

# 臺灣河川設計洪水歷線合理推演方法之研究\*(一)

## Study on the Rational Synthesis of Design Flood

### Hydrographs of River Basins in Taiwan \*(I)

國立臺灣大學農工系及  
研究所副教授

王如意

Ru Yih Wang

國立臺灣大學農工系及  
研究所教授

易任

Victor J. Yih

經濟部  
水資會水文科長

金紹興

S. H. King

國立臺灣大學農工  
研究所碩士

鄭昌奇

C. C. Cheng

#### ABSTRACT

In water resources engineering, two approaches commonly used to determine the design flood are: frequency analysis and hydrograph analysis. Usually it is difficult to get the same design flood at the same project site by using these two methods. This study attempted to combine some important hydrologic theories, taking advantages of both frequency and hydrograph methods, and to drive a rational synthesis approach to determine an adequate design flood hydrograph.

Based on hydrologic design, both frequency analysis and hydrograph analysis are used to determine the design flood. In frequency analysis, four currently common approaches of hydrologic statistical distributions are used to determine the peak discharge with T-year return period; in hydrograph analysis, the design rainfall pattern must be determined at first, the non-linear time invariant model is then applied to get the flood hydrograph. Accompanying with the regression analysis, the rational synthesis to minimize the variations between those results obtained by frequency and hydrograph methods is simulated by the digital computer, the design flood hydrograph of T-year return period with good accuracy is finally determined.

For the verification of the reliability of the rational synthesis, Hsilo station of Choshui River and Chiuchutang station of Kouping River are chosen as examples, the design flood hydrographs of 5, 10, 25 and 50-year return periods are plotted respectively.

Not only used in gaging stations, the rational synthesis can also be applied in any ungedged site to evaluate the flood hydrograph. Rational synthesis approach gives a reliable evaluation of T-year design flood for the planning and design in water resources engineering.

\* 本研究計劃承蒙 行政院國家科學委員會之補助，特此申謝。  
中國農村復興聯合

## 摘 要

水資源工程上，一般用以決定設計洪水量之方法有二，即頻率分析法與歷線分析法。此二法互有優點，唯所得之洪峯流量常有差異。本研究即綜合水文最新理論，提出一合理化推演方法，以擷取二法優點，求得精確可靠之設計洪水歷線。

本文以水文設計為重點，先分別以頻率分析法與歷線分析法求得設計洪水量。頻率分析法係以目前最常用之四種水文統計分佈求得 T 年重現年期之洪峯流量；歷線分析法則先求出設計雨型，復利用非線性非時變模式求得洪水歷線。後再輔以迴歸分析，應用合理化推演方式，求得兼具二法優點之 T 年重現年期之設計洪水歷線。

文中並以濁水溪西螺站及高屏溪九曲堂站為例，分別求出該二水文站 5 年、10 年、25 年及 50 年重現年期之設計洪水歷線，以為本合理推演方法可靠性之驗證。

合理化推演方法不僅可用於有紀錄水文站洪水歷線之推求，更可應用於無紀錄或未設站地區洪水歷線之推估，對水資源工程設計上可提供相當可靠之水量推估，富實用參考之價值。

## 一、引 言

目前防洪與排水工程設計時，用以決定設計洪水量之方法一般最常採用者為歷線分析法和頻率分析法。前者為利用設計暴雨量以求取設計洪水量與洪水歷線，但無法確定其重現年期；後者乃利用歷年之洪峯流量紀錄作洪水頻率分析，求出任一重現年期之洪水量，但無法求得洪水歷線。同一計劃地點，利用上述兩法求得之設計洪水量常不一致，且有時相差甚大。以濁水溪西螺站為例，由不同方法所得之結果列於表 1，可明顯看出其差異。其原因為 T 年重現年期暴雨所發生之洪峯流量並不一定為 T 年重現年期之洪水。故此二法不能相互為用，亟應推演一合理化方法，以消除兩法求得之洪峯流量間之差異，使其兼具有歷線分析法與頻率分析法之優點，可同時求得精確可靠之設計洪水量與洪水歷線，並可應用於任一無水文紀錄之計劃地點，以求得某一重現年期設計洪水量與洪水歷線，俾供本省水資源計劃設計之參考。

表 1 濁水溪西螺站頻率分析法與歷線分析法  
洪峯流量之比較

重現年期	頻 率 分 析 法 (cms)	歷 線 分 析 法 (註 1)	
		無因次單位歷線法 (cms)	非線性非時變模式 (cms)
5	10828.30	7997.15	9829.38
10	15607.21	9389.72	11243.48
25	16354.92	11167.59	12974.94
50	18630.69	12571.00	14195.44

註：無因次單位歷線法乃目前水利機構所採用方法，非線性非時變模式則為本研究中所採用者。

## 二、水文理論之探討與分析

### 2-1 洪水頻率分析

洪水頻率分析之原理乃假設洪峯流量發生之機

率呈某種統計分佈型態，利用周文德博士<sup>(10)</sup>所提出之水文頻率一般通式可表示如下：

$$Q_T = M + K_T \sigma \dots \dots \dots (1)$$

$Q_T$ ：T 年重現年期之洪峯流量，

$M$ ：歷年洪峯流量之平均值，

$\sigma$ ：歷年洪峯流量之標準偏差，

$K_T$ ：頻率因子，依各分佈之不同重現年期 T 而異。

本研究中所採用之頻率分析方法計有對數常態分佈、極端值第一型分佈、皮爾生第三型分佈及對數皮爾生第三型分佈四種，茲將此四種分佈之理論分別簡述如下：

#### (1) 對數常態分佈 (Log-normal Distribution)

常態分佈為統計學上最重要也最常用之分佈，唯在水文上，甚多之水文分佈均有向右傾斜之趨勢，因此在處理此等水文分佈時常先取對數後再代入常態分佈。其分佈之機率密度為：

$$p(q_T) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-(q_T - M)^2 / 2\sigma^2} \dots \dots \dots (2)$$

式中  $q_T = b_n Q_T$ ，

$Q_T$ ：T 年重現年期之洪峯流量，

平均數  $M = \sum q_i / N$ ，

標準偏差  $\sigma = \sqrt{\sum (q_i - M)^2 / (N - 1)}$

$N$ ：紀錄年數

T 年重現年期之洪水，其發生機率為 P，即  $P = \frac{1}{T}$ ，P 值即為標準常態之面積數值，故由一般之標準常態分配面積數值表即可查得標準化值，此標準化值即吾人所需之頻率因子  $K_T$ ，故  $K_T$  實為重現年 T 期之函數，茲將常用之重現年期 T 及其對應之值  $K_T$  列如下：

T (年)	2	2.33	5	10	20	25	50	100	200
K <sub>T</sub>	0.00	0.18	0.84	1.28	1.64	1.75	2.05	2.33	2.58

則由設計站址歷年洪峯流量紀錄求得均數 M 與標準偏差 σ 後，由設計重現年期決定頻率因子 K<sub>T</sub>，洪水流量 Q<sub>T</sub> 即可由下關係求得：

$$\ell_n Q_T = M + K_T \sigma \dots\dots\dots (3)$$

(2) 甘保氏極端值第一型分佈 (Gumbel's

Extreme-Value Type I Distribution)

對水文事件研究上所考慮之極端值問題，甘保氏 (Gumbel) 提出了極端值第一型、第二型及第三型分佈，其中之第一型分佈乃用於分析暴雨、洪水之極大值頻率分析，其機率密度函數 p 及累積密度函數 P 為：

$$p(Q_T) = \alpha \exp(-y - e^{-y}) \dots\dots\dots (4)$$

$$P(Q_T) = \exp(-e^{-y}) \dots\dots\dots (5)$$

$$\text{其中 } y = \alpha(Q_T - \beta) \quad (-\infty < Q_T < \infty) \dots (6)$$

α 稱為尺度參數 (Scale parameter)，β 稱為位置參數 (Location parameter)，y 為改化變量 (Reduced variate)。費西爾及梯皮特 (Fisher & Tippett) 兩氏曾以動差法 (Method of moments) 求得 α 及 β 之關係如下：

$$\alpha = \pi / \sqrt{6} \sigma = \frac{1.2826}{\sigma}$$

$$\beta = M - \frac{\gamma}{\alpha}$$

其中之 γ 為尤拉 (Euler) 常數，其值為 0.5772，M 為平均數，σ 為標準偏差，則由(6)式，T 年重現年期之洪峯流量 Q<sub>T</sub> 可表示為：

$$Q_T = \frac{1}{\alpha} y + \beta = 0.7797 \sigma y + (M - 0.45005 \sigma) \dots\dots\dots (7)$$

由(7)式中知，改化變量 y 與 T 年重現年期之洪峯流量 Q<sub>T</sub> 間成一線性關係，甘保氏提出下式作為 y 值與重現年期 T 之關係：

$$y = -\ell_n \left[ -\ell_n \left( 1 - \frac{1}{T} \right) \right] \dots\dots\dots (8)$$

表 2 列出 y 值與 T 值及不發生機率 P 間之關係。甘保氏極端值第一型分佈最主要之統計特性為其偏度係數 C<sub>s</sub> = 1.1395

(3) 皮爾生第三型分佈 (Pearson Type III Distribution)

如前述水文分佈一般呈向右傾斜之趨勢，故皮爾生第三型分佈係以伽瑪分佈 (Gamma distribution) 之特殊情況表示。其機率密度函數可表示為：

$$f(Q) = Q_0 [1 + ((Q - M) + d)/a]^{-r} \exp \{-r [(Q - M) + d]\} \dots\dots\dots (9)$$

