

集水區蒸發散量之初步研究

A Preliminary Study on the Evapotranspiration
of a Watershed.

夏 禹 九

Y. J. Hsia

ABSTRACT

Estimations of potential evapotranspiration of a forest watershed are discussed. It is shown that a modified Penman's formula is better than the Thornthwaite's empirical formula. This formula considers the difference of aerodynamic characteristics between an open water surface and a forest canopy. Net radiation of the forest watershed is estimated based on evaporation pan observations. The results show better correlation between potential evapotranspiration and the prevailing meteorological conditions. Actual evapotranspiration from the experimental watershed is very close to its potential.

摘要

本文就森林集水區的位蒸發散量估算方法作一討論。如有測候站資料可供參考時，彭門氏公式應較桑懷特氏之經驗公式為佳，考慮森林與自由水面表面粗糙度之不同，彭門氏之公式可作一修正，集水區之淨輻射能乃依據實際上蒸發皿之觀測資料來計算。經修正後之彭門氏公式，與當時之氣象因素較為吻合。蓮華池二號試驗集水區之實際蒸發量與計算之位蒸發散量差不多，此區之缺水情況很短。

一、緒 言

本省之森林集水區多在山地，坡度陡，地形變化大，樹種繁雜。微氣候及各樹種對環境水分之反應不一⁽¹⁾，蒸發散量之估算殊為不易。就整個集水區而言，能蒸發散量之估算多採桑懷特氏（Thornthwaite）的經驗公式⁽²⁾。桑氏公式雖在本省行之有年^(3,4)，但其適用性迄今並無實際之資料足資證明。其方法之優點亦僅以一地之溫度作為蒸發散量之主依據。事實上，本省山地之測候站亦達127

所⁽⁴⁾，雖因儀器設備所限，觀測資料並不完全；但溫度，日照時數及蒸發皿之觀測甚為普遍，故在理論上彭門氏（Penman）位蒸發散（Potential Evapotranspiration）公式⁽⁵⁾應可採用。同時彭門氏公式尚可作為估算實際蒸發散量的依據，其實用價值亦較桑氏公式為大。此外，蒸發皿之觀測值，直接反應出當時微氣象之情況，依此可為估計輻射能量之多寡，較諸經驗公式應為可靠。本文謹就此一觀點作一討論。

二、理 論

就一較長時期而言，一地之熱能量平衡可寫成：

$$R_n + H + LE = 0 \quad (1)$$

式中 R_n 為淨輻射能 (net radiation)， H 為可感熱 (sensible heat)， L 為水之蒸發潛能， E 為蒸發量。桑懷特氏公式之主要依據即為溫度與輻射能之間有密切的相關性。此一關係並非一定，視地區應做一校驗⁽⁸⁾，桑氏本人亦建議若有其他較合理的方法可循，則應採用他法⁽⁸⁾，在熱帶地區，輻射能與氣溫之間之關係並不顯著，桑氏公式之可行性頗值得懷疑⁽⁸⁾。本省地處亞熱帶，四面環海，受海洋性氣候之調節大，桑氏公式之可靠性亦有待研究。

彭門氏之公式，因兼顧輻射能與空氣中之水汽含量，在農地上頗為可靠⁽⁹⁾，彭氏的公式就一自由水面而言可寫為

$$E_a = \Delta R_n + \gamma E_a / (\Delta + \gamma) \quad (mmday^{-1}) \quad (2)$$

式中 $E_a = 0.26 (e_s - e_a) (1 + U/100)$ (3)

R_n 為自由水面之淨輻能， γ 為乾濕常數 (psychrometric constant) 約等於 0.66 mb C^{-1} ， $\Delta = de_s/dT$ 為飽和水汽壓與溫度關係曲線之斜率： e_s 為空氣中之飽和水汽壓， e_a 為實際水汽壓，二者皆用 mb 為單位， U 則為平均風速其單位為每天英哩 $^{-1}$ 。

彭門式經蒙梯氏 (monteith) 的推演，應用至自然植物覆蓋之地面，其蒸發散量可寫成⁽¹⁰⁾：

$$LE = \frac{\Delta R_n + c_p (e_{so} - e_a) / r_a}{\Delta + \gamma (1 + r_{st} / r_a)} \quad (4)$$

