

灌溉排水渠道 BOD-DO 數學模式之研究*

A Mathematical Model Study of Biochemical Oxygen Demand and Dissolved Oxygen in Irrigation-Drainage Canal

臺灣大學農業工程學系客座研究教授

臺灣大學農業工程學系教授

臺灣大學農業工程研究所碩士

郭 義 雄

徐 玉 標

洪 銘 堅

Albert Y. Kuo

Y. P. Hsu

M. J. Horng

ABSTRACT

In this study, A mathematical model was developed to simulate the water quality in irrigation-drainage canals. The model is based on One-dimensional Mass-balance equation, which describes the longitudinal distributions of cross-sectional average concentrations of dissolved substances. An implicit finite difference scheme was employed for the numerical integration of the equation to arrive at the concentration distributions of water quality parameters.

In addition to the simulation of the interdependent system of DO-CBOD-NBOD, the model was designed to simulate also the conservative substances. The model was applied to the Fei-liao and Ta-chou irrigation-drainage canal of Chu-nan area. The water quality parameters simulated include DO, CBOD, NBOD and those parameters significantly affecting the quality of irrigation water, such as electrical conductivity, Ca^{++} , Mg^{++} , and Na^{+} . The model has been calibrated with, and verified against field data with satisfactory results. It is concluded that the model may be applied to other irrigation-drainage canals on the island, and serve as a useful tool for agricultural water quality planning and control.

摘 要

本研究中，推導一簡數學模式來模擬灌溉排水渠道中之水質，模式是基於一維質量平衡 (One-dimensional Mass Balance) 方程式，來敘述溶解物質之斷面平均濃度在水流方向之分佈。方程式之數值積分採用隱蔽性有限差分法。

除了溶解氧——碳生化需氧量——氮生化需氧量 (DO-CBOD-NBOD) 相互作用之模擬外，本模式並模擬保存性物質。本研究以竹南地區灰寮溝——大厝圳灌溉排水渠道為模式應用之實例，模擬溶解氧 (DO)，碳生化需氧量 (CBOD)，氮生化需氧量 (NBOD) 和影響農業灌溉用水之參數，如電導度 (E. C)，鈣離子 (Ca^{++})，鎂離子 (Mg^{++})，鈉離子 (Na^{+}) 等。本模式經校正後，其驗證之結果與觀測值頗為吻合，故本模式可被用來模擬本省地區其他灌溉排水渠道之水質，為農業水質規劃與管制之有效工具。

* 本研究計劃承蒙行政院國家科學委員會之資助，特此申謝。

一、前言

臺灣近十餘年來，工業急速發展及人口增加與集中的結果，產生大量的工業及家庭廢水，造成污染問題。農業用水遭受污染為主要問題之一。臺灣農田灌溉用水，主要取自河川，甚多地表水源欠缺地區，亦有抽取地下水灌溉。根據臺灣大學農業工程系，自民國五十二年一月開始至五十三年十二月止之調查與研究⁽¹⁾，發現全省各地區之灌溉水質均甚優良。而水污染防治所⁽²⁾近年來對較主要的二十四條之河川水質取樣分析結果，顯示已經嚴重污染者有十六條，其情況嚴重者為水中的溶解氧已趨於零，外觀呈黑色，有氣泡上冒形成浮渣，並有強烈臭氣，對中、下游農田、水產、自來水，均造成嚴重危害。

農田遭受水污染情形，依據全省農田水利會⁽³⁾調查結果六十五年受污染影響之面積有 54,716 公頃。六十五年直接、間接受污染面積為 63,708 公頃，佔全部灌溉面積 14.3%。污染來源約 1300 處⁽⁴⁾，多數為工廠廢水，都市廢水及畜牧場之污染亦不下數十處，大部份是經年水質均不良，有週期性者甚少，因此，糾紛迭起，不但農作物遭受損失，大自然環境亦受到嚴重的破壞。

臺灣灌溉用水遭受污染，可以說自民國六十年以後才逐漸形成問題。因為已往，由於工業用水及公共給水所佔比率不高，灌溉用水高達 93.8%⁽⁵⁾，所以有足夠之水量來稀釋，同時水源仍具有相當之涵容能力 (Assimilative Capacity) 足以發揮淨化之效果。目前各種各樣之污染質已急遽增加而灌溉用水却因都市、社區，及工廠佔用農地及分享水源之故，相對減少。因此造成稀釋率不足，自淨作用 (Self-Purification) 趕不上人為污染之速度。農田灌溉事業已由純「水量」問題進入「水質」，「水量」並重，此種問題，若不及時防治，今後水質有日益惡化之趨勢，影響水資源之有效利用甚大。

水中溶解氧 (Dissolved Oxygen, DO) 及生化需氧量 (Biochemical Oxygen Demand, BOD) 為水質及水污染控制之重要指標。前者影響水生物之型態、數量及水體之物理、化學與生物特性。後者則表示水中含有之耗氧物質，常用以表示廢水之強度，廢水處理程序，操作、控制之效果及水體污染之程度。而溶解氧在估計港灣、河川、

湖泊、灌溉排水系統等承受水體之涵容能力時更是一個重要參數。Streeter-Phelp 公式⁽⁶⁾，即以數學方程式來模擬廢水排入河川後 DO 及 BOD 之變化，以供廢水處理程度之參考。廢水必需處理的程度則視其排入的水體之用途而定，過份處理是一種不必要的浪費。而不足的處理，則引起污染為害。故如何準確估算以使處理程度剛合乎水質標準也是一重要問題。

所謂水質數學模式，即以數學方程式與數目來模擬水體中與水質參數有關的物理、化學與生物程序。本文之 BOD-DO 模式以模擬水中溶解氧為主，並可單獨模擬保存性物質 (Conservative Substance) 在水中分佈之情形。今以竹南地區之灰寮溝排水支線及大厝圳 (圖一) 為模擬對象，其目的除了研究在各種不同影響溶解氧之因子，同時作用下，渠道中 DO, BOD 之變化，並模擬影響農業用水之保存性物質在渠道中之稀釋與擴散，更希望能建立一簡適用於灌溉——排水渠道之水質模式，以為農業用水水質規劃與管制之工具。

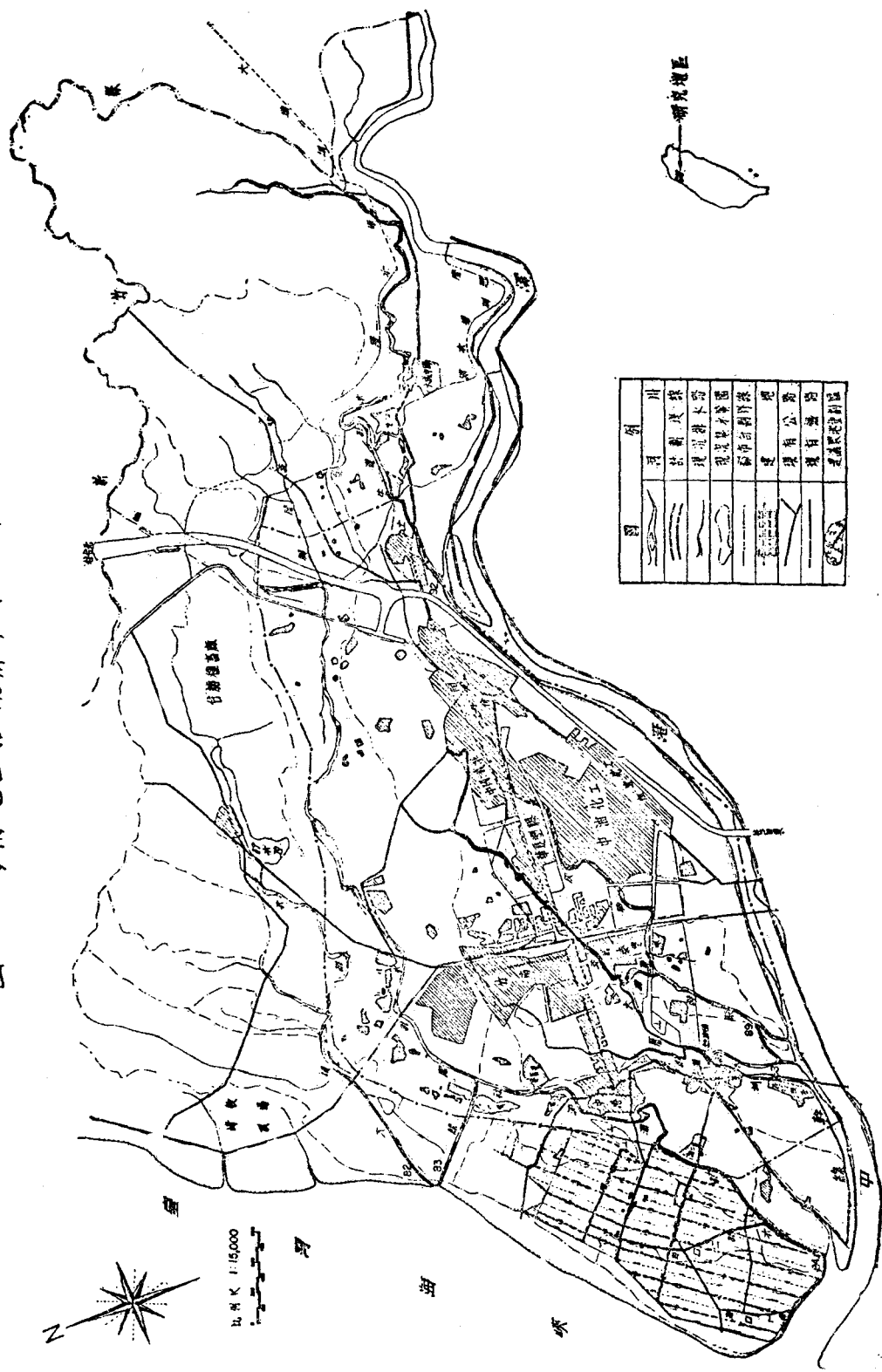
二、研究地區概述

本地區內之重要城鎮有二，竹南鎮位於本省縱貫鐵路山、海線之北端交點。頭份鎮緊鄰竹南西邊為縱貫公路山、海線交點，人口總數約十萬⁽⁶⁾。近十數年來，兩鎮之工商業急速發展，工廠、礦廠之設立，有如雨後春筍，現今竹南地區工廠、礦場大小不下數百家。較大規模者有華夏塑膠、中油化工、恒宜化工、中國化學纖維公司、國泰塑膠等。(圖一)

竹南地區屬本省北部溫暖濕潤地帶。依據歷年氣象資料，全年氣溫在 14°C~32°C 之間，全年平均雨量約 1500mm，集中於三月至九月間，約佔全年 90% 以上，而其他月份僅佔 10% 左右，其中雨量又以六月份最多，十一月份最少。本地區原以發展農業為主，現有耕地 2,370 公頃，均屬新苗水利會灌區之雙期作田，灌溉水源均賴大埔圳 (取自峨嵋溪大埔水庫)，隆恩圳 (取自中港溪)，導入各排水路上游，然後在其中、下游設置水門或抽水站取水灌溉，各排水路均兼灌溉水路之功用。

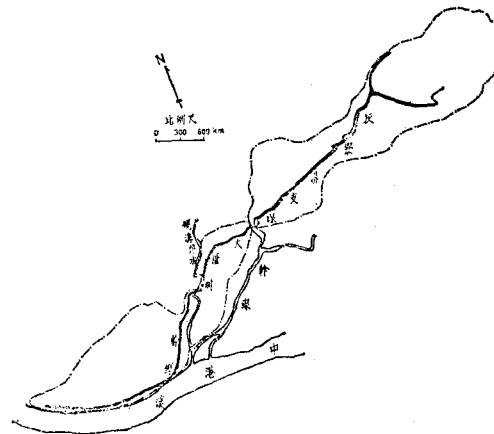
灰寮溝排水支線為竹南鎮與頭份鎮之主要排水路之一。自中國化學纖維廠附近起，經過頭份北邊，穿越竹南鎮於東郊匯入灰寮溝排水幹線。其性質

