(t) - W(t)\} dt \right] \dots\dots\dots (56)$$

重力滲漏受空間平均土壤含水量(S_0)影響, 以
 一定值向下滲漏, 其公式可表為:

$$P(t) = \text{一定值} = K(S_0) \text{ 則}$$

$$E \left[\int_0^T P(t) dt \right] = T \cdot K(S_0) = TK(1)S_0^0 \dots\dots\dots (57)$$

t : 雨季時間,

全年均有毛管上升現象, 故

$$E \left[\int_0^T W(t) dt \right] = TW \dots\dots\dots (58)$$

由公式(29)推導年平均地下水逕流可表為

$$E[R_{gA}] = M_r K(1) S_0^0 - TW \dots\dots\dots (59)$$

$$W = BK(1) [\psi(1)]^{m^0} / Z^{m^0} \dots\dots\dots (26)$$

$$B = 1 + \frac{1.5}{m \cdot c - 1}$$

六、水 平 衡

年平均水平衡公式, 以空間平均土壤含水量 S_0 。
 為變數所表示之守恒關係式, 綜合上述, 由公式
 (2)可推導如下。

$$E[I_A(S_0)] = E[E_{PA}(S_0)] + E[R_{gA}(S_0)] \text{ 則}$$

$$M_{PA} [1 - e^{-\sigma - 2\sigma} \Gamma(\sigma + 1) \sigma^{-\sigma}] = E$$

$$[E_{PA}] J(E) + M_r K(1) S_0^0 - TW \dots\dots\dots (60)$$

$$G = \frac{\alpha}{.2} K(1) [1 + S_0^0] - \alpha W$$

$$\sigma = [5n\eta^2 K(1) \psi(1) (1 - S_0)^2$$

$$\Phi_1(d, S_0) / 6\pi \delta m]^{1/3}$$

$$J(E) = 1 - (1 + 2^{1/2} E) e^{-E} + (2E)^{1/2} \Gamma \left[\frac{3}{2}, E \right]$$

$$E = [2\beta n K(1) \psi(1) \Phi_0(\alpha) / \pi \cdot m$$

$$(\bar{e}_p - W)^2] S_0^{d+2}$$

$$W = K(1) [1 + 3/2(mc - 1)] [\psi(1) / Z]^{m^0}$$

$$\dots\dots\dots (26)$$

(1)年入滲量 I_A

$$I_A = P_a [1 - e^{-\sigma - 2\sigma} \Gamma(\sigma + 1) \sigma^{-\sigma}] \dots\dots\dots (61)$$

(2)年地表逕流 R_{SA}

$$R_{SA} = P_a [e^{-\sigma - 2\sigma} \Gamma(\sigma + 1) \sigma^{-\sigma}] \dots\dots\dots (62)$$

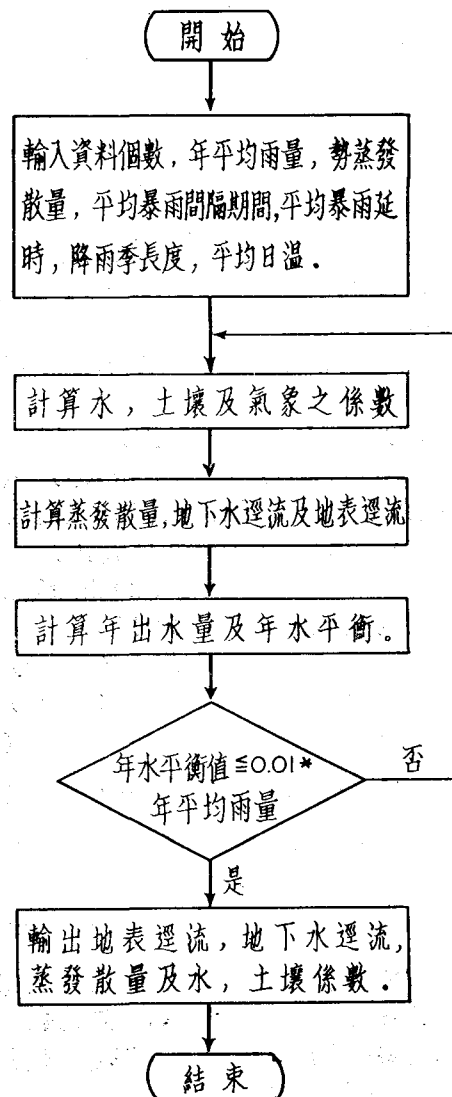


圖 14. 年水平衡電腦程式流程圖

(3)年蒸發量 E_{TA}

$$E_{TA} = E_{PA} J(E) \dots \dots \dots (63)$$

(4)年地下逕流量 R_{GA}

$$R_{GA} = m_r K (1) S_0^c - TW \dots \dots \dots (64)$$

(5)年出水量 (Y_A)