式中 c_p 為空氣之定壓熱容量， ρ 為空氣之密度， r_a 為水汽由植物表面 (其水汽分壓為 e_a) 擴散至自由空氣之阻力常數 (aerodynamic resistance)， r_{st} 則為水汽由氣孔內壁擴散至葉表面之阻力常數 (stomatal resistance)。因氣孔內壁之水汽壓近似於葉面溫度之飽和水汽壓 (e_{so})⁽¹¹⁾，

$$r_{st} = \frac{\rho c_p}{\gamma} \frac{e_{so} - e_a}{LE} \quad (\text{sm}^{-1}) \quad (5)$$

$$r_a = \frac{\rho c_p}{\gamma} \frac{e_o - e_a}{LE} \quad (\text{sm}^{-1}) \quad (6)$$

若 $r_{st} = 0$ ，(4)式可簡化為

$$LE_p = \frac{\Delta R_n + \rho c_p (e_s - e_a) / r_a}{\Delta + \gamma} \quad (7)$$

式中之 E_p 即為位蒸發散量 (Potential Evapotranspiration) (7)式應用於一自由水面即為彭門氏的公式 (二式) 比較二式，可得 r_a 在彭門之公式中為⁽¹²⁾：

$$r_{ap} = \frac{250}{(1 + 0.54u)} \text{ sm}^{-1} \quad (8)$$

式中， u 為 2m 高處之平均風速其單位為每秒公尺。

依近地面的渦流傳送 (turbulent transfer) 原理，在中性穩定 (neutral stability) 的情況下，可寫成⁽¹³⁾：

$$r_a = \frac{[l_n(z/z_0)]^2}{k^2 u} \quad (9)$$

若就森林等地表粗糙度大之地則可寫做。

$$r_a = \frac{[l_n((z-d)/z_0)]^2}{k^2 u} \quad (10)$$

式中 k 為馮卡門氏常數 (von karman's constant) z_0 為地表粗糙係數 (roughness length)， d 為靜止面高度 (zero plane displacement height)， u 為高度 z 處之平均風速。(9)式可應用在一自由水面，所以⁽⁸⁾：

$$r_{ap} = \frac{[l_n(z_p/z_{0p})]^2}{k^2 u} \quad (11)$$

與(8)式相比較，可得 $z_{0p} = 1.37 \text{ mm}$ ($z_p = 2\text{m}$)⁽⁸⁾ 若(10)式中 $z - d = 2 \text{ m}$ ，則粗糙度較大之地，其 r_a 與自由水面之 r_{ap} 之比為

$$m = \frac{r_{ap}}{r_a} = \left\{ \frac{l_n(z_p/z_{0p})}{l_n((z-d)/z_0)} \right\} \quad (12)$$

m 值就一般農地而言，約為 $2.5^{(8)}$ 。就森林而言，粗糙度更大， m 值當更大。

依照上面討論，彭門式公式應用至森林集水區，則應修正為：

$$E = \frac{\Delta R_n + m \gamma E_a}{\Delta + \gamma (1 + r_{st}/r_a)} \quad (13)$$

而位蒸發散 (E_p) 為：

$$E_p = \frac{\Delta R_n + m \gamma E_a}{\Delta + \gamma} \quad (14)$$

淨輻射能 (R_n) 為：

$$R_n = (1-r)Q + L^* \quad (15)$$

式中 r 為反射準 (albedo), Q 為日輻射能 (global solar radiation), L^* 為長波淨輻射能 (net longwave radiation), 估算 R_n 的經驗公式不可勝數，彭門氏的原式中

$$Q = S_p(0.18 + 0.55n/N) \quad (16)$$

$$L^* = -\delta T_a^4 (0.56 - 0.092\sqrt{e_a}) (0.1 + 0.9n/N) \quad (17)$$

式中 n/N 為實際日照時間與可能日照時間之比率， S_p 為大氣層頂之輻射能， δ 為 Stefan-Boltzmann 常數， e_a 為空氣中之水汽壓，以 mmHg 表示之。對此經驗公式之修正甚多^(14,16)，但此等經驗公式在本省適用性亦尚待研究。

依(6)式，蒸發皿之蒸發量可寫為：

$$E_{pan} = \frac{pc_p}{L\gamma} \frac{e_{so} - e_a}{r_a} \quad (18)$$

式中 e_{so} 為水面之飽和水汽壓。

由 $\Delta \approx \frac{e_{so} - e_a}{T_o - T_a}$

(18)式可改寫為

$$E_{pan} = \frac{pc_p}{L\gamma} \frac{e_s - e_a + \Delta(T_o - T_a)}{r_a} \quad (19)$$