圖一 竹南地區灌溉排水平面圖

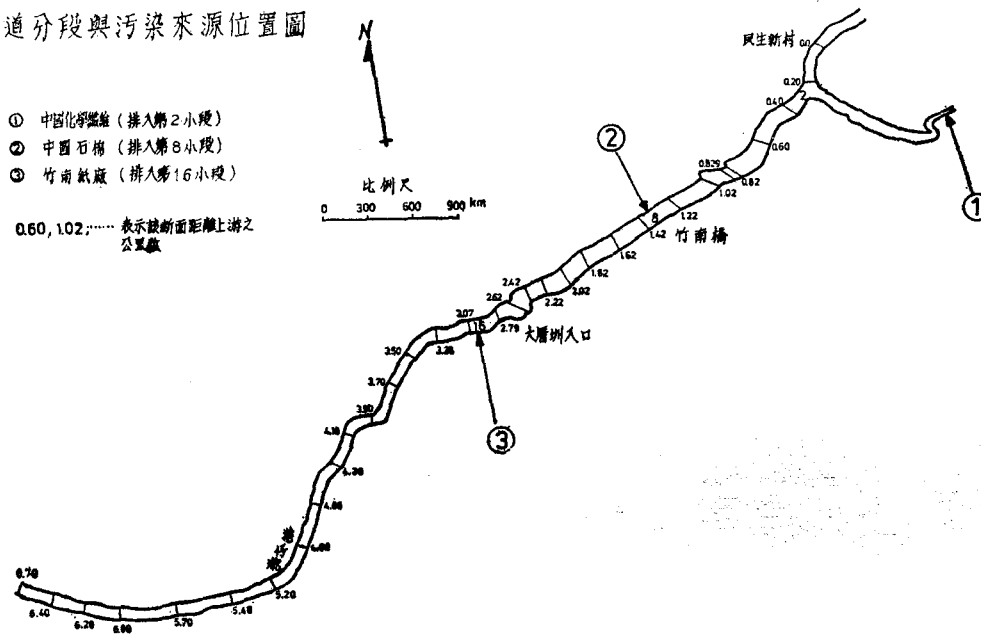


亦兼灌溉水路之功用。在交匯口上游 0+463 公尺處與灌溉渠道大厝圳銜接，為大厝圳之主要供水路。本文所述水質模式模擬之範圍，自中國化學纖維廠附近起至大厝圳出海口止。全線長約七公里，灰寮溝排水支線長約三公里，集水面積約 123 公頃，大厝圳長約四公里，灌溉面積約 117.7 公頃(圖二)。沿途除家庭污水排入外，上游有中國化學纖維、中國石棉排放其工業廢水進入渠道，水質狀況不良。進入大厝圳後，又有竹南紙廠的廢水加入，更使水質惡化，據當地水利會調查稻作受害面積達 20 公頃，約佔灌溉面積的六分之一。(圖三)

圖二 灰寮溝支線及大厝圳流域圖



圖三 渠道分段與污染來源位置圖



三、研究方法

本文之研究方法可分成三部份：1. 野外樣本採集與污染實況調查。2. 實驗室分析。3. 水質模式之理論與應用。三部份同時進行研究。水質模式之理論與應用為本文之重點，另設一章詳細探討，其他兩部份茲析述如下：

1. 野外樣本採集與污染實況調查

野外樣本採集工作必須先決定取樣地點、水樣數目、取樣方法。而污染實況調查即在廢水排放口處測其流量，採集水樣分析各種污染物質的濃度。

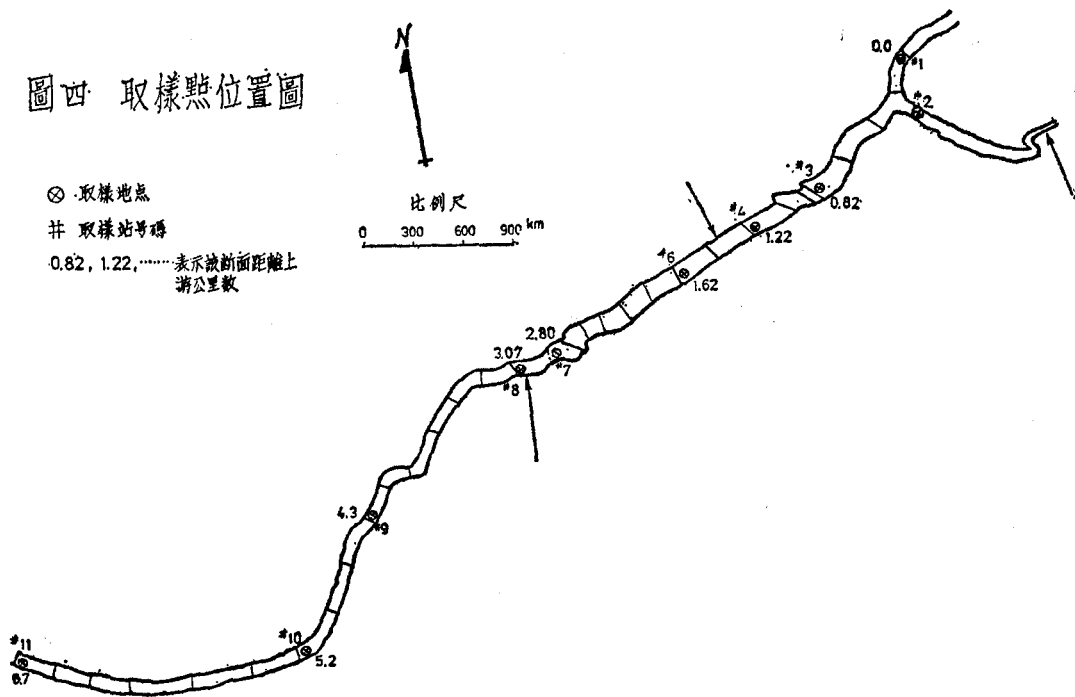
(A) 取樣地點

本研究計劃於灰寮溝排水支線及大厝圳各設置五箇取樣點(圖四)，選定民生新村附近與灰寮溝支線交會之隆恩圳排水路為最上游段(表一)，乃因此段渠道未受污染，易於設定模式之邊界條件。模式中以交會口上游之灰寮溝排水支線為支流。

(B) 取樣方法

本文所研究之渠道其水深一般為 0.2~1.5 公尺左右，取樣點為渠道中心之水深中央。測定 BOD 與其他離子之水樣分別以 250 ml 之 P.E 瓶乘裝，BOD 樣本用手提冰箱加以冷藏。測定 D.O. 之水樣，另以標準 300 ml 之 D.O 瓶裝取，在取

圖四 取樣點位置圖



断面位置	距離上游 (Km)	地物特徵
0.0	0	民生新村
0.82	1	攔水堰
1.22	1	制水門
1.62	2	竹南橋
2.80	3	鐵路
3.07	3	大厝洲入口 竹南紙廠路橋
4.10	4	中港洲抽水站
5.20	5	港仔乾庄
	6	
7.05	7	制水門

表一 灰寮溝支線與大厝洲沿線之地物與位置
樣同時測量其水溫。

(C) 水樣數目

本研究所取水樣的數目，分成兩類：

(i) 隨取水樣⁽⁷⁾ (Grab Sample)：在廢水排放期間內於取樣點不定時間隨機取得之單一水樣

(ii) 連續水樣 (Continuous Sample)：在廢水排放期間內於各取樣點，每隔二小時採樣一次，筒別分析不混合水樣。本研究之連續水樣採取時間為兩天，第一天自上午十一時至下午五時，第二天自上午八時至下午二時。

(D) 流量測定

流量為建立模式最基本之資料。本文中除了污染源之流量測定外，渠道流量之測定包括 1、2、7、8、9、10、11 各測站 (圖四)。測量方法以流速儀在渠道中央及兩側 0.6 水深處測其流速，並同時量通水斷面積來計算流量。渠道中設有攔水堰如 3 號測站，則利用水堰測定其流量。測定之次數與採樣數目相同，仍採用連續觀測法。

2. 實驗室分析

一般對灌溉水品質分級採用圖解法，圖解法是以電導度 (E.C) 值表示灌溉水之鹽害，以鈉吸着率 (SAR) 表示碱害，而 SAR 可以下式表示：

$$SAR = \frac{Na^+}{\sqrt{\frac{Ca^{++} + Mg^{++}}{2}}}$$

式中：Na⁺、Ca⁺⁺、Mg⁺⁺ 之濃度均為 meq/l。本研究中水質模式除了模擬溶解氧 (D.O.)，碳生化需氧量 (CBOD)，氮生化需氧量 (NBOD) 外，影響農業水質之參數則選擇鈣離子 (Ca⁺⁺)，

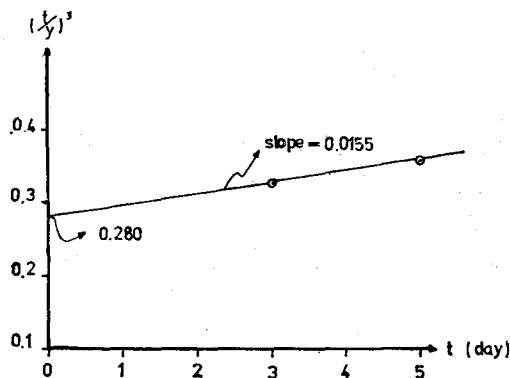
鎂離子 (Mg⁺⁺)，鈉離子 (Na⁺) 及電導度 (E.C.) 等加以模擬。故實驗室分析項目之介紹僅限上述各項，其分析方法如下：

(A) 碳生化需氧量：(Carbonaceous Biochemical Oxygen Demand)

依照 Standard Method⁽⁹⁾，以稀釋法將標準 300 ml BOD 瓶放置恒溫箱 (20°C)，測定 BOD₈ 與 BOD₅ 之值，利用 Thomas Method⁽⁹⁾ 來計算 K 值 (Decay Rate) 及最終碳生化需氧量 (Ultimate CBOD) La。

e.g. 中國石棉廢水水樣放 (67. 4. 28)

t (day)	3	5
y (mg/l)	88	1/2
(t/y) ^{1/3}	0.327	0.358
$K' = 2.61 \times \frac{0.0155}{0.280} = 0.144$ (10 base)		
$K = 2.303 \times 0.144 = 0.33$ (e base)		
$La = \frac{112}{1 - e^{-5 \times 0.33}} = 139$ (mg/l)		



本研究地區根據調查資料顯示，廢水排放後約 0.8 天即流出大厝圳之終點。故實驗室所得之 BOD₈ 資料可視為碳生化需氧量，單位 mg/l，20°C。

(B) 氮生化需氧量 (Nitrogenous Biochemical Oxygen Demand)

以全氮量測定法⁽¹⁰⁾ 求得總凱氏氮，TKN，(Total Kjeldahl Nitrogen)、再利用公式 $NBOD = 4.57 \times TKN$ 來計算氮生化需氧量，單位 mg/l。公式由來為氧化 14 克 TKN 需要 64 克氧。

(C) 溶解氧 (Dissolved Oxygen)

依照 Standard Method 之碘定量之疊氮化物修正法 (Azide Modification of Iodometric

Method) 來測定水中之溶氧量。單位 mg/l。

(D) 鈣離子 (Calcium Ion)

以原子吸光儀 (Atomic Absorption Spectrophotometer) 測定。單位 mg/l。

(E) 鎂離子 (Magnesium Ion)

以原子吸光儀測定。單位 mg/l。

(F) 鈉離子 (Sodium Ion)

以原子吸光儀測定。單位 mg/l。

(G) 電導度 (Electrical Conductivity)

以直讀式電導度計測定。單位 micromhos/cm, 25°C。

四、水質模式之理論與應用

本研究所用之水質模式是一維模式 (One-Dimensional Model)，用以模擬水質參數之斷面平均濃度在水流方向的分佈。模擬之水質參數包括 CBOD, NBOD, DO 和保存性物質。模式中之數值積分 (Numerical Integration) 採用隱蔽性 (Implicit Scheme) 之有限差分法 (Finite-Difference Method)。茲將整個模式之理論，數值解析及參數模擬與估算之方法分別敘述於下列各節。

