

專題二：蓄水設施補助水量之網流模式

專論之六

Computation of Supplementary Flow to a Reservoir by Network Flow Model

臺灣大學農業工程學系教授

劉 佳 明

Chia-Ming Liu

ABSTRACT

A linear programming model is formulated for a problem of finding minimal supplementary flow to a reservoir with given inflow and outflow sequence. The model is reduced to a problem of computing minimal flow in a helm-shaped network. The problem can thus be solved by Ford and Fulkerson's labeling procedure with simple modifications. This labeling method is very much more efficient than the simplex method in solving our problem.

若一供水系統為配合用水之需要，雖利用其蓄水設施調節水量，仍然無法滿足需水之要求，則必須增闢輔助水源。為解決輔助水源應在何時以何量輔助供水方能滿足需求之問題，本文將建構一網流模式。

將供水期間分為 N 個時期，已知 J 時期之進水量與需水量分別為 $I(J)$ 與 $O(J)$ ， $J=1, 2, \dots, N$ ，蓄水設施之容量為 V 。為建立模式，設 J 時期初蓄水設施之蓄水量為 $S(J)$ ，同時期之補助量為 $W(J)$ ，超過蓄水容量之溢流量為 $R(J)$ ，則水量平衡條件與蓄水容量條件為：

$$S(J+1) = S(J) + I(J) + W(J) - O(J) - R(J) \quad (1)$$

$$(1) \quad S(J) \leq V \quad (2)$$

$$S(J) \geq 0, W(J) \geq 0, R(J) \geq 0 \quad (3)$$

$$J=1, 2, N \quad (4)$$

以上諸式表示水量供求所必須滿足之限制式。滿足此諸限制式之配水方式甚多，規劃之目的在於推求其成本最低者，故若假定補助水量為抽水或價購取得時，原問題可建構為一線性規劃模式：

在滿足平衡與容量條件(1)至(4)式之各種配水方式中，推求使下列目的函數為最小者，

$$Z' = W(1) + W(2) + \dots + W(N) \quad (5)$$

若用水以旬計，分析期間為一年，則 N 為 36，上列線性規劃問題共有變數 108 個，限制式 72 個，故分析期數增加則問題極為龐大。以下將問題設法簡化，使成為網流問題，以便採用效率較一般單形法 (Simplex Method) 高出數十倍之網流解法。

將上列問題轉化為網流問題。設供水量 $X(J)$ 為進水量 $I(J)$ 與補助量 $W(J)$ 之和，需水量 $Y(J)$ 為需水量 $O(J)$ 與溢流量 $R(J)$ 之和，即