式中，Q<sub>0</sub> 為眾值頻率，

a 為最小極限至眾值偏差量，

d 為眾值與均數之偏差量，

r 為量測變異量與偏度之一參數。

由(9)式可見，皮爾生第三型分佈法係考慮眾值與均數間之偏差量 d 以推演至標準化值  $\frac{Q - M}{\sigma}$  之分佈面積，對於此 d 值，吾人可以下式之偏度係數表示：

$$C_s = \frac{d}{\sigma} = \frac{\sum (Q - M)^3}{2\sigma \sum (Q - M)^2} \dots\dots\dots (10)$$

頻率因子 K<sub>T</sub> 值即可由 C<sub>s</sub> 值與設計重現年期 T 於表 3 中查得。唯在一般實際應用上，K<sub>T</sub> 值可以下式估算：

$$K_T = \frac{2}{C_s} \left[ \frac{C_s}{6} \left( G - \frac{C_s}{6} \right) + 1 \right]^3 - \frac{2}{C_s} \dots\dots\dots (11)$$

式中，G 係 T 年重現年期之標準常態分佈面積值。則皮爾生第三型分佈之洪水頻率可以下式求得：

$$Q_T = M + K_T \sigma$$

前述之甘保氏極端值第一型分佈係假定其偏態係數固定於 1.1395 之情況下，而皮爾生第三型分佈除考慮伽瑪分佈外，復考慮不同之偏態係數值，此為其統計特性。

(4) 對數皮爾生第三型分佈 (Log Pearson Type III Distribution)

此法係美國水資源委員會 (U. S. Water Resources Commission) 於 1967 年開始推廣者，尤其是在洪水頻率分析之應用上。其法乃將洪峯流量取對數後，再按皮爾生第三型分佈之方法求得，其 K<sub>T</sub> 值可參考表 3。對數皮爾生第三型分佈為目前應用最為廣泛之一種水文頻率分析方法。

2-2 均勻性檢定 (Homogeneity Test)

前述之洪水頻率分析乃根據各水文站以往紀錄以推估該單站不同重現年期所可能發生之洪水量。至於對整個區域而言，其中所包括之各站，其紀錄之年數與其所推估之可能洪水量是否均勻，是否可代表該區域，則須藉助均勻性檢定。

表 2 不發生機率 P、改化變量 y 及重現年期 T 之關係

P	y	T	P	y	T	P	y	T	P	y	T
0.0001	-2.24	1,000	0.21	-0.44	1,266	0.52	0.42	2,085	0.83	1.68	5.88
0.0005	-2.03	1,000	0.22	-0.41	1,282	0.53	0.45	2,130	0.84	1.75	6.25
0.001	-1.93	1,001	0.23	-0.39	1,299	0.54	0.48	2,180	0.85	1.82	6.67
0.002	-1.83	1,002	0.24	-0.36	1,316	0.55	0.51	2,22	0.86	1.89	7.15
0.003	-1.76	1,003	0.25	-0.33	1,333	0.56	0.55	2,27	0.87	1.97	7.70
0.004	-1.71	1,004	0.26	-0.30	1,352	0.57	0.58	2,33	0.88	2.06	8.34
0.005	-1.66	1,005	0.27	-0.37	1,371	0.58	0.61	2,38	0.89	2.15	9.10
0.006	-1.63	1,006	0.28	-0.24	1,389	0.59	0.64	2,44	0.90	2.25	10.00
0.008	-1.57	1,008	0.29	-0.21	1,409	0.60	0.67	2,50	0.91	2.36	11.11
0.010	-1.53	1,010	0.30	-0.19	1,429	0.61	0.70	2,57	0.92	2.48	12.50
0.015	-1.43	1,015	0.31	-0.16	1,450	0.62	0.44	2,64	0.93	2.62	14.29
0.020	-1.36	1,020	0.32	-0.13	1,471	0.63	0.77	2,70	0.94	2.78	16.67
0.025	-1.33	1,025	0.33	-0.10	1,494	0.64	0.81	2,78	0.95	2.97	20.00
0.030	-1.25	1,031	0.34	-0.08	1,516	0.65	0.84	2,86	0.96	3.20	25.00
0.040	-1.17	1,042	0.35	-0.05	1,539	0.66	0.88	2,94	0.97	3.49	33.33
0.05	-1.10	1,053	0.36	-0.02	1,563	0.67	0.91	3,04	0.975	3.66	40.00
0.06	-1.03	1,064	0.37	+0.01	1,588	0.68	0.95	3,13	0.98	3.90	50.00
0.07	-0.98	1,076	0.38	0.03	1,613	0.69	0.99	3,23	0.985	4.18	66.70
0.08	-0.93	1,087	0.39	0.06	1,640	0.70	1.03	3,33	0.99	4.61	100.00
0.09	-0.88	1,098	0.40	0.09	1,667	0.71	1.07	3,45	0.991	4.80	111.11
0.10	-0.83	1,111	0.41	0.11	1,695	0.72	1.11	3,57	0.992	4.90	125.00
0.11	-0.79	1,123	0.42	0.14	1,726	0.73	1.16	3,70	0.993	5.00	142.90
0.12	-0.75	1,137	0.43	0.17	1,756	0.74	1.20	3,85	0.994	5.10	166.70
0.13	-0.71	1,150	0.44	0.20	1,787	0.75	1.25	4,00	0.995	5.27	200.00
0.14	-0.67	1,163	0.45	0.23	1,819	0.76	1.29	4,17	0.996	5.58	250.00
0.15	-0.64	1,177	0.46	0.25	1,854	0.77	1.34	4,35	0.997	5.79	333.30
0.16	-0.61	1,191	0.47	0.28	1,888	0.78	1.39	4,55	0.998	6.20	500.00
0.17	-0.57	1,206	0.48	0.31	1,925	0.79	1.45	4,77	0.9985	6.51	666.67
0.18	-0.54	1,220	0.49	0.34	1,962	0.80	1.50	5,00	0.999	6.89	1,000.00
0.19	-0.51	1,236	0.50	0.37	2,000	0.81	1.56	5,27	0.9995	7.60	2,000.00
0.20	-0.47	1,250	0.51	0.40	2,042	0.82	1.62	5,56	0.9999	9.20	10,000.00

$$* P = e^{-e^{-y}}, T = \frac{1}{1-P}, y = -\ln \left[ -\ln \left( 1 - \frac{1}{T} \right) \right]$$

表 3(A) 真正偏度係數皮爾生第三型分佈之頻率因子  $K_r$  值

偏度係數 $C_s$	週 期 ~ T (年)										
	週 期					週 率					
	1.0101	1.0526	1.1111	1.2500	2	5	10	25	50	100	200
3.0	-0.667	-0.665	-0.660	-0.636	-0.396	0.420	1.180	2.278	3.152	4.051	4.970
2.9	-0.690	-0.688	-0.681	-0.651	-0.390	0.440	1.195	2.277	3.134	4.018	4.909
2.8	-0.714	-0.711	-0.702	-0.666	-0.384	0.460	1.210	2.275	3.114	3.973	4.847
2.7	-0.740	-0.736	-0.724	-0.681	-0.376	0.479	1.224	2.272	3.093	3.932	4.783
2.6	-0.769	-0.762	-0.747	-0.696	-0.368	0.499	1.238	2.267	3.071	3.889	4.718
2.5	-0.799	-0.790	-0.771	-0.711	-0.360	0.518	1.250	2.262	3.048	3.845	4.652
2.4	-0.832	-0.819	-0.795	-0.725	-0.351	0.537	1.262	2.256	3.023	3.800	4.584
2.3	-0.867	-0.850	-0.819	-0.739	-0.341	0.555	1.274	2.248	2.997	3.753	4.515
2.2	-0.905	-0.882	-0.844	-0.752	-0.330	0.574	1.284	2.240	2.970	3.705	4.444
2.1	-0.946	-0.914	-0.869	-0.765	-0.319	0.592	1.294	2.230	2.942	3.656	4.372
2.0	-0.990	-0.949	-0.895	-0.777	-0.307	0.609	1.302	2.219	2.912	3.605	4.298
1.9	-1.037	-0.984	-0.920	-0.788	-0.294	0.627	1.310	2.207	2.881	3.553	4.223
1.8	-1.087	-1.020	-0.945	-0.799	-0.282	0.643	1.318	2.193	2.848	3.499	4.147
1.7	-1.140	-1.056	-0.970	-0.808	-0.268	0.660	1.324	2.179	2.815	3.444	4.069
1.6	-1.197	-1.093	-0.994	-0.817	-0.254	0.675	1.329	2.163	2.780	3.388	3.990
1.5	-1.256	-1.131	-1.018	-0.825	-0.240	0.690	1.333	2.146	2.743	3.330	3.910
1.4	-1.318	-1.168	-1.041	-0.832	-0.225	0.705	1.327	2.128	2.706	3.271	3.828
1.3	-1.383	-1.206	-1.064	-0.838	-0.210	0.719	1.339	2.108	2.666	3.211	3.745
1.2	-1.449	-1.243	-1.086	-0.844	-0.195	0.732	1.340	2.087	2.626	3.149	3.661
1.1	-1.518	-1.280	-1.107	-0.848	-0.180	0.745	1.341	2.066	2.585	3.087	3.575
1.0	-1.588	-1.317	-1.128	-0.852	-0.164	0.758	1.340	2.043	2.542	3.022	3.489
.9	-1.680	-1.353	-1.147	-0.854	-0.143	0.769	1.339	2.018	2.498	2.957	3.401
.8	-1.733	-1.388	-1.166	-0.856	-0.132	0.780	1.336	1.993	2.453	2.891	3.312
.7	-1.806	-1.423	-1.183	-0.857	-0.116	0.790	1.333	1.967	2.407	2.824	3.223
.6	-1.880	-1.458	-1.200	-0.857	-0.099	0.800	1.328	1.939	2.359	2.755	3.132
.5	-1.955	-1.491	-1.216	-0.856	-0.083	0.808	1.323	1.910	2.311	2.686	3.041
.4	-2.029	-1.524	-1.231	-0.855	-0.066	0.816	1.317	1.880	2.261	2.615	2.949
.3	-2.104	-1.555	-1.245	-0.853	-0.050	0.824	1.309	1.849	2.211	2.544	2.856
.2	-2.178	-1.586	-1.258	-0.850	-0.033	0.830	1.301	1.818	2.159	2.472	2.763
.1	-2.252	-1.616	-1.270	-0.846	-0.017	0.836	1.292	1.785	2.107	2.400	2.670
0	-2.326	-1.645	-1.282	-0.842	0	0.842	1.282	1.751	2.054	2.326	2.576