1. 基本方程式

本模式是以一維方程式來敘述水體 (Water Body) 中溶解性 (Dissolve) 或懸浮性 (Suspended) 物質質量平衡 (Mass-Balance) 之關係。

$$\frac{\partial}{\partial t}(AC) + \frac{\partial}{\partial x}(QC) = \frac{\partial}{\partial x}(EA \frac{\partial C}{\partial x}) + A \cdot Se + A \cdot Si \dots \dots \dots (1)$$

上式中：t = 時間

x = 水流方向之距離

A = 斷面積

Q = 流量

C = 溶解性或懸浮性物質之濃度

E = 延散係數 (Dispersion Coefficient)

Se = 單位時間內通過邊界流入或流出之質量

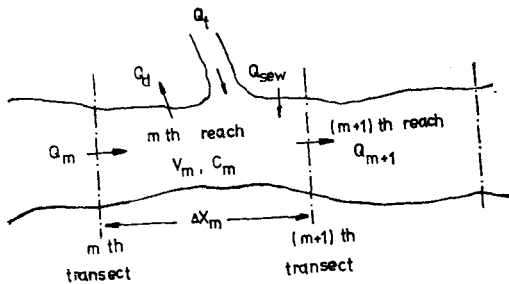
Si = 某一物質因生化作用而引起之質量增加或減少率

(1) 式中等號左邊第二項代表水中物質因水流動而運送。等號右邊第一項代表物質因水之亂流 (Turbulence) 和剪力流 (Shear Flow) 而延

散。此兩項代表流場 (Flow field) 中之物理輸送程序，故所代表之數學式不因考慮的物質不同而異。最末兩項表示外來增加或減少之量與水中生化作用之變化量，故依其物質不同而需用不同的數學式來代表。

2. 有限差分近似法 (Finite Difference Approximation)

爲了利於數值計算，(1)式必須改寫成有限差分式。首先需要將水體劃分成許多體素 (Volume Element)，稱之爲「小段」(Reach)，小段與小段之間之橫切面 (Transect) 與水之流向相垂直。然後再將(1)式依每小段對 x 積分。茲考慮水體之第 m 小段，其邊界爲第 m 與第 $m+1$ 橫切面。如下圖所示：



$$\frac{\partial C_m}{\partial t} = \frac{Q_m}{V_m} (C_m^* - C_m) - \frac{Q_{m+1}}{V_m} (C_{m+1}^* - C_m) + \frac{1}{V_m} \left(EA \frac{\partial C}{\partial x} \right)_{m+1} - \frac{1}{V_m} \left(EA \frac{\partial C}{\partial x} \right)_m + Se_m + Si_m - \frac{1}{V_m} \cdot Q_s \cdot C_m \dots \dots \dots (4)$$

在適當的初值 (Initial Values) 與邊界條件 (Boundary conditions) 下，可將(4)式對時間積分，而得到水體中每小段濃度隨時間之變化。利用電腦解析時，是把方程式在一連串的有限時距 (Finite interval) 中加以數值積分。每一時間增量 (Time Increment) 的積分時，各箇參數

在此小段中(1)式對 x 積分，得下列方程式。

$$\frac{\partial}{\partial t} (C_m V_m) = Q_m C_m^* - Q_{m+1} C_{m+1}^* + \left(EA \frac{\partial C}{\partial x} \right)_{m+1} - \left(EA \frac{\partial C}{\partial x} \right)_m + Se_m \cdot V_m + Si_m \cdot V_m \dots \dots (2)$$

上式中： C_m = 第 m 段整箇水體之平均濃度

V_m = 第 m 段之體積

Q_m = 流經第 m 橫切面之流量

C_m^* = 流經第 m 橫切面之水的濃度

$\left(EA \frac{\partial C}{\partial x} \right)_m$ = 經由第 m 橫切面之延散通量 (Dispersive Flux)

$Se_m \cdot V_m$ = 單位時間內通過邊界流入或流出此小段之物質總量

$Si_m \cdot V_m$ = 單位時間內此小段因生化反應而增加或減少之物質總量

水體體積對時間之變率，可以下式表示：

$$\frac{\partial V_m}{\partial t} = Q_m - Q_{m+1} + Q_s \dots \dots \dots (3)$$

(3)式中 Q_s 是側方向之淨流入量，包括天然支流， Q_d ，下水道或其他污水來源， Q_{sew} ，與分水流流出量， Q_d 。

將(3)式代入(2)式，所得方程式除以 V_m ，則

如流量、延散係數等，應取在此時距間的代表值。本模式利用隱蔽體系 (Implicit Scheme) 有限差分法，故(4)式等號右邊之項以時間增量前後之濃度和參數表示之。

(4)式以有限差分式表示如下：

$$\frac{C'_m - C_m}{\Delta t} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{Q'_m}{V'_m} (C_{m+1}^* - C'_m) + \frac{Q_m}{V_m} (C_m^* - C_m) \right\} - \frac{1}{2} \left\{ \frac{Q'_{m+1}}{V'_m} (C_{m+1}^* - C'_m) + \frac{Q_{m+1}}{V_m} (C_{m+1}^* - C_m) \right\} + \frac{E'_{m+1} A'_{m+1}}{V'_m} \frac{C_{m+1} - C'_m}{\Delta x_m + \Delta x_{m+1}} + \frac{E_{m+1} A_{m+1}}{V'_m} \frac{C_{m+1} - C_m}{\Delta x_m + \Delta x_{m+1}} - \left(\frac{E'_m A'_m}{V'_m} \frac{C'_m - C'_{m-1}}{\Delta x_m + \Delta x_{m-1}} \right)$$

$$+ \frac{E_m A_m}{V_m} \frac{C_m - C_{m-1}}{\Delta x_m + \Delta x_{m-1}}) + Se_m + Si_m - \frac{1}{V_m} Q_s C_m \dots \dots \dots (5)$$

上式中， Δt 為時間增量，有“'”註標的變數代表在一時距後之數值。沒有“'”註標的變數代表時距前之數值。“—”代表在一時距中之平均值。

流經第m橫切面之濃度 C_m^* ，其計算是採用相鄰兩段濃度 C_{m-1} ， C_m ，之加權平均值。

$$C_m^* = \alpha C_{m-1} + (1-\alpha) C_m \dots \dots \dots (6)$$

$$C_m^* = \alpha C'_{m-1} + (1-\alpha) C'_m \dots \dots \dots (7)$$

上式中之加權因子 (Weighting Factor)， α 是依流經橫切面之流向而定。本研究之水流方向為單向， $Q > 0$ ，故採用 α 值之範圍為 $0.5 \leq \alpha \leq 1.0$ 。
○ 同理

$$C_{m+1}^* = \alpha_2 C_{m+1} + (1-\alpha_2) C_m \dots \dots \dots (8)$$

$$C_{m+1}^{*'} = \alpha_2 C'_{m+1} + (1-\alpha_2) C'_m \dots \dots \dots (9)$$

α_2 值之範圍為 $0 \leq \alpha_2 \leq 0.5$

將(6)、(7)、(8)、(9)式代入(5)式，得一方程式為

$$\begin{aligned} C'_m - C_m = & \frac{\Delta t}{2} \left\{ \frac{Q'_m}{V'_m} \alpha (C'_{m-1} - C'_m) + \frac{Q_m}{V_m} \alpha (C_{m-1} - C_m) \right\} \\ & - \frac{\Delta t}{2} \left\{ \frac{Q'_{m+1}}{V'_m} \alpha_2 (C'_{m+1} - C'_m) + \frac{Q_{m+1}}{V_m} \alpha_2 (C_{m+1} - C_m) \right\} \\ & + \frac{E'_{m+1} A'_{m+1}}{V'_m} \frac{\Delta t}{\Delta x_m + \Delta x_{m+1}} (C'_{m+1} - C'_m) \\ & + \frac{E_{m+1} \cdot A_{m+1}}{V_m} \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x_m + \Delta x_{m+1}} (C_{m+1} - C_m) \\ & - \frac{E'_m \cdot A'_m}{V'_m} \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x_m + \Delta x_{m-1}} (C'_m - C'_{m-1}) - \frac{E_m \cdot A_m}{V_m} \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x_m + \Delta x_{m-1}} (C_m - C_{m-1}) \\ & + \Delta t (Se_m + Si_m) - \frac{\Delta t}{V_m} Q_s C_m \dots \dots \dots (10) \end{aligned}$$

令：

$$(ADV)_m = \frac{\Delta t}{2} \cdot \frac{(AC)_m}{V_m}$$

$$(ADV2)_m = \frac{\Delta t}{2} \cdot \frac{(AC)_{m+1}}{V_m}$$

$$(DIF)_m = \frac{\Delta t}{\Delta x_m + \Delta x_{m-1}} \cdot \frac{E_m \cdot A_m}{V_m}$$

$$(DIF2)_m = \frac{\Delta t}{\Delta x_m + \Delta x_{m+1}} \cdot \frac{E_{m+1} \cdot A_{m+1}}{V_m}$$

$$Q_m = (AC)_m \cdot U_m$$

$$Q_{m+1} = (AC)_{m+1} \cdot U_{m+1}$$

U_m = 断面平均水流流速

$(AC)_m$ = 通水之斷面積

(10)式中，具有“'”註標之變數亦予相同之假設，代入(10)式，則：

$$\begin{aligned} & C'_m (1 - \alpha_2 \cdot U'_{m+1} \cdot ADV2'_m + \alpha \cdot U'_m \cdot ADV'_m + DIF'_m + DIF2'_m) \\ & - C'_{m+1} (-\alpha_2 \cdot U'_{m+1} \cdot ADV2'_m + DIF2'_m) + C'_{m-1} (\alpha \cdot U'_m \cdot ADV'_m + DIF'_m) \\ & + C_m (1 + \alpha_2 \cdot U_{m+1} \cdot ADV2_m - \alpha \cdot U_m \cdot ADV_m - DIF2_m - DIF_m) \\ & + C_{m+1} (-\alpha_2 \cdot U_{m+1} \cdot ADV2_m + DIF2_m) + C_{m-1} (\alpha \cdot U_m \cdot ADV_m + DIF_m) \\ & + \Delta t (Se_m + Si_m) - \frac{\Delta t}{V_m} Q_s \cdot C_m \dots \dots \dots (11) \end{aligned}$$

(1)式再加以簡化成：

$$(1+COE_m)C'_m = COE2_m \cdot C'_{m+1} + COE1_m \cdot C'_{m-1} + CON_m \cdot C_m + CON2_m \cdot C_{m+1} + CON1_m \cdot C_{m-1} + \Delta t(\overline{Se}_m + \overline{Si}_m) - \frac{\Delta t}{V_m} \cdot Q_s \cdot C_m \dots\dots\dots (12)$$