$$X(J) = W(J) + I(J) \quad (6)$$

$$Y(J) = R(J) + O(J) \quad (7)$$

則原平衡、符號與容量條件化為：

$$S(J) + X(J) - Y(J) - S(J+1) = 0 \quad (8)$$

$$X(J) \geq I(J) \quad (9)$$

$$Y(J) \leq O(J) \quad (10)$$

$$S(J) \leq 0 \quad (11)$$

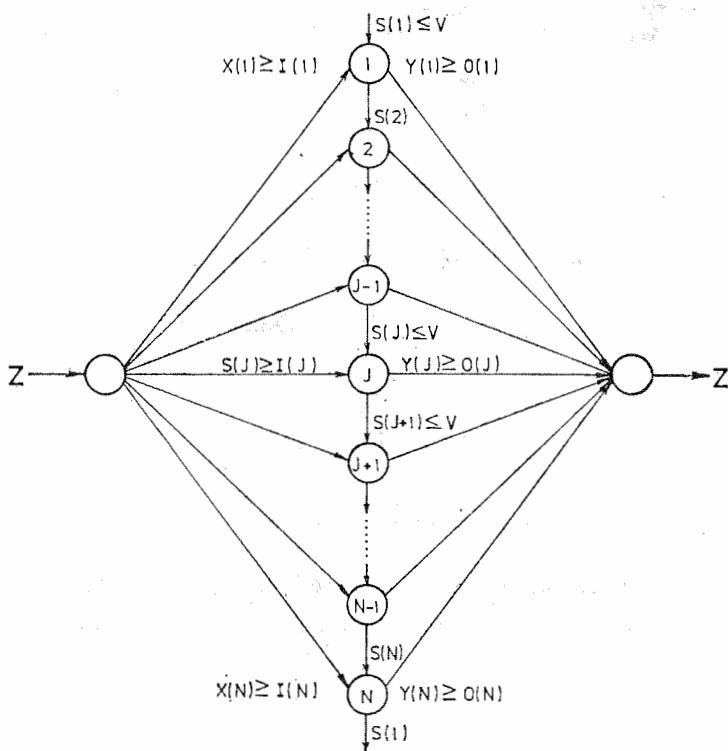
$$S(J) \leq V \quad (12)$$

$$J=1, 2, \dots, N$$

原目的函數則能以下式取代，

$$Z = X(1) + X(2) + \dots + X(N) \quad (13)$$

供水量 $X(J)$ 與補助水量 $W(J)$ 所差僅為一常數 $I(J)$ ，故以供水量總和代替補助水量總和，最後



結果將無不同。

上列(8)式可視為附圖網流節點平衡條件，(9)至(12)式則可視為線段之流量上限或下限。至於目的函數(13)則表示所求乃為最小總流量之配水方式。

(8)至(13)式亦能以線性規劃之一般方法如單形法(Simplex Method)解求 [1] 而上段之討論顯示其為最小網流問題(Minimal Network Flow Problem)，故亦能以更為簡單、快速之標記法(Ford and Fulkerson's Labeling Procedure)推求 [2] [3]，後者之效率通常為前者百倍以上，問題越龐大效率之增加越大。根據標記法原理所撰寫之程式附於本文之後，讀者以之與單形法程式比較，可見二者繁簡之差。

參 考 文 獻

1. Dantzig, George B.: Linear Programming and Extensions, Princeton University Press, Princeton, N. J., 1963
2. Ford, Lester R. and Dellert R. Fulkerson: Flows in Networks, Princeton University Press, Princeton, N. J. 1962
3. Even, Shimon: Algorithmic Combinatorics, MacMillan, N.Y., 1973
4. 胡文章：線性規劃在水庫及操作之應用。臺灣水利廿五卷二期。