表 3 (B) 具負偏度係數對數皮爾生第三型分佈之頻率因子  $K_r$  值

偏 度 係 數 $C_s$	週 歸 週 期 ~ T (年)										
	1,0101	1,0526	1,1111	1,2500	2	5	10	25	50	100	200
	發 生 機 率										
	99	95	90	80	50	20	10	4	2	1	0,5
0	-2,326	-1,645	-1,282	-0,842	0	0,842	1,282	1,751	2,054	2,326	2,576
- .1	-2,400	-1,673	-1,292	-0,836	0,017	0,846	1,270	1,716	2,000	2,252	2,482
- .2	-2,472	-1,700	-1,301	-0,830	0,033	0,850	1,258	1,680	1,945	2,178	2,388
- .3	-2,544	-1,726	-1,309	-0,824	0,050	0,853	1,245	1,643	1,890	2,104	2,294
- .4	-2,615	-1,750	-1,317	-0,816	0,066	0,855	1,231	1,606	1,834	2,029	2,201
- .5	-2,686	-1,774	-1,323	-0,808	0,083	0,856	1,216	1,567	1,777	1,955	2,108
- .6	-2,755	-1,797	-1,328	-0,800	0,099	0,857	1,200	1,528	1,720	1,880	2,016
- .7	-2,824	-1,819	-1,333	-0,790	0,116	0,857	1,183	1,488	1,663	1,806	1,926
- .8	-2,891	-1,839	-1,336	-0,780	0,132	0,856	1,166	1,448	1,606	1,733	1,837
- .9	-2,957	-1,858	-1,339	-0,769	0,148	0,854	1,147	1,407	1,549	1,660	1,749
-1.0	-3,022	-1,877	-1,340	-0,758	0,164	0,852	1,128	1,366	1,492	1,588	1,664
-1.1	-3,087	-1,894	-1,341	-0,745	0,180	0,848	1,107	1,324	1,435	1,518	1,581
-1.2	-3,149	-1,910	-1,340	-0,732	0,195	0,844	1,086	1,282	1,379	1,449	1,501
-1.3	-3,211	-1,925	-1,339	-0,719	0,210	0,838	1,064	1,240	1,324	1,383	1,424
-1.4	-3,271	-1,938	-1,337	-0,705	0,225	0,832	1,041	1,198	1,270	1,318	1,351
-1.5	-3,330	-1,951	-1,333	-0,690	0,240	0,825	1,018	1,157	1,217	1,256	1,282
-1.6	-3,388	-1,962	-1,329	-0,675	0,254	0,817	0,994	1,116	1,166	1,197	1,216
-1.7	-3,444	-1,972	-1,324	-0,660	0,268	0,808	0,970	1,075	1,116	1,140	1,155
-1.8	-3,499	-1,981	-1,318	-0,643	0,282	0,799	0,945	1,035	1,069	1,087	1,097
-1.9	-3,553	-1,989	-1,310	-0,627	0,294	0,788	0,920	0,996	1,023	1,037	1,044
-2.0	-3,605	-1,996	-1,302	-0,609	0,307	0,777	0,895	0,959	0,980	0,990	0,995
-2.1	-3,656	-2,001	-1,294	-0,592	0,319	0,765	0,869	0,923	0,939	0,946	0,949
-2.2	-3,705	-2,006	-1,284	-0,574	0,330	0,752	0,844	0,888	0,900	0,905	0,907
-2.3	-3,753	-2,009	-1,274	-0,555	0,341	0,739	0,819	0,855	0,864	0,867	0,869
-2.4	-3,800	-2,011	-1,262	-0,537	0,351	0,725	0,795	0,823	0,830	0,832	0,833
-2.5	-3,845	-2,012	-1,250	-0,518	0,360	0,711	0,771	0,793	0,798	0,799	0,800
-2.6	-3,889	-2,013	-1,238	-0,499	0,368	0,696	0,747	0,764	0,768	0,769	0,769
-2.7	-3,932	-2,012	-1,224	-0,479	0,376	0,681	0,724	0,738	0,740	0,740	0,741
-2.8	-3,173	-2,010	-1,210	-0,460	0,385	0,666	0,702	0,712	0,714	0,714	0,714
-2.9	-4,013	-2,007	-1,195	-0,440	0,390	0,651	0,681	0,683	0,689	0,690	0,690
-3.0	-4,051	-2,003	-1,180	-0,420	0,396	0,636	0,660	0,666	0,666	0,667	0,667

本研究中之均勻性檢定係採用美國地質調查所 (U.S. Geological Survey) 朗百恩氏 (Langbein) 所推演之方法<sup>(15)</sup>，效簡述其原理如下：

任一集水區中必包括數個水文站，此等測站之水文紀錄年數必不盡相同，有長有短，或中途缺失者，故吾人須檢視此等紀錄資料之年數，是否可在一吾人所訂之容許範圍內。甘保氏極端值第一型分佈中之改化變量  $y$  為重現年期  $T$  之函數，故吾人可給予  $y$  值一標準偏差值  $\sigma_y$ ，並令  $\sigma_y$  相當於：

$$\sigma_y = \frac{e^y}{\sqrt{N}} \sqrt{\frac{1}{T-1}} \dots\dots\dots(12)$$

其中  $T$ ：重現年期，

$N$ ：紀錄年數，

$y$ ：改化變量， $y = -\ln\left[-\ln\left(1 - \frac{1}{T}\right)\right]$

在此，因一般之水文紀錄利用各種頻率分析方法所得之結果，在10年重現年期內差異甚微，故令  $T=10$  年，則對應之  $y$  值等於 2.25，代回(12)式中得

$$\sigma_y = \frac{e^{2.25}}{\sqrt{N}} \sqrt{\frac{1}{10-1}} = \frac{3.16}{\sqrt{N}}$$

分別假設不同之  $N$  值代入上式，則可分別求得不同之  $\sigma_y$  值，復令所採用之可信界限為 95%，亦即其誤差發生在 1.96 倍之標準偏差範圍外， $y$  值之可信界限可寫成

$$y - 1.96\sigma_y < y < y + 1.96\sigma_y$$

以  $N=10$  年為例說明， $\sigma_y = 3.16/\sqrt{10} = 1.0$ ，則

$$2.25 - 1.96 \times 1.0 < y < 2.25 + 1.96 \times 1.0$$

$$0.29 < y < 4.21$$

對應之重現年期為

$$1.90 < T < 67.86 \text{ (年)}$$

即  $N=10$  年時可得  $T$  之上下限為 67.86 及 1.90 年兩點。如此， $y$  之上下限可由  $\sigma_y$  決定，此上下限值復可對應出相當之可信重現年期。假設不同之  $N$  值代入計算，可分別求得對應之可信重現年期，以  $N$  值對此可信重現年期之上下限於甘保氏機率紙上作圖，即可得如圖 1 之兩條對應曲線，出現於此兩條曲線內之值即吾人所容許之推估年數。

至於檢定方法，則可先利用前節所述之頻率分析方法求得各水文站平均頻率 2.33 年之洪水量  $Q_{2.33}$  及 10 年之洪水量  $Q_{10}$ ， $Q_{10}$  與  $Q_{2.33}$  之比值為  $d$ ，將各站之  $d$  值平均，可得  $\bar{d}$  值，以此  $\bar{d}$  值分別乘同各水文站之  $Q_{2.33}$  值而得一新洪水量值  $Q'$ ，利用各站之頻率公式可倒推求得此新洪水量  $Q'$  之對應重現年期  $T_n$ ，以每站求得  $T_n$ 。對該站之紀錄年數繪於均勻性檢定圖上，假設同一集水區諸水文站所得諸點皆落於曲線內，即表示此集水區具水文均勻性；若否，則須將不合測站之紀錄捨棄不用，或更細分為小集水區再作檢定。

根據以上所述之方法，將淡水河、大甲溪、濁水溪、花蓮溪及高屏溪五條流域各作為一集水區，取各集水區中所有水文站之紀錄資料作均勻性檢定，發現除了淡水河中之桶後站出現於曲線外，其餘皆落於曲線內（請參閱表 4 至表 8 及圖 1 至圖 5）。故將淡水河流域之桶後站紀錄捨棄不用，重新利用其餘水文站作均勻性檢定，演算過程列於表 9，則可由圖 6 發現諸點皆落於曲線內，故知各流域之紀錄皆可合於均勻性檢定之要求。