$$Y_A = R_{SA} + R_{GA} \dots \dots \dots (65)$$

m_{PA} : 年平均降雨量, $E[E_{PA}]$: 年平均勢蒸發散量, \bar{e}_p : 年平均勢蒸發散率, m_{tr} : 平均暴雨延時, δ^{-1} , m_{ib} : 平均暴雨間隔時間, β^{-1} , m_H : 平均暴雨深度, η^{-1} , m_i : 平均暴雨強度, α^{-1} , m_r : 平均雨季長度, T : 毛管上升之延時。

茲將年平均水平衡公式, 運用電子計算機求解, 計算流域氣象, 土壤及水之係數與年蒸發散量, 地表逕流量及地下水逕流量。其電腦程式流程圖示於圖14。

七、實 例

茲以大安溪雙崎站, 二仁溪阿蓮站及澎湖馬公站為例說明之。

(1)資料分析

(a)暴雨延時及暴雨間隔期間之機率分佈

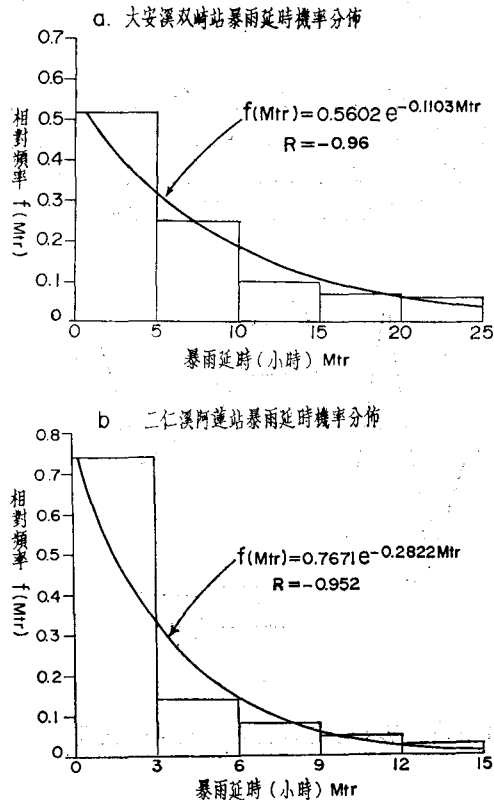


圖 15. 暴雨延時機率分佈曲線圖

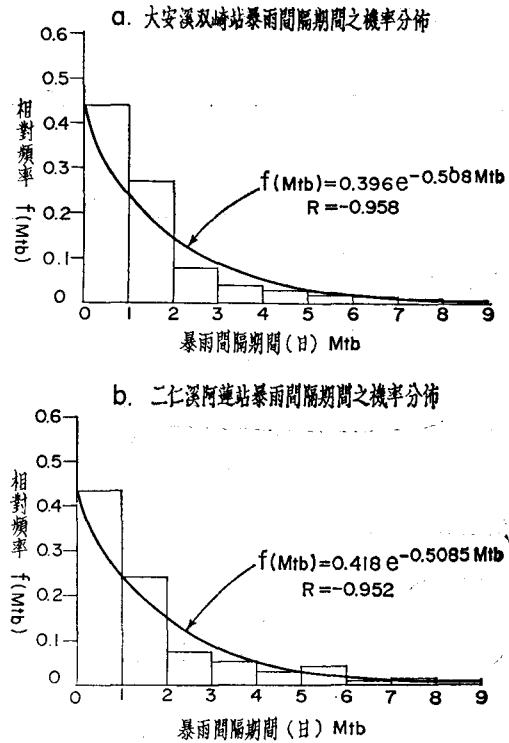


圖 16. 暴雨間隔期間之機率分佈曲線圖

收集大安溪及二仁溪之自記雨量站之暴雨資料, 分析暴雨延時及間隔期間之機率分佈, 發現其適合指數分佈, 如圖15及圖16所示。故符合本研究所作之機率分佈假設。

(6)年平均雨量 (P_A)