而水面溫度與氣溫之差 $T_o - T_a$ 可計算為

$$T_o - T_a = \frac{1}{A} \left[\frac{r_a \gamma}{pc_p} LE_{pan} - (e_s - e_a) \right] \quad (20)$$

表一、蓮華池試驗集水區氣象資料 (民國63年11月~64年10月)

項 目	1974		1975									
	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
平均氣溫 (°C)	19.6	17.9	14.7	15.6	17.1	20.6	21.8	22.4	23.0	23.4	22.9	22.5
相對濕度 (%)	90	90	88	86	92	88	90	89	88	90	89	89
e_s (mb)	22.8	20.5	16.7	17.7	19.5	24.3	26.1	27.1	28.1	28.8	27.9	27.3
e_a (mb)	20.7	18.5	14.9	15.2	18.0	20.9	23.6	25.3	24.9	26.0	24.5	24.3
雲量 (1/10)	5.6	5.3	5.5	4.8	7.6	3.8	7.6	7.6	5.0	6.4	5.2	5.2
平均日照時數	4.7	3.8	3.8	4.6	2.5	6.0	2.8	2.9	5.9	4.1	5.1	5.1
蒸發皿均蒸發量 (mm/day)	3.62	2.34	2.00	2.07	1.26	4.89	2.57	21.9	4.31	2.90	2.96	3.01
雨日	2	5	7	7	25	6	19	23	20	21	10	10

如同(18)式，可感熱 H 亦可寫為

$$H_{pan} = \frac{pc_p(T_o - T_a)}{r_a} \quad (21)$$

代入能量平衡式中，可得：

$$R_n(p_{an}) = LE_{pan} + \frac{pc_p(T_o - T_a)}{r_a} \quad (22)$$

蒸發皿若為做一自由水面則 $r_a \approx r_{sp}$

若設鄰近集水區之淨輻能與蒸發皿之淨輻射能間之比率為 K ，則

$$R_{nf} = K R_n(p_{an}) \quad (23)$$

此值代入(14)式中即提供了一個由實測蒸發皿之資料來估計鄰近森林集水區之位蒸發散的方法。

三、方 法

本文係就林業試驗所蓮華池分所之氣象 (表一) 與水文資料作一分析，有關該地之詳細情況可參考文獻⁽¹⁶⁾及⁽²⁾。桑懷特氏之蒸發散估計亦直接取材於參考文獻⁽²⁾⁽²⁾不另計算。

位蒸發散之計算除桑氏估計值外共計算有：

- 1) 彭門氏的原來公式 (式(2))， E_p
- 2) 彭門氏的修正式 (式(14))， E_{m1}
- 3) 彭門氏的修正式 (式(14)) 淨輻射能依蒸發皿觀測值估算。 E_{m2}

嚴格言之， r_a 不僅受地表粗糙程度之影響，尚受空氣層穩定度之左右；應以林冠頂層上的風速剖面 (wind profile) 及溫度梯度 (temperature gradient) 作一修正⁽¹⁸⁾。此等研究亦為微氣象學

中尚待解決之問題⁽¹⁷⁾。本文則依下列之經驗公式來估計^(18,19)：

$$\log_{10} z_0 = 0.997 \log_{10} h - 0.883$$

$$\log_{10} d = 0.979 \log_{10} h - 0.154$$

式中 h 為平均樹高。假設樹高約為 10m，則 $z_0 = 0.11m$, $d = 6.68m$ 。依(12)式， m 約為 6.3。

森林集水區與蒸發皿之淨輻射能差異，最主要為反射率之差異。就自由水面而言反射率約為 0.05

，闊葉樹約為 0.15。在無實際資料情況下， K 值係以以上述之反射率值代入(15), (16)及(17)式中，求得各月淨輻射能之比值來決定，其值約在 0.80~0.88 之間。