(2)式中：

$$COE_m = \alpha \cdot U'_m \cdot ADV'_m - \alpha_2 \cdot U'_{m+1} \cdot ADV'_{2m} + DIF'_m + DIF'_{2m}$$

$$COE1_m = \alpha \cdot U'_m \cdot ADV'_m + DIF'_m$$

$$COE2_m = -\alpha_2 \cdot U'_{m+1} \cdot ADV'_{2m} + DIF'_{2m}$$

$$CON_m = 1 - \alpha \cdot U_m \cdot ADV_m + \alpha_2 \cdot U_{m-1} \cdot ADV_{2m} - DIF_m - DIF_{2m}$$

$$CON1_m = \alpha \cdot U_m \cdot ADV_m + DIF_m$$

$$CON2_m = -\alpha_2 \cdot U_{m+1} \cdot ADV_{2m} + DIF_{2m}$$

側方向之流入量， Q_s ，可寫成

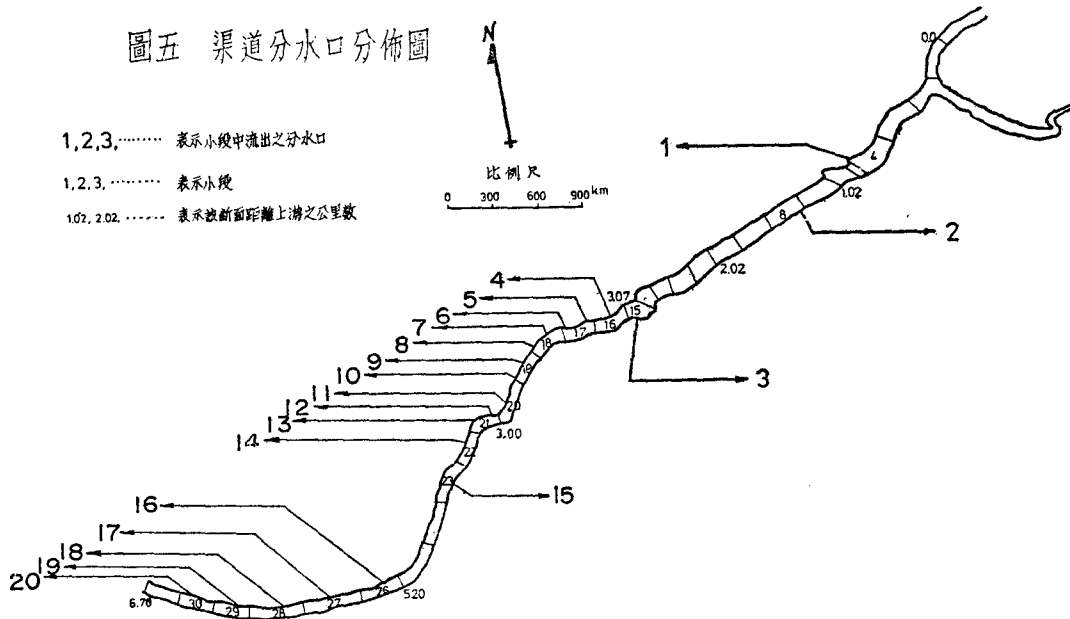
$$Q_s = Q_t + Q_{s.w} - Q_d$$

上式中， Q_t 為天然逕流如支流之流量， $Q_{s.w}$ 為下水道或其他污水來源之流量， Q_d 為分水量如

引水灌溉等（圖五）。則(12)式最後一項，改寫為：

$$\frac{\Delta t}{V_m} (Q_t + Q_{s.w} - Q_d) C_m$$

圖五 渠道分水口分佈圖



而 \overline{Se}_m ， \overline{Si}_m 兩項之數學式，則依不同之水質參數而變。於下節中，吾人可知所有 Se 與 Si 項之數學表示法皆為代數函數 (Algebraic Function)，並不需以有限差分式表示。為了避免額外的未知因子傳入有限差分方程式中， \overline{Se} 與 \overline{Si} 的數學式中，除了被考慮的水質參數以時距前後濃度平均值代表以外，其他水質參數以時距前之濃度

表示之。則(12)式，可寫成：

$$C'_m = a_m C'_{m+1} + b_m C'_{m-1} + c_m \dots\dots\dots (13)$$

式中：

$$a_m = COE2_m / (1 + COE_m + \frac{\Delta t}{2} K)$$

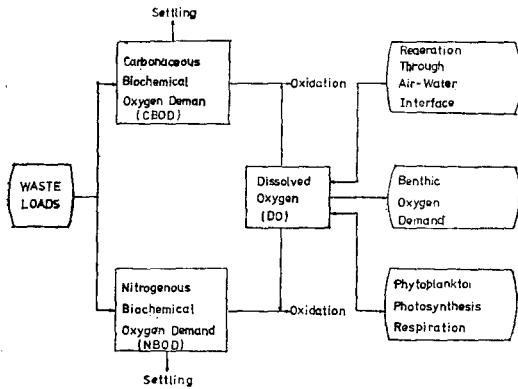
$$b_m = COE1_m / (1 + COE_m + \frac{\Delta t}{2} K)$$

$$c_m = \{C_m (CON_m - \frac{\Delta t}{2} K - \frac{Q_i + Q_{s.e.v} - Q_d}{V_m} \cdot \Delta t) + C_{m+1} \cdot CON2_m + C_{m-1} \cdot CON1_m + \Delta t (Se_m^* + Si_m^*)\} / (1 + COE_m + \frac{\Delta t}{2} K)$$

$$\overline{Se}_m + \overline{Si}_m = Se_m^* + Si_m^* - K (C_m + C'_m) / 2 \dots\dots\dots(14)$$

(14)式中，Se+Si 項分成兩項，一為參數濃度平均項，一為其剩餘量。

3.模式應用於 CBOD-NBOD-DO 等水質參數
 水中溶解氧為重要的水質參數之一，本模式以模擬溶解氧為主，水體中溶解氧 (D.O) 主要受 (1)生化需氧物質 (BOD) 之氧化。(2)水面與空氣之曝氣 (Reaeration) (3)河床底棲污泥需氧量 (Benthic Oxygen Demand)。(4)綠色植物光合作用 (Photosynthesis)，呼吸作用 (Respiration)。



圖六 Kinematics of CBOD-NBOD-DO mathematical model.

等諸因子之影響。由於碳生化需氧量 (CBOD) 與氮生化需氧量 (NBOD) 各具不同之衰退率 (Decay Rate)，在本模式中分別模擬。圖六顯示上述諸因子彼此間之關係，圖中每一方格為模式模擬之參數，括號中為程式所用之名稱，箭號則表示外來或內部所造成之來源 (或消耗)。

本模式亦可單獨模擬鹽分或其他保存性物質。茲將模式中質量平衡方程式應用於不同參數時，Se, Si 項之數學表示法介紹如下：

(A)碳生化需氧量 (CBOD)，單位 mg/l。

$$Se = \frac{W_b}{V} - K_{e.s} \cdot CBOD - \frac{Q_d}{V} \cdot CBOD$$

上式中，W_b 是由定點來源 (Point Source) 與非定點來源 (Non-point Source) 之污水負荷量，包括隨著 Q_i 和 Q_{s.e.v} 流入之 CBOD，K_{e.s} 是沉降率 (Settling Rate)。V 為水體體積，最末一項代表隨著分水量 Q_d 而流出之 CBOD。

$$Si = -K_e \cdot CBOD$$

此式中，K_e 為 CBOD 之氧化速率 (Oxidation Rte)，將以上二式代入(14)式，則：

$$\overline{Se}_m + \overline{Si}_m = \frac{W_b}{V_m} - K_{e.s} \cdot (CBOD_m + CBOD'_m) / 2 - K_e \cdot (CBOD_m + CBOD'_m) / 2 - \frac{Q_d}{V_m} \cdot CBOD_m$$

(13)式可寫成：

$$CBOD'_m = a_m \cdot CBOD_{m+1} + b_m \cdot CBOD'_{m-1} + c_m \dots\dots\dots(13a)$$

$$a_m = COE2_m / (1 + COE_m + \frac{\Delta t}{2} (K_e + K_{e.s}))$$

$$b_m = COE1_m / (1 + COE_m + \frac{\Delta t}{2} (K_e + K_{e.s}))$$

$$c_m = \{CBOD_m (CON_m - \frac{\Delta t}{2} (K_e + K_{e.s})) - \frac{Q_i + Q_{s.e.v}}{V_m} \cdot \Delta t + CBOD_{m+1} \cdot CON2_m + CBOD_{m-1} \cdot CON1_m + \frac{W_b}{V_m} \cdot \Delta t\} / (1 + COE_m + \frac{\Delta t}{2} (K_e + K_{e.s}))$$

(B)氮生化需氧量 (NBOD)，單位 mg/l。

$$Se = \frac{W_N}{V} - K_{N.s} \cdot NBOD - \frac{Q_d}{V} \cdot NBOD$$

$$Si = -K_N \cdot NBOD$$

上式中，W_N 是由定點與非定點來源之污水負荷量，K_{N.s} 為沉降率。最末一項為流出之 NBOD。

此式中，K_N 為 NBOD 之氧化速率。將以上二式，代入(14)式，則：

$$\overline{Se}_m + \overline{Si}_m = \frac{W_N}{V_m} - K_{Ns} \cdot (NBOD_m + NBOD'_m) / 2 - K_N (NBOD_m + NBOD'_m) / 2 - \frac{Q_d}{V_m} \cdot NBOD_m$$

(3)式，可寫成：

$$NBOD'_m = a_m \cdot NBOD'_{m+1} + b_m \cdot NBOD'_{m-1} + c_m \dots \dots \dots (13b)$$

上式中： $a_m = COE2_m / (1 + COE_m + \frac{\Delta t}{2} (K_N + K_{Ns}))$

$b_m = COE1_m / (1 + COE_m + \frac{\Delta t}{2} (K_N + K_{Ns}))$

$c_m = \{ NBOD_m (CON_m - \frac{\Delta t}{2} (K_N + K_{Ns})) - \frac{Q_1 + Q_{s, \text{flow}}}{V_m} \Delta t \} + NBOD_{m+1} \cdot CON2_m$
 $+ NBOD_{m-1} \cdot CON1_m + \frac{W_N}{V_m} \cdot \Delta t \} / (1 + COE_m + \frac{\Delta t}{2} (K_N + K_{Ns}))$

(C)溶解氧 (D. O.) 單位 mg/l

$$S_s = K_2(DO_s - DO) - BEN + \frac{W_d}{V} - \frac{Q_d}{V} \cdot DO$$

上式中， K_2 為再曝氣速率 (Reaeration Rate)， DO_s 是飽和溶解氧之濃度， BEN 是底棲污泥需氧量， W_d 為支流與污水來源之溶氧量，最末一項為流出之 DO 。

又 $Si = -K_c \cdot CBOD - K_N \cdot NBOD + PHOTO$ 前兩項表示氧化 $CBOD$ 與 $NBOD$ 所需之氧量，後一項為綠色植物行光合作用與呼吸作用後剩餘之氧量。將以上二式，代入(4)式，則：

$$\overline{Se}_m + \overline{Si}_m = K_2 \cdot [DO_s - \frac{1}{2} (DO_m + DO'_m)] - BEN_m + \frac{W_d}{V_m} - \frac{Q_d}{V_m} \cdot DO_m$$

$$- K_c \cdot CBOD_m - K_N \cdot NBOD_m + PHOTO_m$$

(3)式可寫成：

$$DO'_m = a_m \cdot DO'_{m+1} + b_m \cdot DO'_{m-1} + c_m \dots \dots \dots (13c)$$

上式中： $a_m = COE2_m / (1 + COE_m + \frac{\Delta t}{2} K_2)$

$b_m = COE1_m / (1 + COE_m + \frac{\Delta t}{2} K_2)$

$c_m = \{ DO_m (CON_m - \frac{\Delta t}{2} K_2 - \frac{Q_1 + Q_{s, \text{flow}}}{V_m} \cdot \Delta t) + DO_{m+1} \cdot CON2_m + DO_{m-1} \cdot CON1_m$
 $+ \Delta t \cdot (K_2 \cdot DO_s - BEN_m + \frac{W_d}{V_m} - K_c \cdot CBOD_m$
 $- K_N \cdot NBOD_m + PHOTO_m) \} / (1 + COE_m + \frac{\Delta t}{2} K_2)$

(d)保存性物質，(S)，單位 mg/l。

平均值， K_s 為沉降率，最末一項代表隨分水量流出之 S 。

$$Se = \frac{W_s}{V} - K_s \cdot S - \frac{Q_d}{V} \cdot S$$

又 $Si = 0$

上式中， W_s 為污染物來源單位時間排放量之

將以上二式，代入(4)式，則：

$$\overline{Se}_m + \overline{Si}_m = \frac{W_s}{V_m} - K_s (S_m + S'_m) / 2 - \frac{Q_d}{V_m} \cdot S_m$$

(3)式可寫成：

$$S'_m = a_m \cdot S'_{m+1} + b_m \cdot S'_{m-1} + c_m \dots \dots \dots (13d)$$

$$\text{上式中: } a_m = \text{COE}2_m / (1 + \text{COE}m + \frac{\Delta t}{2} \cdot K_s)$$

$$b_m = \text{COE}1_m / (1 + \text{COE}m + \frac{\Delta t}{2} \cdot K_s)$$

$$c_m = \{ S_m (\text{CON}m - \frac{\Delta t}{2} \cdot K_s - \frac{Q_s + Q_{s \cdot \sigma}}{2} \cdot \Delta t) + S_{m+1} \cdot \text{CON}2_m + S_{m-1} \cdot \text{CON}1_m + \frac{W_m \cdot \sigma_m}{V_m} \cdot \Delta t \} / (1 + \text{COE}m + \frac{\Delta t}{2} K_s)$$