選用流域內雨量站之年雨量資料, 以徐生氏多邊形法, 加權平均求得年平均雨量值。其雨量記錄年數應與流量記錄年數相符合。大安溪雙崎站集水區年平均雨量 2643.9mm

(c)年平均暴雨延時及間隔期間。

採用流域自記雨量站之記錄, 分析歷年暴雨延時及間隔期間, 以算術平均之即可求得。大安溪之年平均暴雨延時及間隔時間為0.32日及2.97日。

(b)年平均溫度及降雨季期間。

將歷年平均溫度記錄以算術平均之即得大安溪流域年平均溫度為20.4°。年降雨季期間取為365日。

(e)年平均勢蒸發散量。

年平均勢蒸發散量 E_{PR} 計算公式為

$$E_{PR} = [\bar{q}_i(1-A) - \bar{q}_b + H] / [P_o L_o (1+r/\Delta)] \dots \dots \dots (46)$$

茲以大安溪流域氣象水文資料為例計算如下。

①飽和度 (\bar{S})

$$\bar{S} : \text{相對溫度}(\%) / 100 = 84 / 100 = 0.84$$

②雲層遮蔽率(N)

比較臺中、日月潭及新竹氣象站之平均N值，皆很接近，故採用日月潭之N值為0.69

③緯度(Φ)

本流域緯度約在北緯 24.3度附近，由圖11其平均短波輻射量 $\bar{q}_i = 0.36$

④短波反射係數A

流域為森林覆蓋 由表1其A值可採用0.2

⑤平均長波反射率(\bar{q}_b)

$$\begin{aligned} \bar{q}_b &= (1 - 0.8N) [0.245 - 0.145 \times 10^{-10} T_a^{-4}] \\ &= (1 - 0.8 \times 0.69) [0.245 - 0.145 \times 10^{-10} (273 + 20.4)] \\ &= 0.10976 \text{ (cal/cm}^2 \cdot \text{min)} \end{aligned}$$

⑥感應熱殘餘量(H)

$$\bar{q}_b / H = 0.25 + \frac{1}{1 + \bar{S}} = 6.5$$

$$H = \bar{q}_b / 6.5 = 0.016886 \text{ (cal/cm}^2 \cdot \text{min)}$$

⑦ $1/(1+r/\Delta) = 0.42 + 0.013 \cdot \bar{T}_a$

$$\begin{aligned} &= 0.42 + 0.013 \cdot (20.4) \\ &= 0.6852 \end{aligned}$$

⑧勢蒸發散量 E_{PR}

$$\begin{aligned} E_{PR} &= [0.36(1 - 0.2) - 0.10976 + 0.016886] \\ &\quad \times 0.6852 / 597 \\ &= 0.00022395 \text{ cm/min} \\ &= 3.23 \text{ mm/day} \end{aligned}$$

(3)水文參數

由電子計算機模擬得出之水文參數如表 2 所示。若流域之氣象、水文資料非常缺乏。本文提供表 3 所示四種土壤之水文參數，(本表係依據土壤特性，由公式計算求得)可直接引用模擬求得流域出水量，以供水資源規劃參考。

表 3. 大安溪、二仁溪及澎湖地區之水文參數

流域別	飽和內滲透 k(1) cm ²	有效孔隙率 n _e	孔隙連結指數 c	孔隙大小分佈指數 m
大安溪	1.6 × 10 ⁻¹⁰	0.35	12	0.222
二仁溪	6.3 × 10 ⁻¹⁰	0.35	11	0.250
澎湖	8.9 × 10 ⁻¹⁰	0.25	10	0.286

表 4. 不同土壤之水文參數計算值

土壤別	飽和內滲透 k(1) cm ²	有效孔隙率 n _e	孔隙連結指數 c	孔隙大小分佈指數 m
粘土	1 × 10 ⁻¹⁰	0.45	12	0.222
粘質壤土	2.8 × 10 ⁻¹⁰	0.35	10	0.286
粉質壤土	1.2 × 10 ⁻⁹	0.35	6	0.667
砂質壤土	2.5 × 10 ⁻⁹	0.25	4	2.000

(4)結果

由水平衡電腦程式求得之年出水量與實際年逕流量比較，大都頗為接近。故本模式適合本省年逕流量之推定。茲將輸出結果比較列於表 4、表 5 及表 6。並繪於圖17及圖18，以供參考。