表 4 淡水河流域均勻性檢定計算表

站號	站名	$Q_{2.33}$	$Q_{10}$	$d$	$Q_{2.33} \cdot \bar{d}$	$T_n$	$N$	頻率方程式
058	五堵	868.85	1393.37	1.6037	1573.10	17.3	64	$Q_T = 686.68y + 314.03$
005	石門	2477.34	4805.05	1.9396	4485.36	8.1	60	$Q_T = 1668.91y + 1393.84$
029	臺北橋	6305.85	11281.63	1.7891	11417.09	10.4	60	$Q_T = 4577.73y + 2979.51$
001	玉峯	1251.68	2542.52	2.0279	2268.05	7.2	18	$Q_T = 804.72y + 772.36$
043	高義	2282.25	4728.04	2.0719	4132.14	6.8	18	$Q_T = 1432.82y + 1464.54$
054	霞雲	2741.38	5527.93	2.0165	4963.42	7.3	18	$Q_T = 1773.59y + 1668.60$
010	福山	713.55	1356.89	1.9016	1291.92	8.5	17	$Q_T = 490.11y + 385.24$
018	乾溝	1774.23	2811.57	1.5847	3212.34	18.6	16	$Q_T = 1413.96y + 721.16$
072	桶後	296.30	402.54	1.3586	536.47	78.0	16	$Q_T = 259.41y + 63.61$
				$\bar{d} = 1.8106$				$y = -\ln(-\ln(1 - \frac{1}{T}))$