4. 解析之方法

由於運送與延散作用，使水體中每一小段濃度受到其相鄰兩小段濃度之影響。這種相互之關係可由(3)式得到證明。因此單一方程式無法求出某一小段在某時距後之濃度，必須將各小段之方程式聯立，構成一組聯立方程式，以解出每小段之濃度。

假設劃分水體為 N 箇小段，吾人可寫出 (N-2) 箇如(3)式之方程式，m=ML+1 至 m=MU-1，此處，第 ML 與第 MU 分別為最上游與最下游之小段。(N-2) 箇方程式解 N 箇未知數時，需要兩箇邊界條件才能解出，模式數值計算之操作程序是利用適當之邊界條件，和 t₀ 時之初值濃度，來計算 t₀+Δt 時各小段之濃度。再以 t₀+Δt 時之濃度為初值條件，計算 t₀+2Δt 時之濃度。以此類推，在每一時間增量為 Δt 之計算循環中，以高氏消去法解 (N-2) 箇聯立方程式。

上游邊界條件 C'_{ML} 已知，設 m=ML+1，由(3)式，C'_{ML+1} 可以 C'_{ML+2} 表示，則

$$C'_{ML+1} = a_{ML+1} \cdot C'_{ML+2} + b_{ML+1} \cdot C'_{ML} + C_{ML+1} \dots \dots \dots (15)$$

上式中，等號右邊各項，只有 C'_{ML+2} 為未知數，同理(3)式中，令 m=ML+2 並以(15)式代入 C'_{ML+1} 項，則 C'_{ML+2} 可以 C'_{ML+3} 來表示。通常有一關係式存在：

$$C'_m = P_m C'_{m+1} + O_m \dots \dots \dots (16)$$

P_m, O_m 為循環係數 (Recursion Coefficient) 可由上游邊界條件 C'_{ML} 求出。當上式之註標為 m-1 時，則(16)式為：

$$C'_{m-1} = P_{m-1} C'_m + O_{m-1}$$

將 C'_{m-1} 代入(3)式，則：

$$C'_m = a_m \cdot C'_{m+1} + b_m (P_{m-1} C'_m + O_{m-1}) + c_m$$

$$\text{或 } C'_m = \frac{a_m}{1 - b_m \cdot P_{m-1}} C'_{m+1} + \frac{b_m O_{m-1} + c_m}{1 - b_m \cdot P_{m-1}} \quad (17)$$

比較(16)，(17)式可得下列結果：

$$\left. \begin{aligned} P_m &= \frac{a_m}{1 - b_m \cdot P_{m-1}} \\ O_m &= \frac{b_m \cdot O_{m-1} + c_m}{1 - b_m \cdot P_{m-1}} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (18)$$

又 C'_{ML} 已知，令 m=ML+1，比較(15)，(16)式得一關係式：

$$\begin{aligned} P_{ML+1} &= a_{ML+1} \\ O_{ML+1} &= b_{ML+1} \cdot C'_{ML} + C_{ML+1} \end{aligned}$$

將上式代入(18)式，則：

$$P_{ML} = 0, O_{ML} = C'_{ML}$$

總結，循環係數與方程式之關係式如下：

$$\begin{aligned} P_{ML} &= 0, O_{ML} = C'_{ML} \\ \left. \begin{aligned} P_m &= \frac{a_m}{1 - b_m \cdot P_{m-1}} \\ O_m &= \frac{c_m + b_m \cdot O_{m-1}}{1 - b_m \cdot P_{m-1}} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (18) \end{aligned}$$

$$\text{且 } C'_m = P_m C'_{m+1} + O_m \dots \dots \dots (16)$$

此處，m=ML+1, ML+2, ……MU-1

綜上所述，數值之計算過程為(1)由上游邊界條件 C'_{ML}，令 m=ML+1, ML+2, ……MU-1，重複利用(18)式，求出 P_m, O_m 值。(2)將下游邊界條件 C'_{MU} 代入(16)式，由下游往上游計算各小段之濃度。

5. 物理性參數之估算

(A) 水力參數 (Hydraulic Parameters) —— 流量 Q，流速 U，水深 h，斷面積 A。

利用質量平衡方程式(1)或它的有限差分式(5)來演算水質參數之濃度時，需要渠道中之流量，水流速度，水深及斷面積等為已知參數。本模式假定最

上游流量，側流量及渠道斷面之幾何形狀為已知的輸入數據，利用水力學模式，根據連續及運動方程

式計算渠道各斷面之水深、流量，通水斷面積及流速等，一維連續與運動方程式可以寫成：

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q \dots\dots\dots (19)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{A} \right) = -gA \frac{\partial H}{\partial x} - gn^2 \frac{Q}{A} |Q| R^{-\frac{4}{3}} + q \cdot u_s \dots\dots\dots (20)$$

式中： g = 重力加速度
 H = 水面高度
 n = 曼寧糙率係數
 R = 水力半徑
 u_s = 側流量在流入或流出渠道時沿

渠道主軸方向之速度分量
 q = 單位渠道長度之側流量
 在穩定流 (Steady Flow) 之狀況下，方程式(19)之第一項等於零。可直接積分計算各斷面之流量，又方程式(19)(20)，可合成

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{n^2}{2g} \right) = - \frac{\partial H}{\partial x} - n^2 u |u| R^{-\frac{4}{3}} + \frac{1}{gA} q (u_s - u) \dots\dots\dots (21)$$

式中， $u = \frac{Q}{A}$ 為斷面平均流速，(21)式可寫成：

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(Z + h + \frac{u^2}{2g} \right) = -n^2 u |u| R^{-\frac{4}{3}} + \frac{1}{gA} q (u_s - u) \dots\dots\dots (22)$$

式中， h 為水深， z 為渠道底至基準面之高度。當 $q < 0$ 時，意即自渠道引水出去時，假設流出水量原有之能量隨著流出，所以 $u_s = u$ ，(22)式之最末一項等於零。

來模擬渠道之斷面，利用底寬和左右側坡等三箇參數代表斷面之幾何形狀，所以(22)式中之斷面積 A ，水力半徑 R 可以寫成水深 h 之函數。將(22)式自渠道之第 m 橫切面積積分至第 $m+1$ 橫切面，吾人可得下式：

$$\left(Z_{m+1} + h_{m+1} + \frac{u_{m+1}^2}{2g} \right) - \left(Z_m + h_m + \frac{u_m^2}{2g} \right) = - \frac{1}{2} \left(n^2 u_{m+1} |u_{m+1}| R_{m+1}^{-\frac{4}{3}} + n^2 u_m |u_m| R_m^{-\frac{4}{3}} \right) \cdot \Delta x_m + \frac{1}{gA} (Q_{m+1} - Q_m) \left(u_s - \frac{u_m + u_{m+1}}{2} \right) \dots\dots\dots (23)$$

$$\text{或： } E_m = E_{m+1} + \frac{1}{2} (Sf_m + Sf_{m+1}) - \frac{1}{gA} (Q_{m+1} - Q_m) \left(u_s - \frac{u_m + u_{m+1}}{2} \right) \dots\dots\dots (24)$$

式中： $E = Z + h + \frac{u^2}{2g}$
 $Sf = n^2 u |u| R^{-\frac{4}{3}} \cdot \Delta x$
 $\bar{A} = \frac{1}{2} (A_m + A_{m+1})$

$Q_m = Q_{m+1}$ ，利用曼寧公式算得 H_m 。
 $H_m = H_{m+1} + n^2 u_{m+1} |u_{m+1}| R_{m+1}^{-\frac{4}{3}} \cdot \Delta x_m$
 由此得到 h_m ， A_m ， u_m ， R_m 等參數，代入方程式(24)中計算上游斷面之能量 E_m ，並與 $Z_m + \frac{u_m^2}{2g}$ 比較，如兩值相差超過某一預定容忍值，則改正 h_m (或 H_m) 之值，再重新利用方程式(24)演算 E_m ，如此一直試到由方程式(24)所得之 E_m 與 $Z_m + \frac{u_m^2}{2g}$ 之差小於容忍值為止，即得解答 h_m 。在重複演算時，每次 h_m 之校正值以下式估算⁽¹¹⁾：

利用數值解法解方程式(24)時，下游邊界條件為最下游斷面或渠道中水工構造物之流量與水深關係函數。由已知流量，利用此函數算得該控制斷面之水深，然後利用(23)式演算緊接上游斷面之水深，通水面積，流速等，以此類推，逐次往上游演算各斷面之水深。所以方程式(23)中 h_{m+1} 為已知數， h_m 為未知數， A_m ， u_m ， R_m ，等為 h_m 之函數。本模式利用試誤法解之，首先假設沒有側流量 (即

$$\Delta h_m = \frac{E_m - \left(Z_m + h_m + \frac{u_m^2}{2g} \right)}{1 - Fr^2 + \frac{3Sf_m \cdot \Delta x_m}{2R_m} + \frac{(Q_{m+1} - Q_m) u_m}{2gR_m A}}$$

式中： $Fr = \frac{u_m^2}{g \frac{A_m}{B_m}}$ ， B_m 為水面寬。

(B) 延散係數 (Dispersion Coefficient) E ：影響水流方向延散作用之主要因子為紊流擴散 (Turbulent diffusion) 與剪力流 (Shear flow)。在天然河川或明渠之延散係數，以下式表示⁽¹³⁾：(Elder, 1959)

$$E = 5.9RU_* \dots \dots \dots (25)$$

上式中： R = 水力半徑，寬淺之水體可以水深 h 代之。

U_* = 剪速

又剪速與曼寧摩擦係數 (Manning Friction Coefficient) 之關係為：

$$U_* = \sqrt{gSfR} = g^{\frac{1}{2}} n R^{-\frac{1}{6}} \cdot U \text{ (公制)}$$

$$\therefore E = 18.47n R^{\frac{5}{6}} U \text{ (m}^2/\text{sec)} \dots \dots \dots (26)$$

6. 生化參數 (Biochemical Parameters) 與速率常數 (Rate Constants) 之估算：

本模式中之生化參數與速率常數之決定有下列三種方法：

- (1) 由經驗或半經驗公式計算
- (2) 現場資料
- (3) 模式校正

大多數之速率常數，採用文獻資料之平均值，再經模式校正而得之。

(A) 再曝氣係數 (Reaeration Coefficient),

K_2 ：

一般常用者為 O'Connor 與 Dobbins (1956)

⁽¹³⁾ 由理論導出之公式：

$$(K_2)_{20} = \frac{(D_0 \cdot U)^{\frac{1}{2}}}{ha^{\frac{3}{2}}} \dots \dots \dots (27)$$

上式中： D_0 = 水中氧分子之擴散係數 (Diffusion Coef.)