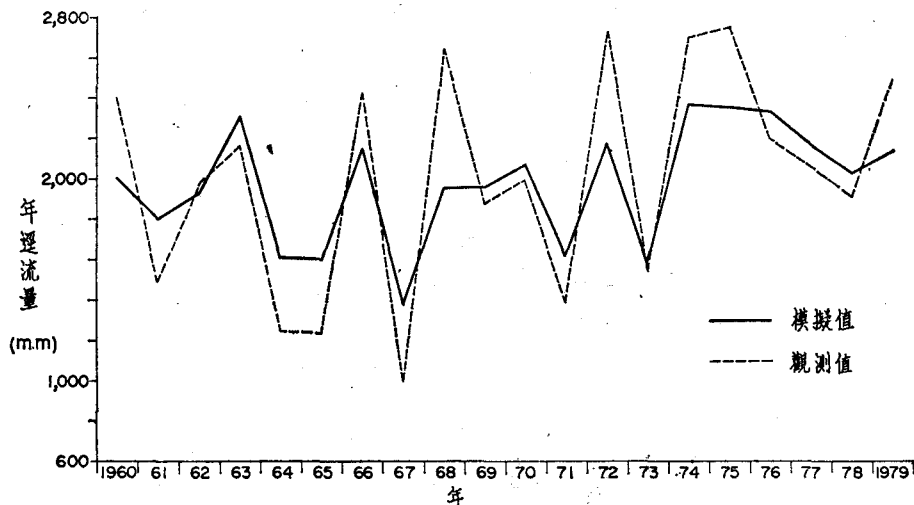


圖 17. 水平衡模式電腦模擬歷年逕流量曲線圖 (大安溪流域)

表 4. 大安河流域 (雙崎站集水面積) 模擬年逕流量比較表

項目 年度	年逕流量 模擬值 (m.m)	年逕流量 記錄值 (m.m)	誤差值 (m.m)	誤差百分率 (%)	年地表逕流 模擬值 (m.m)	年地下逕流 模擬值 (m.m)
1960	2204.5	2392.0	187.5	7.8	1926.2	278.3
1961	1805.4	1496.7	-309.0	20.5	1752.6	52.8
1962	1963.7	1973.1	15.4	7.8	1841.8	122.4
1963	2251.2	2157.7	-93.5	4.3	1954.8	296.4
1964	1614.3	1247.6	-366.7	29.4	1585.8	28.5
1965	1607.4	1233.9	-373.5	30.3	1579.3	28.1
1966	2153.7	2421.9	268.2	11.1	1907.1	246.6
1967	1386.1	1000.0	-386.1	38.6	1361.9	21.2
1968	1953.4	2638.0	684.6	26.0	1834.9	118.5
1969	1958.8	1874.0	-84.8	4.5	1838.6	120.2
1970	2064.7	1987.8	76.9	3.9	1894.0	170.7
1971	1620.4	1384.5	-235.9	17.0	1591.0	29.4
1972	2177.9	2718.8	540.9	19.9	1929.7	248.2
1973	1731.4	1545.3	-246.1	15.9	1744.3	47.1
1974	2364.5	2705.1	340.6	12.6	1994.3	370.2
1975	2348.9	2756.4	407.5	14.8	1987.1	361.8
1976	2324.6	2212.7	-111.9	5.1	1963.1	356.5
1977	2162.1	2057.1	105.0	5.1	1914.2	247.9
1978	2031.4	1913.3	-118.1	6.2	1869.1	162.3
1979	2136.9	2489.1	352.2	14.2	1891.5	245.4
平均值	1993.1	2010.6	14.5	0.7	1818.5	177.6

表 5. 二仁河流域 (阿蓮站集水面積) 模擬年逕流量比較表

項目 年度	年逕流量 模擬值 (m.m)	年逕流量 記錄值 (m.m)	誤差值 (m.m)	誤差百分率 (%)	年地表逕流 模擬值 (m.m)	年地下逕流 模擬值 (m.m)
1971	1551.2	1346.8	-204.4	15.2	1503.8	45.4
1972	2391.8	2628.7	236.9	9.0	1736.2	655.6
1973	1494.3	1184.8	-309.5	26.1	1463.3	26.0
1974	1859.6	2191.9	332.3	15.2	1637.2	222.4
1975	1854.2	1718.4	-135.8	7.9	1632.4	221.8
1976	1735.9	1445.5	-290.4	20.1	1587.7	148.2
1977	2493.5	3229.5	736.0	22.8	1634.2	859.3
1978	1439.4	1087.3	-352.1	32.4	1418.2	21.2
1979	1650.0	1237.9	-362.1	28.1	1557.6	92.4
平均值	1830.0	1791.2	38.8	2.2	1575.3	254.7