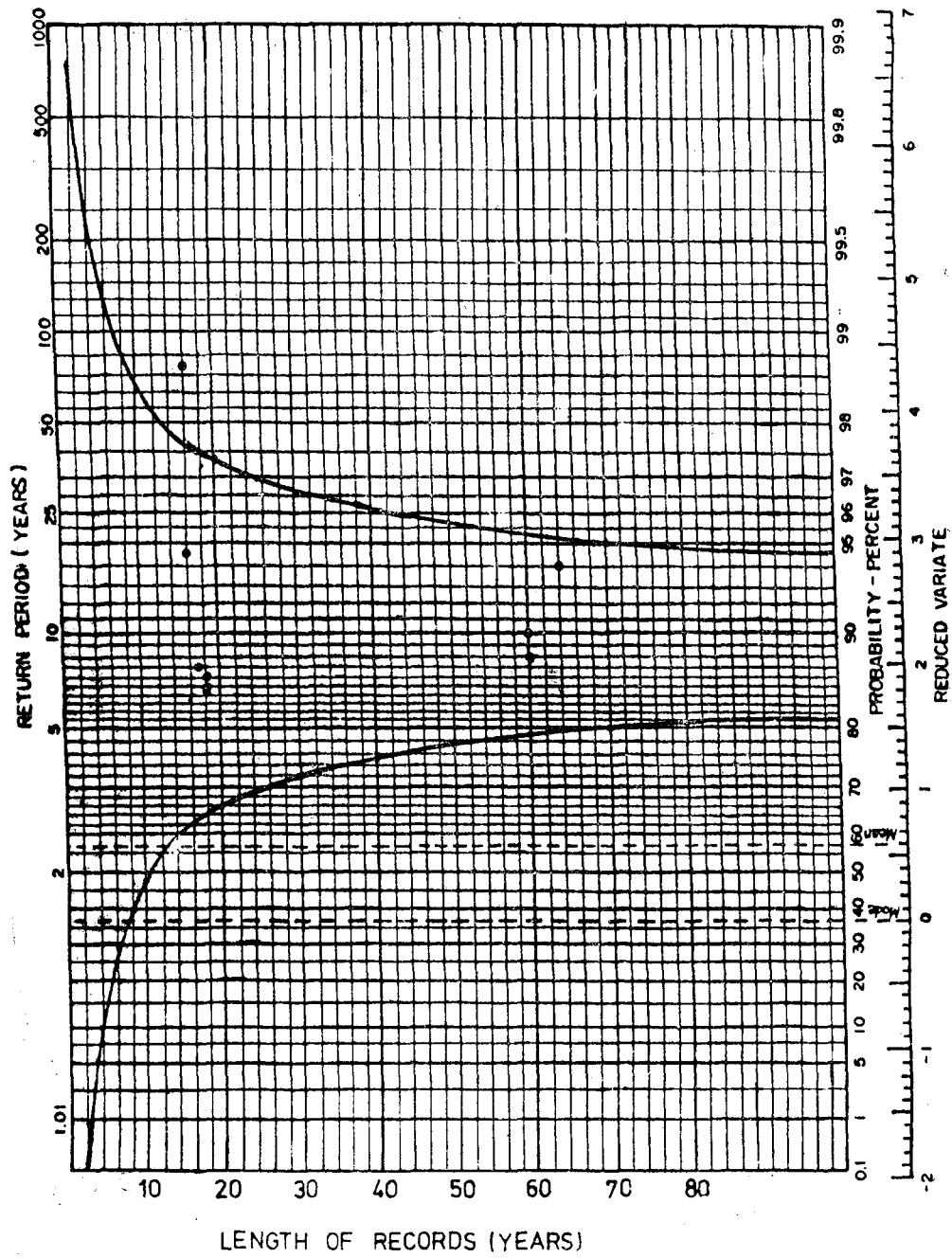


圖 1 淡水河流域均勻性檢定圖



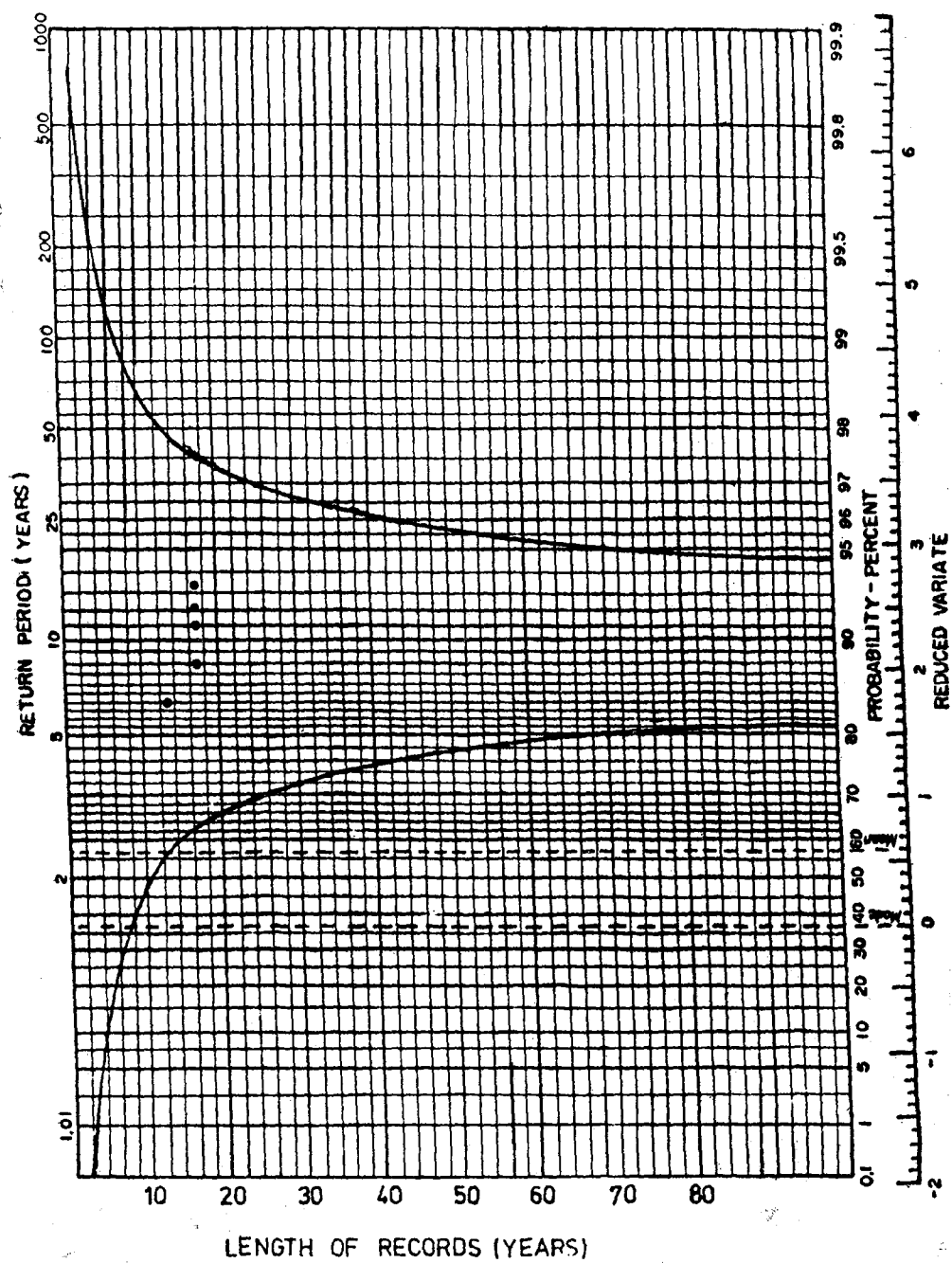


圖 2 大甲溪流域均勻性檢定圖

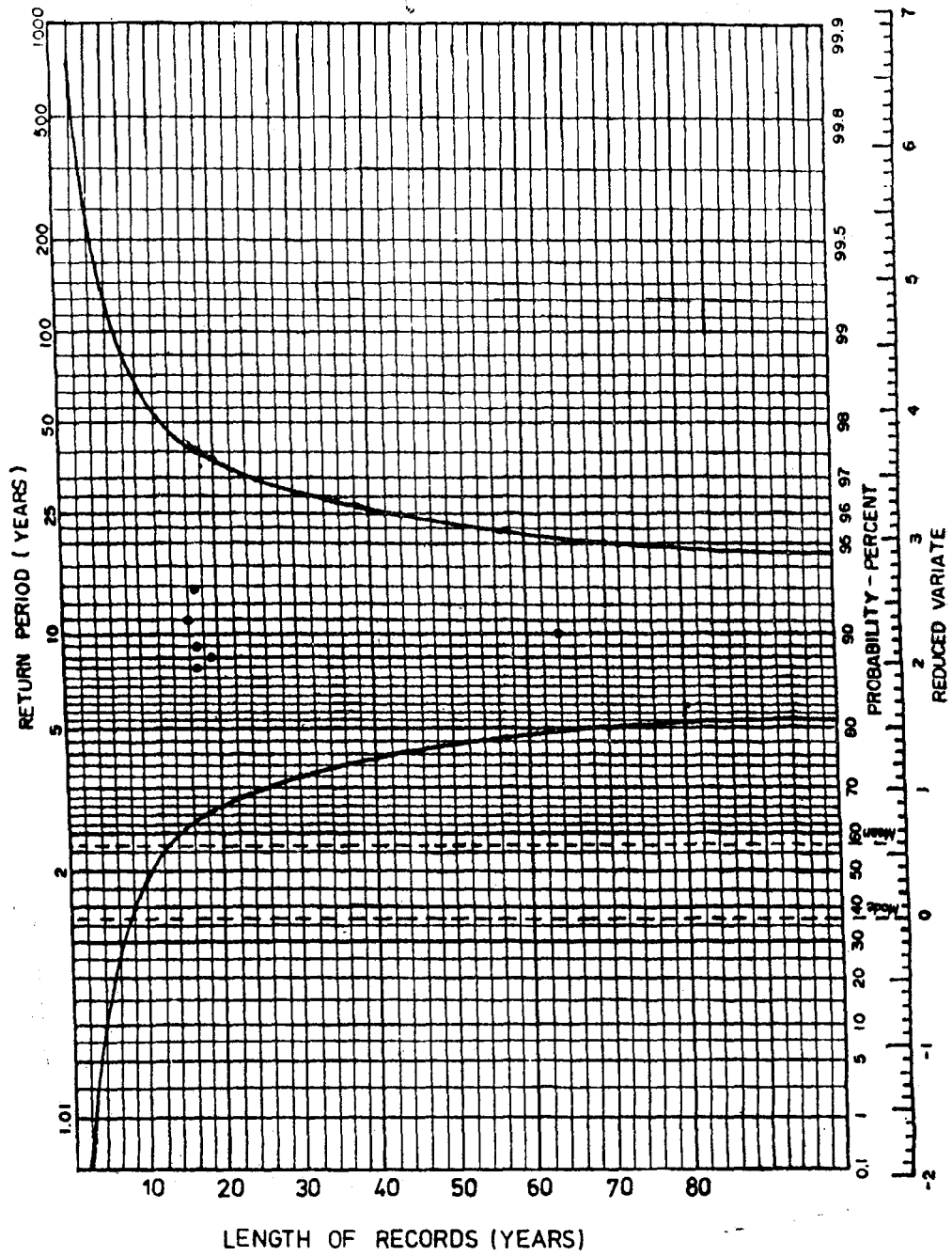


圖 3 濁水河流域均勻性檢定圖

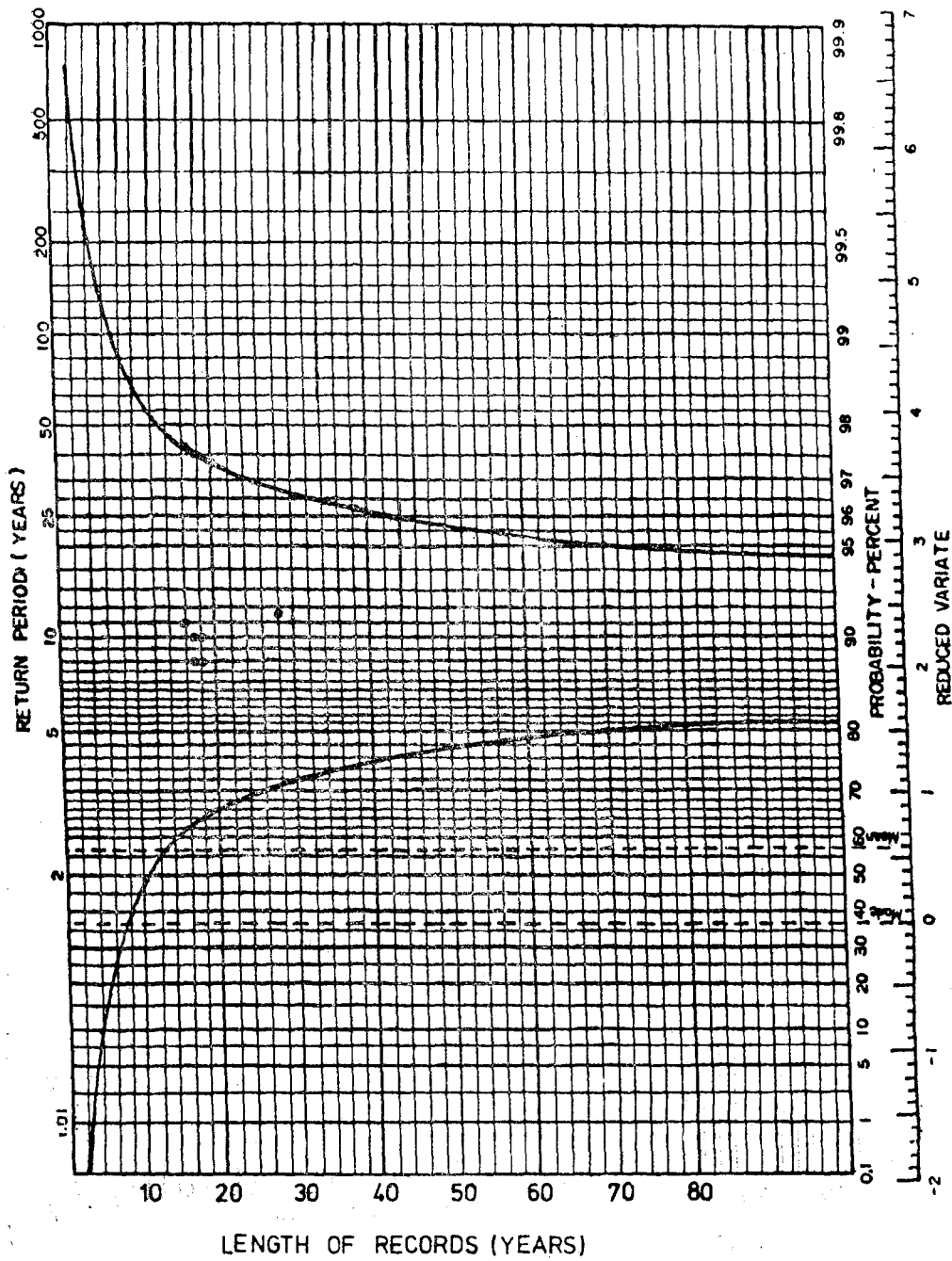


圖 4 高屏溪流域均勻性檢定圖

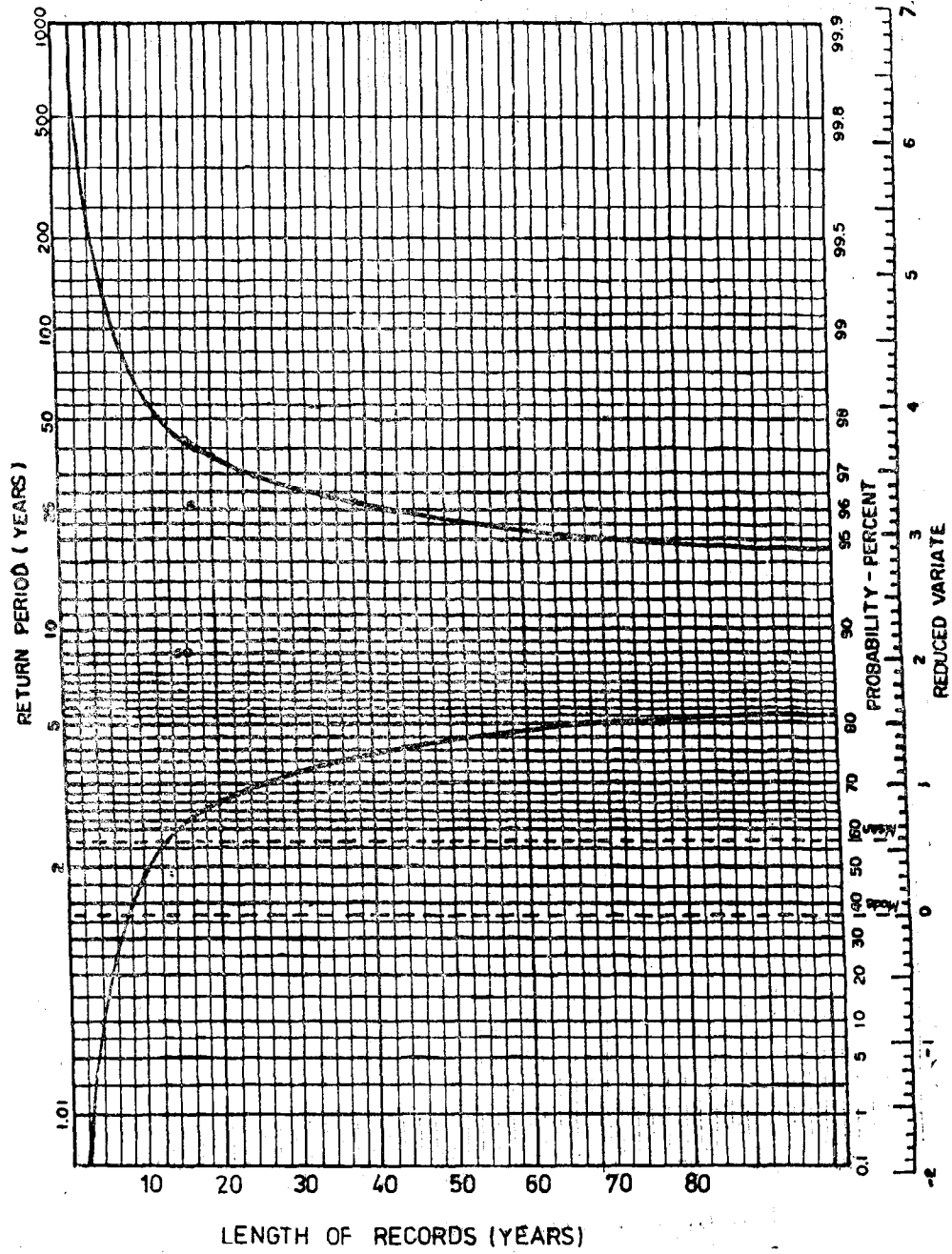


圖 5 花蓮河流域均勻性檢定圖



表 5 大甲河流域均勻性檢定計算表

站號	站名	$Q_{2-88}$	$Q_{10}$	d	$Q_{2-88} * \bar{d}$	Tn	N	頻率方程式
003	青山	1095.93	1905.27	1.7385	1940.67	10.7	17	$Q_T = 484.84y + 814.84$
011	石岡	2509.20	5023.43	2.0020	4443.28	7.0	13	$Q_T = 1505.52y + 1636.00$
014	南湖	245.02	394.80	1.6113	433.88	15.0	17	$Q_T = 89.69y + 193.00$
015	環山 合流	481.01	802.31	1.6680	851.77	12.8	17	$Q_T = 192.40y + 369.42$
016	四季朗	320.11	587.15	1.8342	566.85	8.9	17	$Q_T = 156.90y + 227.36$
				$\bar{d} = 1.7708$				

表 6 濁水河流域均勻性檢定計算表

站號	站名	$Q_{2-88}$	$Q_{10}$	d	$Q_{2-88} * \bar{d}$	Tn	N	頻率方程式
012	龍神橋	2609.34	4234.85	1.6230	4351.60	11	16	$Q_T = 973.36y + 2044.79$
018	苗圃	3641.07	6559.74	1.7467	6072.22	8.5	17	$Q_T = 1627.94y + 2696.87$
021	集集	4849.63	8059.99	1.6620	8087.74	10	64	$Q_T = 1922.37y + 3734.66$
024	桶頭	2242.74	3883.96	1.7318	3740.22	9	19	$Q_T = 982.77y + 1972.44$
029	西螺	7837.43	13266.52	1.6927	13070.51	9.5	17	$Q_T = 3250.95y + 5951.87$
031	櫻社	583.72	904.83	1.5501	973.47	14	17	$Q_T = 192.28y + 472.20$
				$\bar{d} = 1.6677$				

表 7 高屏河流域均勻性檢定計算表

站號	站名	$Q_{2-88}$	$Q_{10}$	d	$Q_{2-88} * \bar{d}$	Tn	N	頻率方程式
022	月眉	2395.50	4092.26	1.7803	4046.59	10	18	$Q_T = 1016.02y + 1806.21$
026	九曲堂	8994.10	14482.47	1.6102	15193.24	12	28	$Q_T = 3286.45y + 7087.96$
031	荖濃	2369.14	4113.46	1.7363	4002.06	9	18	$Q_T = 1044.50y + 1763.33$
032	美濃	257.73	428.25	1.6616	435.37	11	16	$Q_T = 102.11y + 198.51$
035	大津	1448.32	2447.31	1.6898	2446.57	10	17	$Q_T = 598.20y + 1101.36$
036	三地門	2279.19	3941.39	1.7293	3850.31	9	17	$Q_T = 995.33y + 1701.89$
				$\bar{d} = 1.6892$				

表 8 花蓮河流域均勻性檢定計算表

站號	站名	$Q_{2-33}$	$Q_{10}$	d	$Q_{2-33} * \bar{d}$	Tn	N	頻率方程式