U = 斷面之平均流速

ha = 平均水深

$(K_2)_{20}$ = 20°C 之再曝氣係數

再曝氣係數受溫度影響，必須加以校正。其公式：

$$(K_2)_T = (K_2)_{20} \times 1.024^{(T-20)} \dots \dots \dots (28)$$

式中， T 為水溫，攝氏 °C。式(28)所得之 K_2 值適用於水體或每小段之斷面與平均流速穩定之狀況。Edward G. Foree⁽¹⁴⁾ (1976) 對於小河流 K_2 之研究，導出一經驗公式為：

$$(K_2)_{25} = 0.30 + 0.19 S_0^2 \dots \dots \dots (29)$$

上式中： $S_0 = \frac{\Delta Z}{L}$

ΔZ = 高度之變化量

L = 長度

S_0 = 每小段水體之平均坡度

$(K_2)_{25}$ = 25°C 之再曝氣係數， e 為底。

其溫度校正公式為：

$$(K_2)_T = (K_2)_{25} \times 1.022^{(T-25)} \dots \dots \dots (30)$$

吾人分別將兩種不同之公式代入模式演算以比較其適用性。若水體有小型攔水堰 (Weir) 或埧 (Dam) 存在。在此水工構造物之上下游，溶解氧會改變必須加以修正。其關係如下⁽¹⁴⁾：(Edward, 1976)

$$R = e^{0.02 \times \Delta H} \dots \dots \dots (31)$$

上式中： $R = \frac{DO_s - DO_u}{DO_s - DO_d}$

DO_s = 飽和溶氧量，單位 mg/l

DO_u = 上游之溶氧量，單位 mg/l

DO_d = 下游之溶氧量，單位 mg/l

ΔH = 上下游水面差，單位 m。

(B) 飽和溶氧量， DO_s ：

水中之飽和溶氧量受溫度與鹽分濃度的影響，由 Carritt 與 Green (1967)⁽¹⁵⁾ 之水中氧之飽和濃度表，以最小二乘法 (Least-Square Method) 得到一多項式：

$$DO_s = 14.6244 - 0.367134T + 0.0044972T^2 - 0.0966S + 0.00205TS + 0.0002739S^2 \dots \dots \dots (32)$$

上式中： T = 溫度，°C

S = 鹽分濃度，‰

(C) 河床污泥需氧量，BEN：

河床污泥的性質，依流入的污染物質而異，其需氧量僅發生在污泥表面薄層部份。隨水中溶氧濃度而增加，底層為厭氧分解，產生甲烷 (CH₄) 及硫化氫 (H₂S) 等氣體而逸出，附帶沖上一部份污泥，增加需氧量，據調查結果其值為 0.048~0.126 g O₂/m²/hr⁽¹⁶⁾ 依水溫提高而增加，溫度校正利用 Thomann (1972)⁽¹⁷⁾ 氏之經驗公式：

$$(BEN)_T = (BEN)_{20} \times 1.065^{(T-20)} \dots\dots (33)$$

上式中，(BEN)₂₀ = 20°C，河床污泥需氧量

(D) 綠色植物所產生之氧量，PHOTO:

綠色植物所產生之氧量是以光合作用與呼吸作用之淨餘量來計算。光合作用所產生之氧量受陽光強度，水之濁度及植物密度之大小而變化。而植物之呼吸作用消耗水中之氧，兩種作用互相消長，假定其剩餘之氧量，單位為 mg/l/day，各小段以不同之值輸入電腦，加以校正即可得 PHOTO 值，如有實驗數據則更為理想。

(E) CBOD 之氧化速率，K_c

一般計算水體中之 K_c 值，常利用下列公式(16):

$$K_c = \frac{1}{t} \ln \frac{L_A}{L_B} \dots\dots\dots (34)$$

上式中：t = $\frac{D_{AB}}{U}$ ，水流自 A 點流至 B 點所需之時間。

D_{AB} = A, B 兩點之距離

L_A, L_B = A, B 兩點之 BOD_L 濃度

而在模式應用，則利用試誤法來校正 K_c 值，直到模式所得之 CBOD 分佈與實測數據相符合時採用之。通常 K_c 之值為 0.1~0.6/day。依據 PHELPS 與 STREETER 之研究⁽¹⁸⁾，K_c 值在 10°~37°C 間，溫度每增加 1°C，K_c 值以幾何速率 (Geometric Rate) 增加 4.7%，故必需校正，其公式如下：

$$(K_c)_T = (K_c)_{20} \times 1.047^{(T-20)} \dots\dots\dots (35)$$

上式中：(K_c)₂₀ = 20°C，CBOD 之氧化速率

(K_c)_T = T°C，CBOD 之氧化速率

T = 溫度，°C

(F) NBOD 之氧化速率，K_N

模式中 K_N 值與 K_c 值之估算法完全相同，

以模式校正而得之。一般 K_N 值為 0.05~0.5/day，其溫度校正之經驗公式如下：

$$(K_N)_T = (K_N)_{20} \times 1.02^{(T-20)} \dots\dots\dots (36)$$

上式中：(K_N)₂₀ = 20°C，NBOD 之氧化速率

(K_N)_T = T°C，NBOD 之氧化速率

T = 溫度，°C

(G) 沉降率，K_s

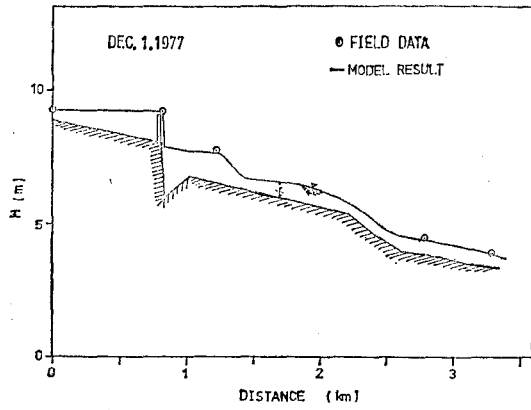
一般在沒有可靠之資料時，通常忽略沉降率。倘若需要時仍可以模式校正求得。

7. 模式驗證

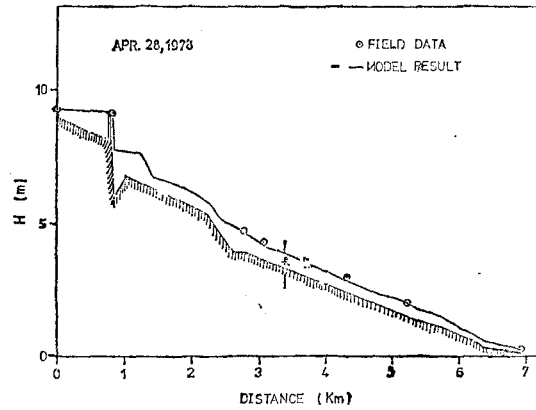
一箇水質模式之適用性必須經校正 (Calibration) 與驗證 (Verification) 後方可確定，任一水質模式都有其特殊的參數需要對應用之水體加以模式校正。校正之後的模式用來預測，並以其預測值與實測值相比較，倘若結果相符合即完成模式驗證的工作。本模式中校正的參數為水力子模式中的曼寧摩擦係數與水質模式中的生化速率常數與沉降率。

本模式利用六十六年十二月一日之實則數據來校正，水力子模式以實測流量和幾何斷面資料來計算水深與流速。圖七為模式校正之結果，水質模式中 DO-CBOD-NBOD 之校正參數為衰退率，圖九、十一、十三為校正之結果。保存性物質之校正參數為沉降率。圖十五、十七、十九、二一為校正之結果。各污染源之排放量及濃度如表二所示。

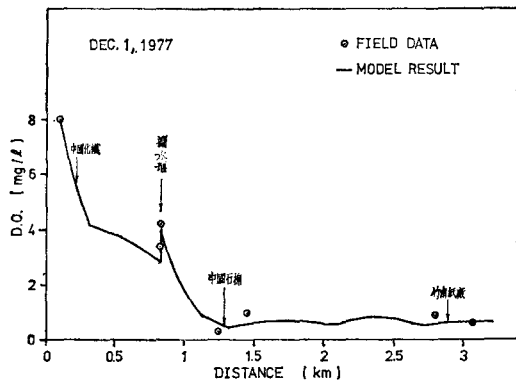
模式校正後，以六十七年四月二十八日實測數據來驗證，以實測流量、溫度、污染物來源量為輸入數據，並利用校正所得之摩擦係數與生化反應參數值來預測渠道中各種水質參數之濃度分佈，然後比較模式預測結果與實測數據。圖八為水力子模式模擬之結果。圖十、十二、十四為 DO-CBOD-NBOD 模擬之結果與實驗分析結果誤差在 10% 以內。圖十六、十八、二十、廿二為保存性物質預測結果與實測值之比較。模式結果相當理想，唯在第七、第十測站之實測值稍微偏高，此乃渠道在第七測站前穿越竹南鎮東南，在第十測站前經過港墘里，而有其他之污水如家庭廢水排入所致。