承包土木、水利、建築工程

耀德營造工程公司

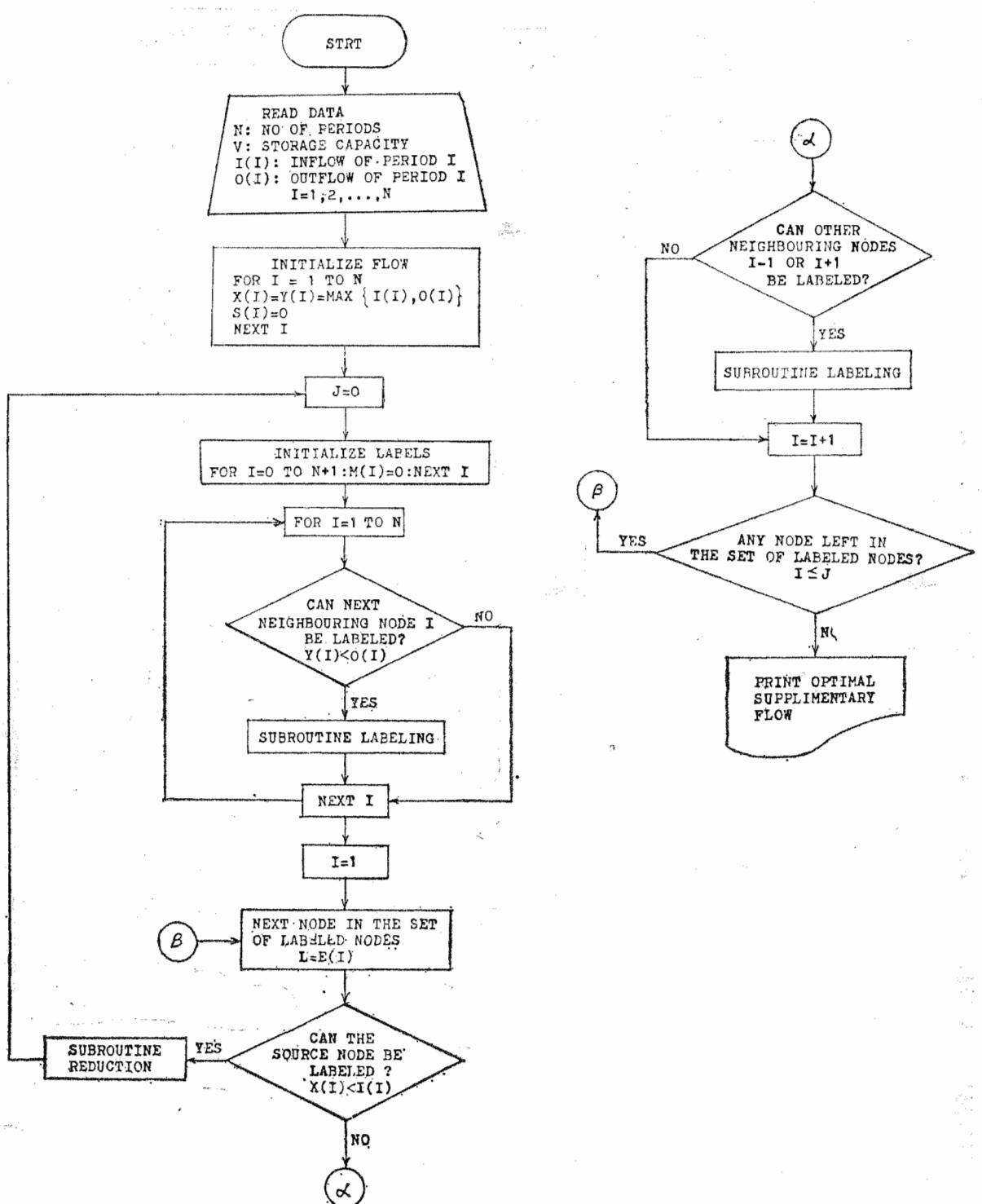
經理 楊清本

花蓮市中華路三〇六號

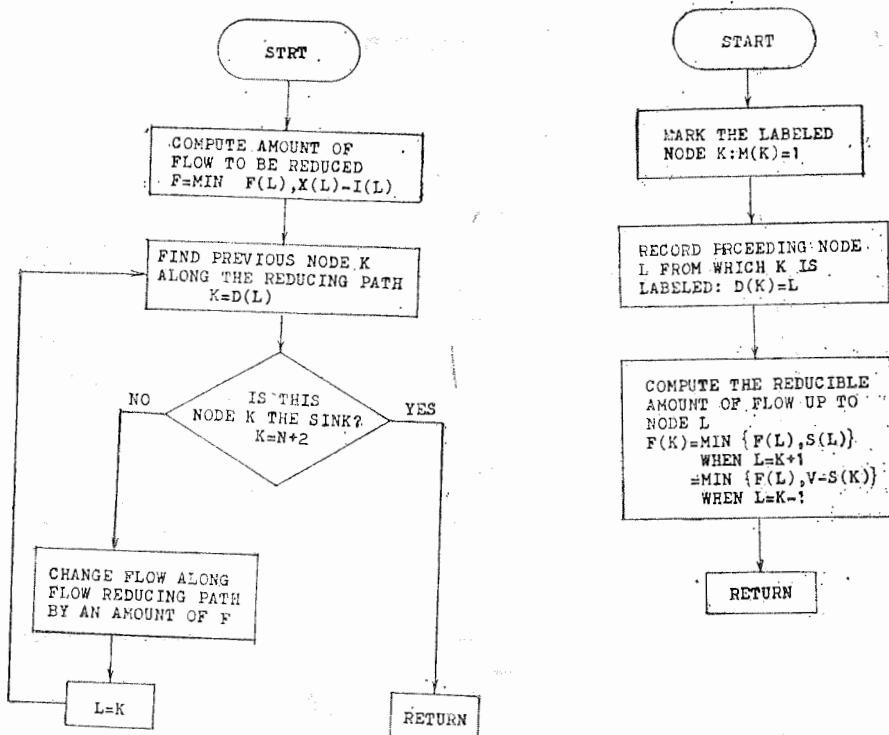
電話：(038)三二六三七六

 (038)三二八八三三

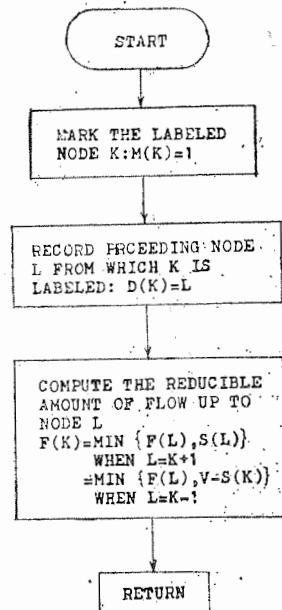
A PROGRAM FOR FINDING MINIMAL SUPPLEMENTARY FLOW



SUBROUTINE REDUCTION



SUBROUTINE LABELING



承包土木、水利、建築工程

龍裕土木包工業

苗栗縣竹南鎮龍鳳里9鄰12號