004	萬榮	1018.58	2002.62	1.9661	1917.91	9	15	$Q_T = 589.25y + 676.81$
012	水簾	531.59	828.01	1.5576	1000.95	26	17	$Q_T = 177.50y + 428.65$
018	平林	829.16	1637.96	1.9754	1561.25	9	16	$Q_T = 484.31y + 548.26$
019	仁壽橋	122.73	2371.95	1.9399	2302.31	9	16	$Q_T = 688.15y + 823.60$
020	光復	582.85	1151.49	1.9756	1097.47	9	15	$Q_T = 340.50y + 335.36$
				$\bar{d} = 1.8829$				

表 9 淡水河流域均勻性檢定第二次計算表

站號	站名	d	$Q_{2-33} * \bar{d}$	Tn	N	頻率方程式
058	五堵	1.6037	1622.21	7.23	64	$Q_T = 696.68y + 314.08$
005	石門	1.9396	4625.38	7.45	60	$Q_T = 1669.91y + 1393.84$
029	臺北橋	1.7891	11773.49	7.34	60	$Q_T = 4577.73y + 2979.51$
001	玉峯	2.0297	2338.85	7.52	18	$Q_T = 804.72y + 772.36$
043	高義	2.0717	4261.13	7.55	18	$Q_T = 1432.82y + 1464.54$
054	霞雲	2.0165	5118.36	7.51	18	$Q_T = 1773.59y + 1668.6$
010	福山	1.9016	1332.25	7.42	17	$Q_T = 490.11y + 385$
018	乾溝	1.5847	3312.62	7.22	16	$Q_T = 1413.96y + 621.16$
		$\bar{d} = 1.8671$				

2-3 雨型分析

雨型係降雨—逕流關係中洪水演算之輸入，利用歷線分析法演算洪水流量歷線，須有雨量組體圖作為輸入。唯於實際降雨紀錄中，歷次雨型皆不盡相同。因此在作雨型設計時，如何決定一設計雨型，令其能代表該區域之一般降雨特性，並在流量上能導致最大可能洪峯流量之產生，是為主要課題。本文中擬採用(1)降雨強度—延時式法及(2)無因次組體圖法兩種方法。茲分別詳細說明其理論及作法如下：

(1)降雨強度—延時式法<sup>(3)</sup>

對於降雨延時較短者，降雨強度—延時曲線與雨量組體圖具有密切之關係，吾人可以圖 7 說明，圖 7(a) 係表示降雨開始經降雨尖峯而後減弱至停止之一連續降雨曲線，繪成組體圖形狀， $t_i$  由降雨

尖峯算起，則任意連續時間  $t_i$  之降雨量為  $R_i$ ，將時間  $t_i$  作為橫座標，按  $t_i$  順序將降雨量  $R_i$  之累加值作為縱座標，即可得圖 7 (b) 之雨量累積曲線，此曲線之任二點之縱座標差即代表該二點相對時間內之降雨量，且曲線上任一點之切線斜率，即代表該時間之瞬間增加率，因  $R_i$  係採用最大降雨量，故此斜率將漸緩。此時，吾人可將各  $t_i$  值之降雨量  $R_i$  值利用降雨強度  $I$  與降雨量  $R$  之關係  $I = R/t$ ，轉換為降雨強度  $I_i$ ，再按  $t_i$  順序將對應之  $I_i$  值排列，即可得如圖 7 (c) 之曲線，此即吾人所利用之降雨強度—延時曲線。

一般而言，降雨強度—延時式係應用於降雨延時不超過 24 小時者，本省之降雨強度—延時式概以下式表示

$$I = \frac{a}{(t+b)^n} \dots\dots\dots(13)$$

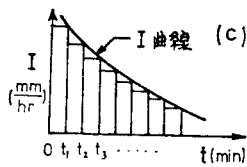
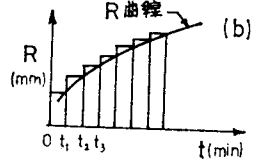
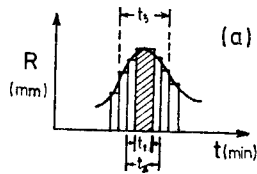


圖7 降雨R, I 曲線

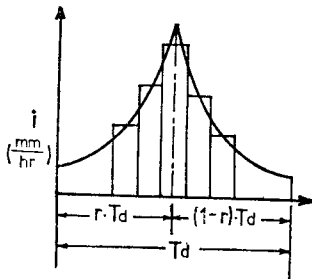


圖8 降雨尖峰特性

其中， $I$  為前所定義之累積降雨強度， $\text{mm/hr}$ ， $t$  為延時， $\text{min}$ ， $a, b, n$  分別為係數。