四、結果

1) 淨輻射能之計算結果列於表二

2) 位蒸發散量之計算列於表三及圖一：

3) 就較長時期而言（譬如一年），一集水區

表二、自由水高及森林之淨輻射能

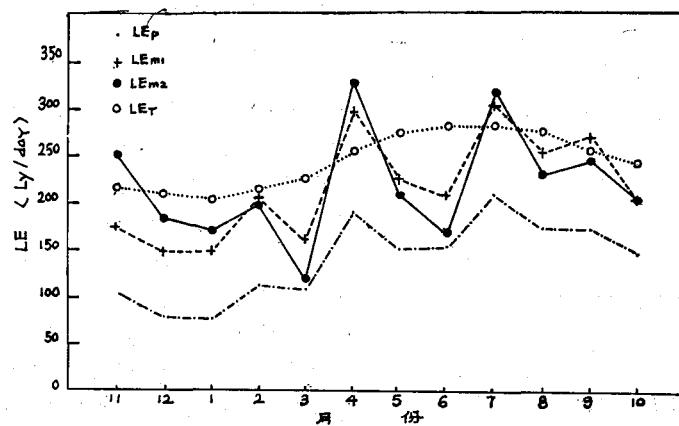
月 份 淨 輻 射 能	1974		1975									
	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Rno (自由水面， 依經驗式估計)	159	121	125	170	172	285	219	230	307	253	256	233
Rn (闊葉林， 依 經驗式估計)	134	100	103	143	148	245	191	201	267	220	213	187
K	0.84	0.83	0.82	0.84	0.86	0.86	0.88	0.88	0.87	0.87	0.83	0.80
Rnf	245	155	127	137	84	294	169	146	283	186	179	185

單位：ly./day ($1ly = 1 cal/cm^2$)

表三、集水區之位蒸發散量

月 份 LE _P	1974		1975									
	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
彭門氏原式 (式 2) LE _P	104	79	77	108	107	190	149	154	210	174	172	145
彭門氏修正式 (式14) LE _{m1}	172	149	147	202	160	297	224	206	301	253	269	203
彭門氏修正式 (式14) LE _{m2}	248	185	168	199	118	330	208	167	313	228	245	202
桑懷特氏式 LE _T	214	204	198	212	225	254	273	279	281	273	255	237

單位：ly./day, $L \approx 584.9 \text{ cal/g}$



圖一 蓮華池森林集水區之位蒸發散量

表四、蓮華池二號試驗集水區降雨、逕流及位蒸發散量

項 目	1974		1975										合 計
	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
(1)降雨量 (mm)	6.9	19.6	63.3	32.1	196.6	170.1	253.0	796.7	382.9	270.2	136.2	151.4	2479.0
(2)逕流量 (mm)	36.4	20.2	16.0	9.7	22.1	39.4	84.4	524.8	230.0	144.9	59.0	58.4	1245.2
(1) - (2)	-29.5	-0.6	47.3	22.4	174.5	130.7	168.6	271.9	152.9	125.3	77.2	93.0	1233.8
E_p (mm)	53.2	42.0	40.7	51.6	56.5	97.6	79.2	78.8	111.1	92.4	88.1	76.4	867.8
E_{m1} (mm)	88.4	78.7	77.7	96.7	84.7	152.3	118.8	105.8	159.5	134.3	138.2	107.6	1342.7
E_{m2} (mm)	127.5	98.0	89.1	95.2	62.7	169.4	110.5	85.5	165.8	121.1	125.5	106.8	1357.1
E_t (mm)	109.7	108.3	105.0	101.4	119.4	130.2	144.4	143.3	149.0	144.8	130.7	125.7	1511.9

之實際蒸發散量約為降雨量與逕流量之差。如以月為單位則因土壤含水量之變動，蒸發散量之估算在無土壤水分資料之情況下，無法由簡單之水平衡公式計算。但位蒸發散代表了在已知氣象條件下最大可能之蒸發散量，可用來表示一地之枯水與豐水情況。本文僅列蓮華池二號試驗集水區之水文收支各項因素於表四，作一參考。

五、討論

計算淨輻射能的經驗公式甚多，其中入射之日輻射能 (Q)，彭氏建議為：

$$Q = S_p (0.18 + 0.55n/N)$$

Koopman⁽²⁰⁾，建議在熱帶地區為

$$Q = S_p (0.28 + 0.48n/N)$$

Glover 及 McCulloch⁽¹⁴⁾ 則建議為

$$Q = S_p (0.29 \cos(\text{lat.}) + 0.52n/N)$$

後二式所得結果相近，彭門所建議者偏低約 21% 到 86%。長波淨輻射則差異更大。彭門建議者為：

$$L^* = -\delta T_a^4 (0.56 - 0.092 \sqrt{e_a}) (0.1 + 0.9n/N)$$

式中最後一項為天空遮蔽度之修正。就晴空而言，Idso 及 Jackson⁽²¹⁾ 建議為：

$$L^*(0) = -\delta T_a^4 \{0.261 \exp[-7.77 \times 10^{-4} (273 - T_a)^2]\}$$

Budyko⁽²²⁾ 建議為

$$L^*(0) = -\delta T_a^4 [0.61 + 0.05 \sqrt{e_a} - 1]$$

(e_a 用 mb 表示)