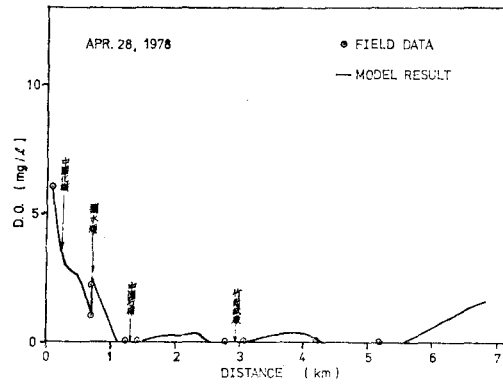
圖七 實測值水深與模式結果之比較



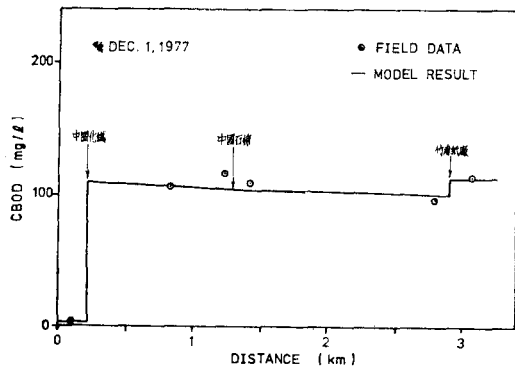
圖八 實測值水深與模式結果之比較



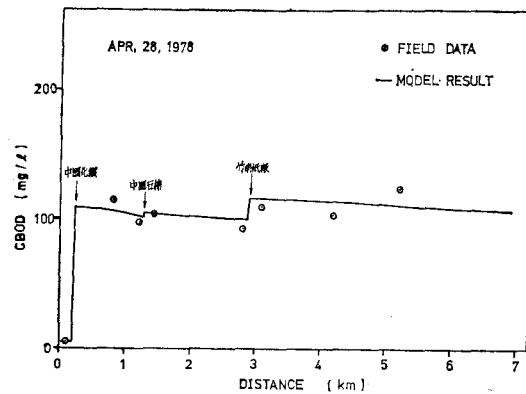
圖九 實測值溶解氧與模式結果之比較



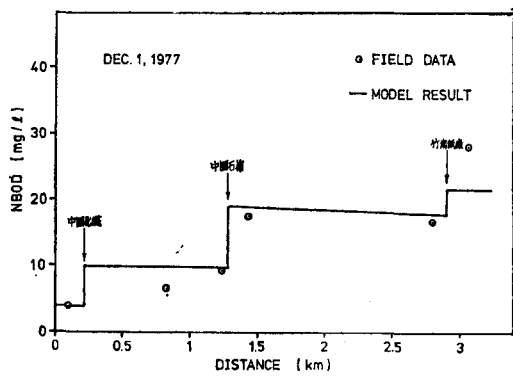
圖十 實測值溶解氧與模式結果之比較



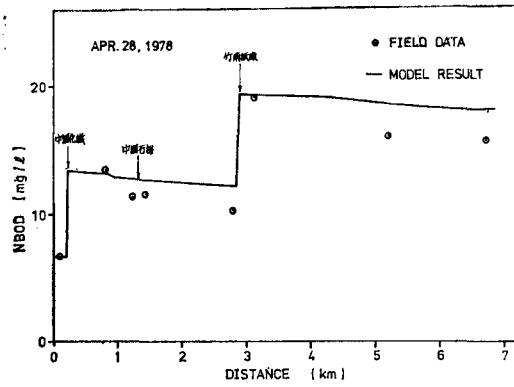
圖十一 實測值CBOD與模式結果之比較



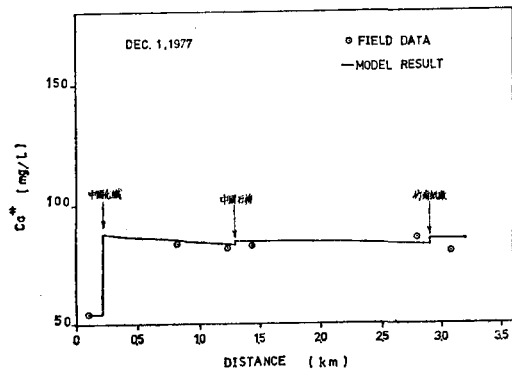
圖十二 實測值CBOD與模式結果之比較



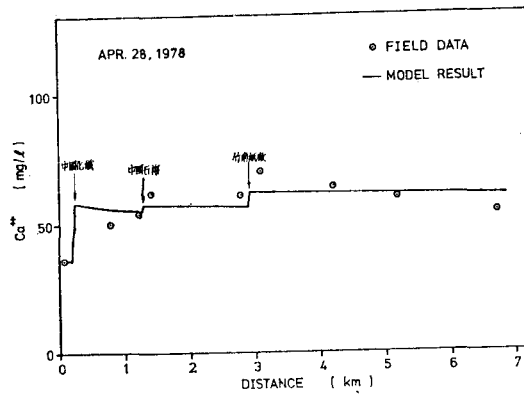
圖十三 實測值NBOD與模式結果之比較



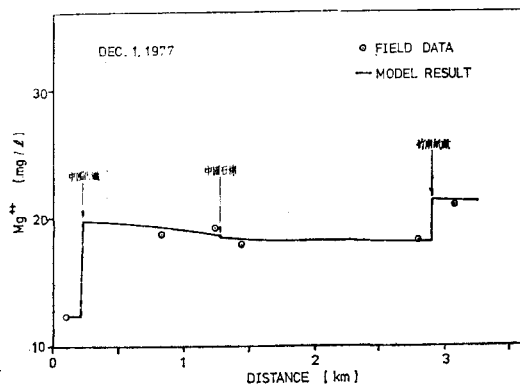
圖十四 實測值NBOD與模式結果之比較



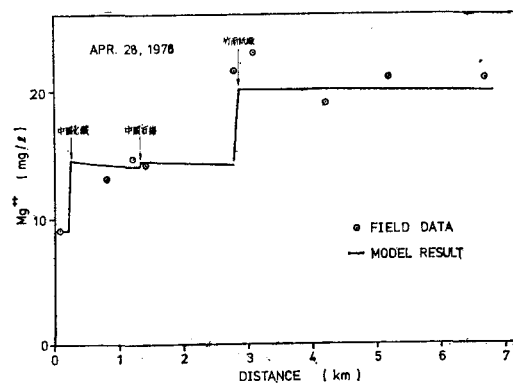
圖十五 實測值鈣離子與模式結果之比較



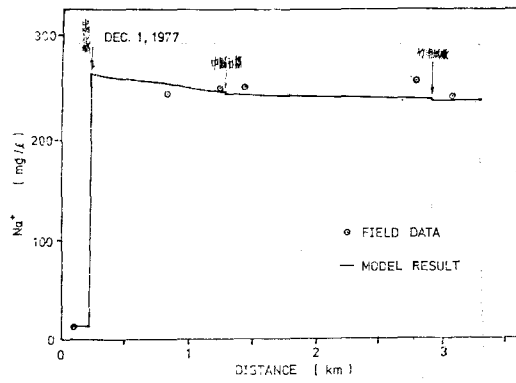
圖十六 實測值鈣離子與模式結果之比較



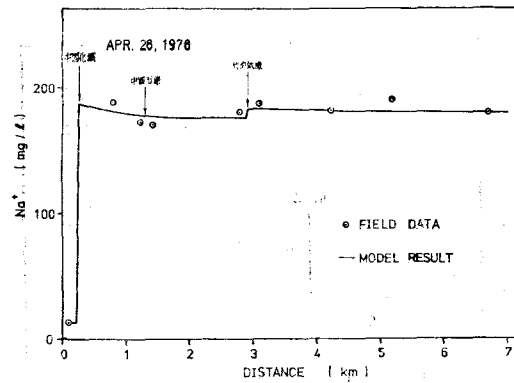
圖十七 實測值鎂離子與模式結果之比較



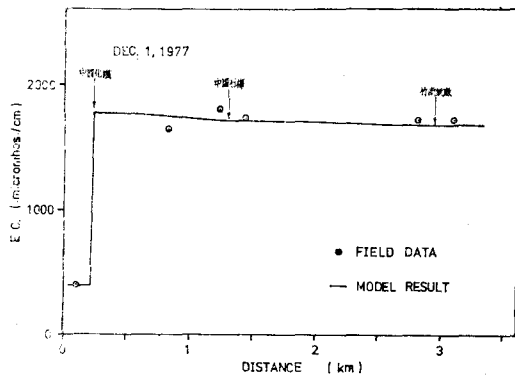
圖十八 實測值鎂離子與模式結果之比較



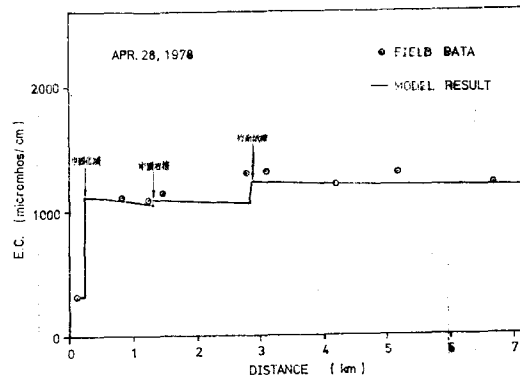
圖十九 實測值鈉離子與模式結果之比較



圖二十 實測值鈉離子與模式結果之比較



圖廿一 實測值電導度與模式結果之比較



圖廿二 實測值電導度與模式結果之比較

表二 灰寮溝支線與大厝圳沿線污染源之排放量、濃度

污 染 源	日 期	排 放 量 (CMS)	污 染 質 濃 度 (mg/l)						EC (micromhos/cm)
			DO	CBOD	NBOD	Ca ⁺⁺	Mg ⁺⁺	Na ⁺	
中國化學纖維	DEC. 1, 1977	0,390	2,20	136,5	11,50	97,0	22,0	329,5	2140
	APR. 28, 1978	0,300	1,70	164,0	16,94	70,0	17,5	280,0	1525
中國石棉	DEC. 1, 1977	0,015	3,70	115,0	216,0	100,0	11,6	216,5	1860
	APR. 28, 1978	0,020	1,60	139,0	12,57	110,0	20,0	200,7	1500
竹南紙廠	DEC. 1, 1977	0,020	0,00	176,0	40,00	85,0	38,8	218,5	1720
	APR. 28, 1978	0,070	1,00	200,0	50,00	86,0	46,0	210,0	1810

五、結 論 與 建 議

1. 結 論

A 本文中之模式是由二箇模式組成：一為水質

模式，一為水力子模式。模式之基本方程式為連續、運動、質量平衡三箇一維方程式：

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{A} \right) = -gA \frac{\partial H}{\partial x} - gn^2 \frac{Q}{A} |Q| R^{-\frac{4}{3}} + q \cdot u_p$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (AC) + \frac{\partial}{\partial x} (QC) = \frac{\partial}{\partial x} \left(EA \frac{\partial C}{\partial x} \right) + A \cdot Se + A \cdot Si$$

由連續，運動方程式推導水力子模式，演算水質模式所需之流量，水流速度、水深等水力數據，輸入由質量平衡方程式所推導之水質模式來模擬水質參數之濃度變化。

B 模式中採用隱蔽性有限差分法，計算在穩定流之水質參數平均濃度之分佈，模式結果代表每小段之平均值。隱蔽性有限差分法是比較穩定 (Stable) 而省時的一箇數值積分法。本模式之時間增量為 0.01 天，在 200 次的計算循環即可達到平衡 (Equilibrium)，而且本模式可同時改變某些輸入數據如流量、污水濃度等，利用原先輸入之數據繼續模擬其他狀況下水質參數之濃度分佈。

C 模式中輸入資料之準確性如何，依使用者之需要而定。一般粗略估計濃度分佈時，對於模式中某些參數，吾人可以其經驗值輸入程式，再加以校正即可。模式若要得到更準確的結果，必須做一些試驗如追蹤劑試驗，曝氣係數之測定，河床污泥需氧量試驗與植物光合，呼吸作用之試驗等，本模式對以上諸項之處理皆採用模式校正的方式來分析。

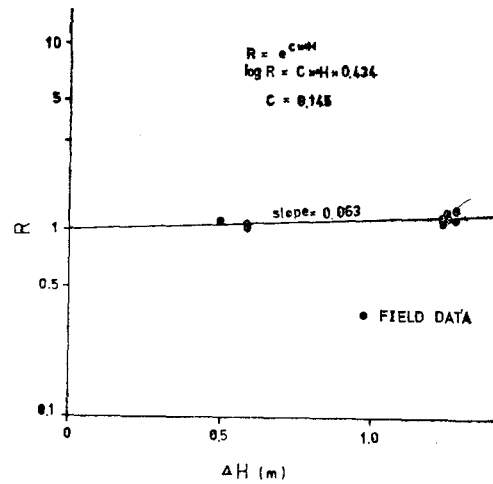
D 數學模式之主要優點在於基本理論，逐步推導，並以實際資料來校正模式中某些參數。將數學模式寫成電腦程式時，可在很短時間與很少成本下，同時演算各種情況下水體之水質。某些程式稍加修改，更可應用在其他的研究所。本模式雖模擬渠道之水質參數，亦可應用在河川水質模擬之研究。

E 溫度為影響生化作用之主要因子，其不但影響衰退率、曝氣係數，決定水中溶氧量之多寡，故在模式中需要溫度校正。由模式結果顯示，(DEC. 1, 1978) 之 D. O. (20°C) 分佈較 (APR. 28, 1978) 之 D. O. (26°C) 分佈偏高，此乃後者水溫高，溶氧少，生化反應較快所致。

F 本研究中對於再曝氣係數之估算，採用 O'Connor & Dobbins 氏公式及 Edward, G. Foree 之經驗公式，經由模式結果與實測值比較後，以 O'Connor & Dobbins 氏公式較適用。

G 渠道中由於攔水堰存在，使水面產生落差，而影響水中之溶氧量。本研究中採用 Edward, G. Foree 之公式來校正水堰上下游之溶氧量。利用

水面落差與溶氧量實際改變之值，代入經驗公式(3)中，修正其係數為 0.145 (圖廿三)，經由模式驗證後相當可靠。由於堰下有尾水道，其係數較原值低。



圖廿三 攔水堰水面落差與溶氧氣校正係數之關係

H 本模式之模擬結果經過驗證後，可適用在灌溉排水渠道水質參數之模擬。並可推廣應用在本省其他的灌溉排水渠道，用以計算渠道中符合水質標準時，廢水之允許排放濃度。具有診斷與預測之功能為農業水質規劃與管制之有效工具。

2. 建議

A 本省農田灌溉水源，普遍嚴重污染，全省十四水利會有十處受害⁽²⁰⁾，全省受污染影響之面積達六萬公頃，污染物之主要來源是由工業廢水傾入水源所引起，本研究地區——竹南、頭份一帶更是糾紛迭起，稻作減產損失無法估計，建議政府有關機關應及早制定法令，農業水質標準以加強管制。

B 本省各地缺乏對各種承受水體之涵容能力與自淨作用之研究，也缺乏各水體之水質資料，在研究分析工作必須花費更多的人力與經費。

C 渠道之維護不週，水力資料缺乏完整的檔案，增加分析工作的困難。

D 取樣檢定與分析技術之改進，即藉儀器精密度的提高以供給準確的輸入資料。

誌 謝

本文在研究試驗過程中，蒙恩師郭義雄博士於返國客座一年內，悉心指導，諄諄教誨。及徐玉標教授在二年內之鼓勵與督促，謹致由衷謝忱。論文初稿復承郭師抽暇核正，多次校閱，至深感激。

本研究計劃之執行，承蒙行政院國家科學委員會之資助，徐玉標教授及易任教授之草擬計劃爭取經費與支持，在此併致謝意。

又農工系諸位師長之關切，農工研究所劉以銓、譚義績、于若石、張文亮諸位同學及新苗水利會竹南工作站人員之協助野外採樣，農工系水質實驗室顏年芬、廖玉雪、祝錫安諸位小姐之協助實驗分析，湯松義先生之協助繪圖，使得本文能順利完成，在此一併致謝。