此式係利用各地方實測之連續時間內最大降雨量所求得者，水利局張啓濱先生曾將全省之十個氣象局測候所，即基隆、臺北、新竹、臺中、臺南、高雄、恆春、臺東、花蓮及宜蘭站，分別求得其重現年期為5年、10年、25年及50年之降雨強度~延時式<sup>(4)</sup>，此即為本文中所採用者。

利用(3)式之降雨強度~延時式，總降雨量  $R$  可表示為  $I$  與延時  $t$  之乘積：

$$R = I \cdot t \dots \dots \dots (14)$$

對瞬時降雨強度  $i$  言，總降雨量  $R$  為  $i$  對降雨延時之積分，即

$$R = \int idt$$

亦即  $i$  為  $R$  對時間之微分，故瞬時降雨強度  $i$  可表示為

$$\begin{aligned} i &= \frac{dR}{dt} = \frac{d}{dt}(I \cdot t) = \frac{d}{dt} \left[ \frac{at}{(t+b)^n} \right] \\ &= \frac{a}{(t+b)^n} - \frac{ant}{(t+b)^{n+1}} \\ &= \frac{a(1-n)}{(t+b)^n} + \frac{abn}{(t+b)^{n+1}} \dots \dots \dots (15) \end{aligned}$$

則降雨延時中任一時段 ( $t_1$  至  $t_2$ ) 之降雨量為：

$$R_{t_1, t_2} = \int_{t_1}^{t_2} idt = \left[ \frac{a}{(t+b)^{n-1}} - \frac{ab}{(t+b)^n} \right]_{t_1}^{t_2} \dots \dots \dots (16)$$

(15)式所表示之瞬時降雨強度係隨延時增加而減小，故吾人此時須作如圖8之假設，即降雨尖峰發生於降雨延時  $T_d$  中之一比例  $r \cdot T_d$  部分。 $T_d$  為總降雨延時， $t_p$  為降雨尖峰發生時間，亦即  $t_p/T_d = r$ ， $0 < r < 1$ ，其意義為假設降雨過程中，降雨強度由弱而強，達到降雨尖峰後再減弱。雨型即由尖峰為始點向前後延伸，各時段之降雨量可由(16)式求得。

至於  $r$  值之選取，可根據各當地以往之降雨資料決定。一般於熱帶性海島氣候，均可適用此形狀之降雨型式。張啓濱先生於「臺灣颱風暴雨之雨型」<sup>(7)</sup>一文中亦提及有關本省雨型。根據其分析，認為對工程設計言，臺灣之暴雨以平均典型降雨型代表為適當。所謂平均典型降雨即降雨強度由小而大至達到尖峰後再減小，此與本節中所述方法之假設不謀而合，並由該文中之統計(表10)可見，本省各地之降雨尖峰多發生於總降雨延時之中心或稍後，亦即  $r$  值以0.5或0.6為宜，可依各地方降雨特性再作調整。

### (2)無因次降雨組體圖法(Dimensionless Rainfall Hyetograph)

降雨延時超過一日以上者，降雨強度~延時式即不適用，此時吾人可假設於同一雨量站，其歷次降雨型式皆相似，則吾人可將歷次暴雨化為無因次型式。無因次組體圖法須分兩方面進行，即總降雨量及雨型(Rainfall pattern)。總降雨量之推求，乃利用歷年各不同延時之最大降雨量紀錄，經過頻率分析，則可決定任一設計重現年期，某一設計降雨延時所可能發生之最大降雨量。至於雨型，基於歷次降雨型式皆相似之假設，將以往歷次暴雨之降雨紀錄(一般以小時為單位)，先求出其總降雨



表 10 典型降雨最大三小時降雨量發生位置次數表

時間 測候所	0 ~ 3	4 ~ 6	7 ~ 9	10~12	13~15	16~18	19~21	22~24	合 計
基隆	—	2	1	9	4	3	4	—	23
臺北	—	—	3	2	1	13	2	—	21
新竹	—	5	3	8	3	3	—	—	22
臺中	1	—	4	10	3	3	1	—	22
臺南	—	—	1	6	2	7	2	1	19
高雄	1	—	6	2	5	1	2	1	18
恆春	—	2	3	—	8	3	7	—	23
臺東	—	—	3	3	4	3	6	1	20
花蓮	—	1	4	3	7	5	1	—	21
宜蘭	—	4	2	1	6	3	2	1	19
合 計	2	14	30	44	43	44	27	4	208

量  $R$  及總降雨延時  $T_d$ ，再求算自降雨開始至第  $t_1$  時間 ( $0 \leq t_1 \leq T_d$ ) 之降雨量累積值  $\Sigma R_i$ ，以  $t_1/T_d$  為橫座標， $\Sigma R_i/R$  為縱座標作圖，縱橫座標之最大值皆為 1，即可得如圖 9 之無因次雨量累積曲線圖。一般言之，無因次雨量累積圖與降雨延時有密切之關係，降雨延時愈長，降雨尖峯來得愈遲，曲線上升較緩，如圖 9 之 curve 1；反之，降雨延時愈短，降雨尖峯來得愈早，曲線上升較快，如圖 9 之 curve 2。將歷次暴雨之無因次累積圖取平均即可得該雨量站之無因次累積曲線。任一水文站所控制集水區上諸雨量站之無因次累積圖皆可獲得，復利用徐生多邊形 (Thiessen Polygon) 加權法組合各雨量站之無因次圖，即可求得該水文站

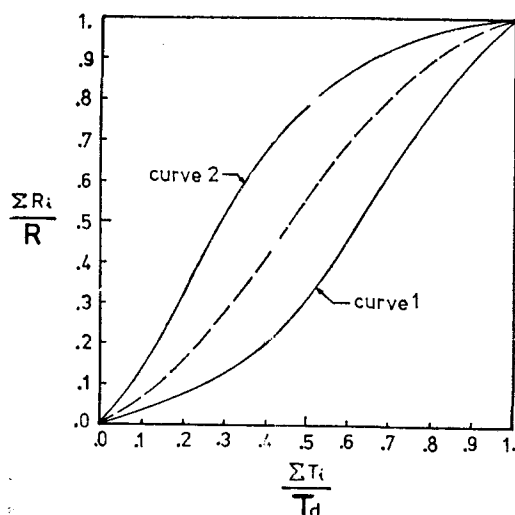


圖 9 無因次雨量累積圖

所代表之無因次雨量累積圖。

設計應用時，先決定設計降雨延時  $T_d$ ，復決定設計重現年期，則可決定可能最大總雨量  $R$ ，將  $R$  及  $T_d$  分別乘入無因次累積圖，每一時段之降雨量則可由該時段對應之雨量累積值與前一時段累積值之差求得，由此求得雨量組體圖。

#### 2-4 非線性非時變模式推演

模式之意義即在利用數學、類比、或模型等各種方法，以模擬輸入與輸出間之關係。在水文模式中最主要之輸入~輸出關係即為降雨~逕流關係。本文中所採用之模式係非線性非時變數學模式<sup>(5)</sup> (13)。

於一集水區中，吾人可將此集水區考慮為一控制體積 (Control volume)，其間之蓄水 (Storage) 結構將超滲降雨轉變為直接逕流。在此輸入 (超滲降雨) 轉變為輸出 (直接逕流) 之過程中，蓄水效應提供了延遲、調節和減弱之功能。故非線性非時變模式之推演，也將以考慮蓄水量為出發點。

對一線性水庫，即考慮一線性系統中蓄水之對應關係。此線性水庫必須蓄水量  $S$  為流量  $Q$  之線性函數：

$$S = KQ^m + K', \quad m=1, \quad K'=0 \dots \dots \dots (17)$$

式中  $K$  為蓄水係數，(17) 式所定義之單一線性水庫之形狀實為一具有垂直邊岸及比例型堰口 (Proportional weir) 之水庫，對一具垂直邊岸之水庫，其蓄水量  $S$  與水位  $Y$  成一線性關係，即

$$S = AY^n, \quad n=1 \dots \dots \dots (18)$$

對一具比例堰口之水庫，其流量  $Q$  與水位  $Y$  成線性關係即

$$Q = BY^p, \quad p=1 \quad \dots\dots\dots(19)$$

其中  $A$ 、 $B$  為常數。

由 (18)、(19) 式中消去  $Y$  可得  $S = (A/B)Q$ ，或  $S = KQ$ ，此即 (17) 式之型式。茲之圖例說明之，圖 10 (a) 即為一具有垂直邊岸之水庫，圖 10 (b) 為具有比例型堰口者。組合此二者，即