Swinbank⁽²³⁾ 則建議

$$L^*(0) = 0.20 \delta T_a^4 - 171 (\text{wm}^{-2})$$

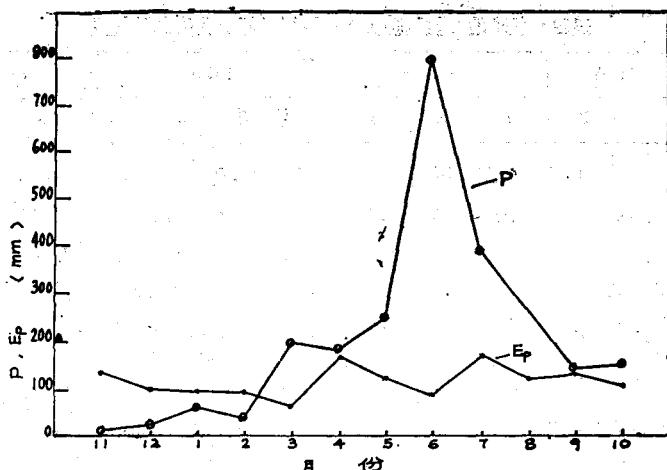
有雲的情況下則修正為

$$L^* = L^*(0) (1 - bn^2)$$

n 為雲量，以分數表示，b 為隨雲高及雲之種類而變化之常數，若定 b = 0.85，以上四式所得結果以 Swinbank 的估計最高，彭門氏最低，相差達 24—67 ly/day。故由經驗公式所得輻射能之估算差異甚大，本省並無此類研究，甚難做一結論，本文則仍依彭門氏原蒸位式計算發散。

由全年之水平衡收支來看，蓮華池二號集水區之年蒸發散量達 1,233.8 mm，如用彭門氏原來的自由水面位蒸發公式則僅得 867.8 mm。若將位蒸發散定義為可能最大蒸發散量則必得做一修正。考慮因地面粗糙度的因素則得 1,342.7 mm 由蒸發皿所估計之淨輻射能來估算則全年位蒸發散量為 1357.1 mm。故彭門氏之公式如應用至森林集水區應加以修正。

就各月平均位蒸發散量來看，桑懷特氏之公式所得結果一月最低，七月最高，各月間變化平緩，此與平均溫度變化很小有關。但由雲量及日照時數來看則殊不合理。例如五月份，雲量達 7.6，日照時數平均僅 2.8 小時，而四月份雲量僅為 3.8 日照時數為 6 小時，其輻射能差異必大。蒸發皿之觀測，四月亦為五月之 1.7 倍。但因五月之平均溫度僅較四月增加 1.2°C，桑氏公式所估算結果四月僅達五月之 92%，依彭門氏之修正式則為 1.3 倍，雖較桑氏之結果為合理，仍不足以反映蒸皿所測得之差異。依蒸發皿所估計之淨輻射能來估算，則得



圖二 蓮華池二號集水區之降雨量 (P) 及位蒸發散量 (ep)

1.6 倍，較為合理。不過如圖一所示，彭門氏的修正式不論淨輻射能如何估算，其間差異均不太大，且由總蒸發散量來看二者近於相等，故在實際應用上，如無蒸發皿觀測或其可靠性有疑問時，淨輻射能之估算依經驗公式亦為可行。而桑懷特氏之經驗公式則誤差過大。

森林集水區之實際蒸發散量，如前所述，受到土壤水分供給量及植物本身對水分之反應影響，不易估計。本省闊葉林樹種繁雜，如就各樹種分別測計其氣孔阻力常數，除可供植物水分生理作一參考外，對大面積森林集水區之蒸發散估算而言，可行性甚微。如依[4]式，式中之 r_{st} ，在理論上可看做全林分之綜合氣孔阻力常數 (Bulk stomatal resistance)，或可由土壤水分及微氣象因子求得一區域性之經驗公式[24]，此亦為本文建議採用彭門氏公式之另一原因。就蓮華池二號集水區而言，實際全年蒸發量與估計之位蒸發散量二者相差約 120 mm。由水平衡收支來看（圖二），三月至十月降雨量皆大於位蒸發散，其餘月份位蒸發散亦低（六至十一月份之蒸發皿觀測值偏高，或係觀測誤差），林木之缺水 (water stress) 限制可能不大。實際情形如何則有待進一步的研究。