六、參 考 文 獻

1. 徐玉標——「臺灣農田灌溉用水水質之演變」——六十五年，十二月農業工程與農業發展專題討論。
2. 李錦地——「臺灣省水污染防治措施」——六十六年，九月。水污染對農業之影響研討會專刊。
3. 陳文祥——「臺灣農業用水污染防治之商榷」——六十五年，六月。
4. 臺灣省水利局——「灌溉，排水系統之水污染及今後防治措施」——六十六年九月水污染對農業之影響研討會專刊。
5. Camp—“Water and Its Impurity”—Chapter 11. 1968.
6. 臺灣省水利局叢刊之 105——「苗栗縣竹南區域排水改善工程規劃報告」——六十六年六月
7. 臺灣省水污染防治所——「工廠廢水之取樣分析及統計」——六十五年，九月。
8. APHA-AWWA-WPCF—“Standard Methods For the Examination of Water and Wastewater”—14th Edition, 1975.
9. Metcalf and Eddy—“Wastewater Engineering” 1975, p. 248.
10. 陳正義——「豬糞尿分析手冊」——臺灣糖業公司甘蔗農業評議會編印。
11. HENDERSON—“OPEN CHANNEL FLOW”—1966, Chapter 5.
12. ELEDOR, J. W. “THE DISPERSION OF MARKED FLUID IN TURBULENT SHEARFLOW” J. FLUID MECH. 5, 4, 554-560, 1959.
13. O’connor, D. J. and W. E. Dobbins, 1956—“Mechanics of Reaeration in Natural Streamr”—Proc. ASCE. 82 (SA2)
14. Edward G. Foree 1976 — “Reaeration and Velocity Prediction For Small Streams”—Proc. ASCE, 102 (EE5)
15. Carritt. D. E, and E. J. Green, 1967—“New Tables for Oxygen Saturation of Sea water”—J. Mar. Res. 25, (2)
16. 高肇藩——「水污染防治」——中國土木水利工程學會編印
17. Thomann, R.V. 1972—“System analysis and water quality management” — Environmental Research and Applications Inc. New York, N. Y.
18. 李公哲——「急水溪河川涵容能力之研究」——土木水利六十四年，二月
19. Kuo, A. Y., A. Rosenbaum, P. V. Hyer, and C.S. Fang “HYDROGRAPHY AND HYDRODYNAMIC OF VIRGINIA ESTURAIES—VI. MATHEMATICAL MODEL STUDIES OF WATER QUALITY OF RAPPAHAMOCK ESTUARY”—1975.
20. 徐玉標——「臺灣灌溉水之水質」——六十七年五月，地球化學資源及其利用研討會。

七、附 錄

1. 程式輸入資料說明：附有星號者為渠道之幾何、水力，與水質特性數據，一旦模式對一個渠道校正後非有必要下理由，不得任意更改此等數據。

A 主程式

1* ML, MU: 分別代表最上游小段與最下游小段之號碼。

ML < MU.

FORMAT (2I5)

2 TMAX, DTT, NRNM: FORMAT (2F 10. 0, I 5)

- (2a) TMAX: 模式模擬之時間, 單位 day。
- (2b) DTT: 在一個計算循環中時間之增量, 單位 day。
- (2c) NRNM: 程式在計算中, 被模擬執行程式之次數。
NRNM ≥ 1.

3 NP, (TT (I), I=1, NP): FORMAT (I5, 5x, (7F 10.0))

- (3a) NP: 程式計算結果印出之次數
- (3b) TT (I), I=1, NP: 控制程式印出結果之時間值。所代表之數必須是 DTT 之整數倍, 且 TT (NP) = TMAX

4* ALPHA: 運送程序中之加權係數
FORMAT (7F 10.0)

B 水力副程式 (HYDRAL SUBROUTINE)

1* TITLE: 水體被模擬段的名稱
FORMAT (40A2)

2 NDG, NS, NAME: FORMAT (2I5, 30A2)

- (2a) NDG: 數據羣之號碼
- (2b) NS: 數據羣中之數據個數
- (2c) NAME: 數據名稱之敘述
NDC = 99 為控制卡, 表示數據羣的終結

(a)* 數據羣 1

NDG = 1, NS 為被模擬段橫切面之總數, NS = MU + 1

- (i) DI ST (I), I=1, NS: 每一橫切面與上游基準點之距離, 單位 km。

FORMAT (7F 10.0)

- (ii) ZB (L), I=1, NS: 每一橫切面之底高, 單位 m.

FORMAT (7F 10.0)

- (iii) BW (I), I=1, NS: 每一橫切面之底寬, 單位 m.

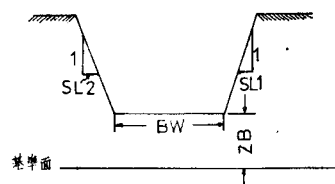
FORMAT (7F10.0)

- (iv) SLI (I), I=1, NS: 每一橫切面之右側坡在水平方向之值, 矩形斷面為 0。

FORMAT (7F 10.0)

- (v) SL2, I=1, NS: 每一橫切面之左側坡在水平方向之值, 矩形斷面為 0。

FORMAT (7F 10.0)



(b) 數據羣 2

NDG = 2, NS 代表支流之總數

- (i) K, QT (K), CBODLA (K), NBODLA (K), DOLA (K), SLA(K): FORMAT (I5, 5x, 6F 10.0)

(ia) K: 支流流入之小段號碼

(ib) QT(K): 支流之流量, 單位 m³/s

(ic) SMOM(K): 支流軸向之流速, 單位 m/s

(id) CBODLA(K): 支流 CBOD 之濃度, 單位 mg/l

(ie) NBODLA(K): 支流 NBOD 之濃度, 單位 mg/l

(if) DOLA(K): 支流 DO 之濃度, 單位 mg/l

(ig) SLA(K): 支流保存性物質之濃度, 單位 mg/l

(c) 數據羣 3

NDG = 3, NS 代表廢水流入水體之來源的總數

- (i) K, QWAST (K): FORMAT (I5, 5x, F10.0)

(ia) K: 廢水來源流入之小段號碼

(ib) QWAST (K): 廢水之流量, 單位 m³/s

(d) 數據羣 4

NDG = 4, NS 代表渠道中流出之出水口總數

- (i) K, QD (K): FORMAT (I5, 5x, F10.0)

(ia) K: 出水口流出之小段號碼

(ib) QD(K): 出水口流出量, 單位 m³/s

(e)* 數據羣 5

NDG=5, NS 代表由第 ML 小段起一連串之小段數目, NS=MU, 如果所有小段之數值皆相同時, 可令 NS=1,

- (i) FMANN (I), I=1, NS: 每小段之曼寧係數值
FORMAT (7F 10.0)

(f)* 數據羣 6

NDG=6, NS 代表控制斷面之數目, 第 MU+1 斷面為當然控制斷面

- (i) NDA(I), RATEC(I), RATEE (I), WH (I), I=1, NS:
FORMAT (I5, 5x, 4F 10.0)
- (ia) NDA (I), I=1, NS: 控制斷面下游虛擬之小段
- (ib) RATEC (I), I=1, NS: 率定係數 (RATING COEFF.)
- (ic) RATEE (I), I=1, NS: 率定指數 (RATING EXPONENT)
- (id) WH (I), I=1, NS: 攔水堰之高度
- (ie) CA (I), I=1, NS: 攔水堰落差所引起溶解氧變化之校正係數

註: (1) $H1 = WH + RAETC * Q^{**} RATEE$, 式中 H1 為控制斷面水深, Q 為流量
(2) 如控制斷面非攔水堰, WH=0

(g) 數據羣 7

NDG=7, NS 任意假設小於 99 之數目
DISCH: 在第 ML 橫切面之淡水流量, 單位, m³/s
FORMAT (7F 10.0)

C. 輸入副程式 (INPUT SUBROUTINE)

- 1* TITLE: 用以敘述程式模擬之名稱
FORMAT (40A2)
- 2 NDG,NS, NAME: FORMAT (2I5, 30A2)
- (2a) NDG: 輸入數據羣之號碼
- (2b) NS: 數據羣中之數據數目
- (2c) NAME: 輸入內容之敘述
NDG=99 為控制卡, 用以表示數據之終結

(a) 數據羣 1

NDG=1, NS 可任意假設小於99之數目

- (i) CBODU, CBODD.: 第 ML 與 MU 小段之 CBOD 濃度, 單位 mg/l
- (ii) NBODU, NBODD.: 第 ML 與 MU 小段之 NBOD 濃度, 單位, mg/l
- (iii) DOU, DOD: 第 ML 與 MU 小段之溶氧量, 單位 mg/l
- (iv) SU, SD: 第 ML 與 MU 小段之保存性物質之濃度, 單位 mg/l
FORMAT (7F 10.0)

註: 第 MU 小段之物質濃度可以任意假定與程式計算無關

(b) 數據羣 2

NDG=2, NS 代表由第 ML 小段起一連串之小段數目
NS=MU, 如果所有小段之數值皆相同時, 可令 NS=1。

- (i) CBOD (I), I=1, NS: 每一小段最初之 CBOD 濃度, 單位 mg/l
- (ii) NBOD(I), I=1, NS: 每一小段最初之 NBOD 濃度, 單位 mg/l
- (iii) DO(I), I=1, NS: 每一小段最初之溶氧量, 單位 mg/l
- (iv) S (I), I=1, NS: 每一小段最初之保存性物質濃度, 單位 mg/t
FORMAT (14F 5.0)

註: 此一數據羣如不輸入, 假設值

(DEFAULT VALUE) 為:

CBOD=1.0 D.O=7.0
NBOD=0.5 S=1.0

(c) 數據羣 3

NDG=3, NS 代表人為廢水流入水體之廢水來源總數

- (i) K. QWAST (K), CBODP (K), NBODP (K), DOWAST (K), SP(K): FORMAT (I5, 5x, 5F 10.0)
- (ia) K: 廢水排入小段之號碼
- (ib) QWAST(K): 廢水之排放量, 單位 m³/s
- (ic) CBODP(K): 廢水中 CBOD 之

濃度，單位 mg/l

(id) NBODP(K): 廢水中 NBOD 之濃度，單位 mg/l

(ie) DOWAST(K): 廢水中之溶氧量，單位 mg/l

(if) SP(K): 廢水中保存性物質之濃度，單位 mg/l

(d)* 數據羣 4

NDG=4, NS 代表由第 ML 小段起一連串之小段數目

NS=MU, 如果所有小段之數值皆相同時，可令 NS=1.

(i) CKC (I), I=1, NS: 每一小段之 CBOD 在 20°C 時之衰退係數，以 e 為基準單位 1/day

FORMAT (14F 5.0)

(ii) TCCKC: CKC 之溫度校正係數

FORMAT (F 10.0)

(iii) CKN (I), I=1, NS: 每一小段之 NBOD 在 20°C 時之衰退係數，以 e 為基準，單位，1/day

FORMAT (14F 5.0)

(iv) TCCKN: CKN 之溫度校正係數

FORMAT (F 10.0)

(f) 數據羣 6

NDG=6, NS 代表由第 ML 小段起一連串之小段數目，

NS=MU, 如果所有小段之數值皆相同時，可令 NS=1.

(i) CBODNP (I), I=1, NS;
FORMAT (7F10.0)

(ii) NBODNP (I), I=1, NS;
FORMAT (7F 10.0)

(iii) SNP (I), I=1, NS;
FORMAT (7F 10.0)

以上為每一小段中 CBOD, NBOD, 與保存性物質之不定點來源，單位 tons/day

註：假設值 = 0

(g)* 數據羣 7

NDG=7, NS 代表由第 ML 小段起一連串之小段數目

NS=MU, 如果所有小段之數值皆相同時，可令 NS=1.

PHOTO (I), I=1, NS: 每一小段之光合作用與呼吸作用之速率，單位 g O²/m³/day

FORMAT (7F 10.0)

註：假設值 = 0

(h) 數據羣 8

NDG=8, NS 代表由第 ML 小段起一

連串之小段數目，

NS=MU, 如果所有小段之數值皆相同時，可令 NS=1.

(i) EEN (I), I=1, NS: 每一小段中河床底棲污泥在 20°C 時之需氧量，單位 gO²/m³/day

FORMAT (14F 5.0)

(ii) TCBEN: 河床底棲污泥需氧量之溫度校正係數。

FORMAT (F 7.0)

註：假設值 = 0

(i)* 數據羣 9

NDG=9, NS 代表由第 ML 小段起一連串之小段數目，

NS=MU, 如果所有小段之數值皆相同時，可令 NS=1.

(i) CSS (I), I=1, NS: 保存性物質之沉降率

(ii) CSC (I), I=1, NS: CBOD 之沉降率

(iii) CSN (I), I=1, NR: NBOD 之沉降率

FORMAT (14F 5.0)

水質模式流程圖