表 6. 澎湖地區 (成功水庫集流面積) 模擬年逕流量比較表

項 年 目 度	年逕流量 模 擬 值 (m.m)	年逕流量 記 錄 值 (m.m)	誤 差 值 (m.m)	誤 差 百分率 (%)
1976	199.4	159.2	40.2	25.0%
1977	475.5	518.9	-43.4	8.4%
1978	221.7	188.5	36.2	19.2%
平均值	299.9	288.9	11.0	4.0%

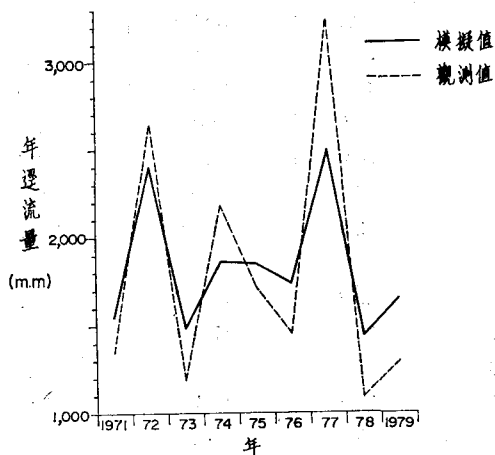


圖 18. 水平衡模式電腦模擬歷年逕流量曲線圖 (二仁溪流域)

八、討 論

1. 本研究分析之水文資料為大安溪雙崎及二仁溪阿蓮站之雨量資料。由於人為誤差及自記雨量計偶而停擺，致由記錄所求得之平均暴雨延時及暴雨間隔期間，略有誤差。

2. 勢蒸發散量採用 Modified Penman Method，需要氣象資料，而本省唯有氣象局設立之大站才有資料，若流域內無此類資料，僅能引用鄰近氣象站之資料，以為分析使用。

3. 水平衡值為年雨量減去年出水量及年蒸發散量所得之值，若其絕對值小於年雨量 1% 則水平衡可接受，否則繼續執行電腦運算，直至達到所要求之精度為止。此 1% 之誤差應為可容許精度。

4. 本文提供四種土壤之水文參數，以供缺乏水文，氣象資料之地區使用，輸入本模式之電腦程式

，即可求出所需之逕流量資料。至於其它種類土壤之水文參數，應再大量收集水文資料，進一步加以分析，引證及探討。

5. 於極少水文記錄資料地區，應用本模式可推衍甚多之年逕流資料，其中包括年地下水逕流量。對於本省地下水之推估及水資源開發有莫大之裨益。

九、結 論

1. 由分析大安溪雙崎站，二仁溪阿蓮站及澎湖馬公站之水文資料，比較本模式電腦模擬之年出水量及實際年逕流量，大都頗為接近，故適合本省年逕流量之推定。

2. 年水平衡模式亦可應用於水文資料缺乏或極少之地區，以推衍更多之年地表逕流及地下水逕流量資料，作為本省流域地下水之推估及水資源開發之參考。

3. 一般本省水資源規劃以旬為計算單位，而本模式適用於年逕流量之推定，對於月或旬水水平衡模式之推導，實有更進一步研究之必要。

十、參 考 文 獻

- (1) Peter S. Eagleson. "Climate, Soil and Water Balance" Massachusetts Institute of Technology, 1977.
- (2) Vujica Yevjevich, "Probability and Statistics in Hydrology", 狀元出版社 1972.
- (3) Ray K. Linsley, Jr. et. al, "Hydrology for Engineer", 2nd edition, Mc Graw Hill, 1975.
- (4) Warren Viessman, Jr. et. al. "Introduction to Hydrology", The Intext Series in civil Engineering, 1972.
- (5) Ven Te Chow, ed, "Handbook of Applied Hydrology", McGraw Hill, N. Y. 1966.
- (6) Kuo, "Computer Applications of Numerical Method" Addison-Wesley, 1972.
- (7) 王如意, 易任: 「應用水文學」, 國立編譯館, 1979.
- (8) 易任, 王如意: 「農業氣象與水文」, 中國農業工程學會, 1976.