誌謝

本文承林業試驗所盧惠生先生熱心提供資料，台大農工系施教授嘉昌惠予指正，方克以成謹此致謝。

參考文獻

1) 楊居成(1979) 集水區植物蒸發率之測定。中華水

土保持學報，卷10，第一期：93-114。

- 2) 楊炳炎、盧惠生、漆陞忠(1978) 蓮華池試驗集水區水平衡初步研究。林業試驗所試驗報告第 316 號。
- 3) 陳正祥(1957) 氣候之分類與分區。台大農學院實驗林，林業叢刊第7號。
- 4) 郭文鍊、曾文炳、楊之遠、邱永和(1978) 台臺農業氣候區域研究，中央氣象局。
- 5) Penman, H. L. (1948) Natural evaporation from open water, bare soil and grass. Proc. R. Soc. A, 193:120-145.
- 6) Taylor, S. A. and G. L. Ashcroft (1972) Physical Edaphology, W. H. Freeman and Co. 64.
- 7) Thornthwaite, C. W. and F. K. Hare(1965) The loss of water to the air. chap. 11 in "Agricultural Meteorology" Meteorol. Monographs Vol. 6, No. i8. American Metord. Soc. pp. 163-180.
- 8) da Mota, F. S. (1978) A dependable agroclimatological water balance. Agr. Meteorol., 19:203-213.
- 9) Tanner, C. B. and Pelton, W. L. (1960). Potential evapotranspiration estimates by the approximate energy balance method of Penman. J. Geophys. Res., 65:3391-413.
- 10) Monteith, J. L. (1965) Evaporation and Environment, Symp. Soc. expl. Biol., 19: 205-234.
- 11) Slatyer, R. O. (1967) Plant Water Relations, Academic Press, N. Y.

- 12) Tham, A. S. and H. R. Oliver (1977) On Penman's equation for estimating regional evaporation, Quart. J. R. Met. Soc., 103:345-357.
- 13) Thom, A. S. (1975) Momentum, mass and heat exchange of plant communities, chap. 3 in "Vegetation and the atmosphere", Vol. I (J. L. Monteith, ed) Academic Press, N. Y., 57-109.
- 14) Glover, J., and J. S. G. McCulloch (1958) The empirical relation between solar radiation and hours of sunshine. Quart. J. R. Met. Soc. 84: 172-175.
- 15) Kijne, J. W. (1974) Determining Evapotranspiration, chap. 19 in "Drainage principles and applications" Vol. III Surveys and investigations. ILRI Publication No. 16, Wageningen, The Netherlands, pp. 53-111.
- 16) 葛錦昭、楊炳炎、林淵霖、楊楚淇、漆陞忠(1969) 台灣森林集水區經營試驗初步報告，林業試驗所，試驗報告第304號。
- 17) Rosenberg, N. J. (1974) "Microclimate: the biological environment". John Wiley and Sons. N. Y.
- 18) Stanhill, G. (1969) A simple instrument for field measurement of turbulent diffusion flux. J. Appl. meteorol., 8:509-513.
- 19) Szeicz, G., G. Endrabi and S. Tajchman (1969) Aerodynamic and surface factors in evaporation. Water Res. Research, 5: 380-394.
- 20) Koopman, R. W. R. (1969) De bepaling van de verdamping met behulp van nomogrammen. Cultuurtechn. Tijdschrift 9 (2):76-85.
- 21) Idso, S. B. and R. D. Jackson (1969) Thermal radiation from the atmosphere. J. Geophys. Res., 74:5397-5430.
- 22) Budyko, M. I. (1958) "The Heat balance of the earth's surface" (Steganova, N. transl.). Office of Tech. Services, US Dept. Commerce, Washington.
- 23) Swinbank, W. C. (1963) Longwave radiation from clear skies. Quart. J. R. Met. Soc., 89:339-348.
- 24) Tan, C. S., T. A. Black and J. U. Nyamah (1978) A simple diffusion model of transpiration applied to a thinned Douglas-fir stand. Ecology, 56:1221-1229.

專營土木、建築、水利工程

家興營造廠

負責人：林家興

地址：屏東市和平路一一五號

電話：三二三四八八