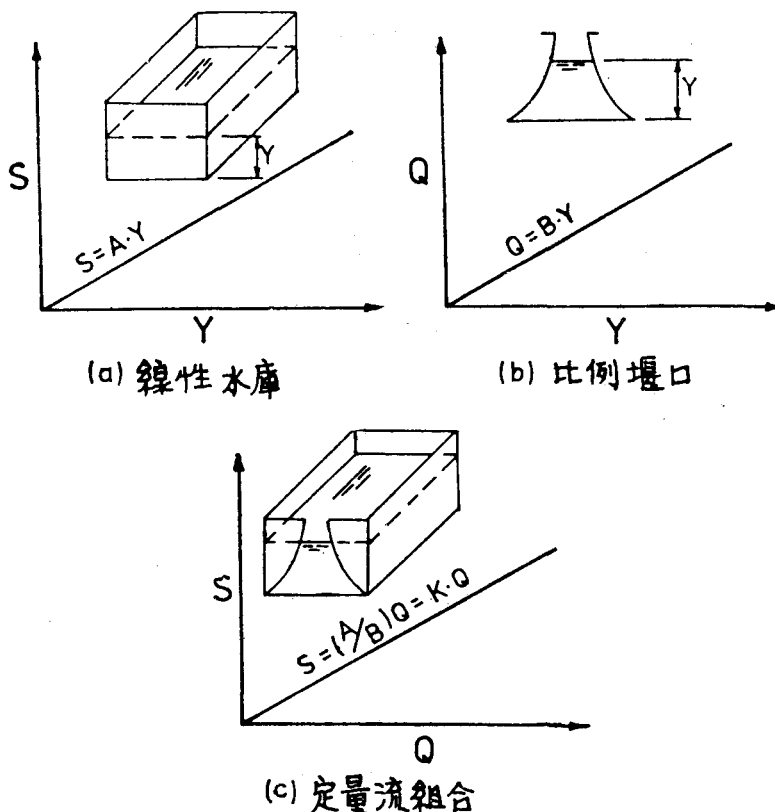


圖 10 線性系統之物理觀念

得如式 (17) 所定義之線性水庫，如圖 10 (c)。

於一般之天然集水區中，其蓄水過程頗為複雜，蓄水關係不應為線性，實際之集水區情況，蓄水量  $S$  或流量  $Q$  與水位  $Y$  之關係中，其指數鮮有等於 1 者 (即 (18)、(19) 式中之  $n$  與  $p$ )，故吾人須考慮非線性水庫。

實際之集水區，其形狀頗不規則，欲考慮其為非線性水庫，則須重新考慮蓄水量  $S$ ，流量  $Q$  以及水位  $Y$  之關係。蓄水量  $S$  可表示為水位  $Y$  之指數關係，即

$$S = AY^n, \quad n \neq 1 \quad \dots\dots\dots(20)$$

此種集水區之蓄水關係可以圖 11 (a) 表示，圖 11 (b) 係說明此集水區之出口，其流量  $Q$  與水位  $Y$  之關係可寫成：

$$Q = BY^p, \quad p \neq 1 \quad \dots\dots\dots(21)$$

式中之  $A$ 、 $B$ 、 $n$ 、 $p$  皆為常數，(21) 式中之常數  $p$  值隨不同形狀之堰口而異，矩形為 1.5，雙曲線形為 2.0，三角形為 2.5，一般天然河川適用之值也應約在此範圍內，對一流量的控制出口之集水區，其蓄水與流量關係，如圖 11 (c) 所示者，可由 (20)、(21) 式中消去  $Y$  而得：

$$S = \frac{A}{B^{n/p}} Q^{n/p} \quad \dots\dots\dots(22)$$

在此，吾人須再作一假設，即考慮此系統具非時變性，即  $A$ 、 $B$ 、 $n$ 、 $p$  均為常數，則 (22) 式可寫成

$$S = K_1 Q^N \quad \dots\dots\dots(23)$$

其中  $N = n/p$ ， $K_1 = \frac{A}{B^N}$

是故，一概念性非線性集水區可以 (23) 式表示之，其中  $N$ 、 $K_1$  值依該集水區之特性而定。

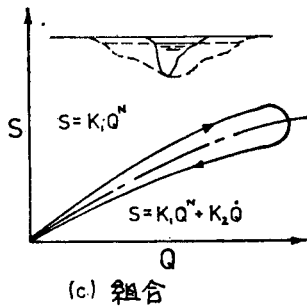
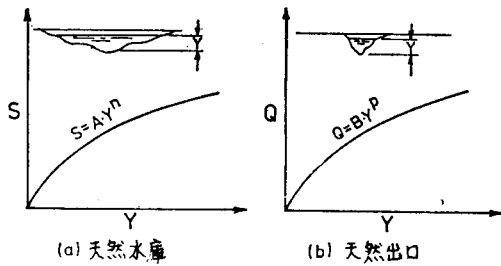


圖 11 非線性系統之物理觀念

然 (23) 式所考慮者，係僅止於定量流 (Steady flow) 情況，亦即圖 11 (c) 中之點線，而一般實際河川中，所觀測得之蓄水量與流量關係則成一迴路 (Loop) 關係，由於洪水楔 (Flood wedge) 之存在，S 與 Q 之關係隨漲水與退水而不盡相同，其趨勢如圖 11 (c) 中之實線。為適於此變量流 (Unsteady flow) 情況，(23) 式之 S-Q 關係須修正為：

$$S = K_1 Q^n + K_2 \frac{dQ}{dt} \dots\dots\dots (24)$$

其中  $K_2$  為諸多變數之複雜函數，包括影響楔形蓄水 (Wedge storage) 及蓄水一流量關係者，但對某一場洪水歷線言，吾人均假設其為常數。

令該系統中雨量之輸入以 P 表示，蓄水量為 S，輸出流量為 Q，三者皆為時間 t 之函數，則洪水之連續方程式可寫成

$$\frac{dS}{dt} = P - Q \dots\dots\dots (25)$$

將 (24) 式對 t 微分

$$\frac{dS}{dt} = N K_1 Q^{n-1} \frac{dQ}{dt} + K_2 \frac{d^2 Q}{dt^2} \dots\dots (26)$$

由 (25)、(26) 式消去  $dS/dt$ ，得

$$K_2 \frac{d^2 Q}{dt^2} + N K_1 Q^{n-1} \frac{dQ}{dt} + Q = P \dots\dots (27)$$

此為一二階非線性微分方程式，包括 N、 $K_1$  及  $K_2$  三參數，此三參數須根據以往之流量紀錄求得，非

線性非時變模式即在利用 (27) 式之關係，P 為其輸入函數，求解得流量 Q 之變化情形。

利用電子計算機求解微分方程式，蘭基一庫特四次漸近法 (Runge-Kutta 4th order iteration method) 為目前所普遍應用之方法，主要在於其程式易於設計，同時精確度亦頗高，故本文中亦採用此法。

蘭基一庫特漸近法解微分方程式之原理<sup>(11)</sup> 係利用斜率加權，對一 n 階微分項，其實為該變數 (n-1) 階微分項之斜率，給以一初始條件值  $y_0$ ，則一旦求得  $y_n$ ，即可用以求  $y_{n+1}$ ，利用此觀念，茲以一階微分方程式圖解說明之。令

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y) \dots\dots\dots (28)$$

給以一初始條件值  $y(x_0) = y_0$ ，則

$$y_{n+1} = y_n + \Delta y_n$$

其中  $\Delta y_n = \frac{\Delta x}{6} (k_0 + 2k_1 + 2k_2 + k_3)$

$$k_0 = f(x_n, y_n)$$

$$k_1 = f\left(x_n + \frac{\Delta x}{2}, y_n + \frac{k_0}{2} \Delta x\right)$$

$$k_2 = f\left(x_n + \frac{\Delta x}{2}, y_n + \frac{k_1}{2} \Delta x\right)$$

$$k_3 = f(x_n + \Delta x, y_n + k_2 \Delta x)$$

$k_0, k_1, k_2$  與  $k_3$  分別為  $x_n$  至  $x_{n+1}$  間四點之斜率，以 (29) 式之加權組合，即可推得  $\Delta y_n$ ，此可以圖 12 表示。

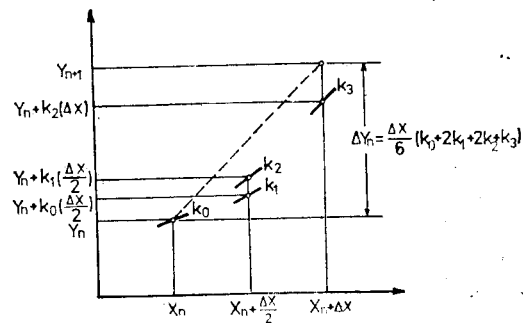


圖 12 RUNGE-KUTTA 漸近法圖解

以此觀念用於非線性非時變性流量式之求解，則可將 (27) 式之二階微分項提出

$$\begin{aligned} \frac{d^2 Q}{dt^2} &= \frac{1}{K_2} \left( P - Q - N K_1 Q^{n-1} \frac{dQ}{dt} \right) \\ &= F\left(t, Q, \frac{dQ}{dt}\right) \dots\dots\dots (30) \end{aligned}$$

F 係表示一函數關係，則給以一初始條件

$$Q(t_0) = Q_0$$

$$\frac{dQ(t_0)}{dt} = \frac{dQ_0}{dt}$$

爾後  $n$  由 1 開始，逐步利用  $t_n = t_0 + n\Delta t$ ，可求得每一時段之  $Q_{n+1}$  與  $dQ_{n+1}/dt$ ：

$$Q_{n+1} = Q_n + \Delta t \left[ \frac{dQ_n}{dt} + \frac{1}{3} (A_1 + A_2 + A_3) \right] \dots\dots\dots (31)$$

$$\frac{dQ_{n+1}}{dt} = \frac{dQ_n}{dt} + \frac{1}{3} (A_1 + A_2 + A_3 + A_4) \dots\dots\dots (32)$$

式中  $A_1 = \frac{\Delta t}{2} F \left( t_n, Q_n, \frac{dQ_n}{dt} \right)$

$$A_2 = \frac{\Delta t}{2} F \left[ t_n + \frac{\Delta t}{2}, Q_n + \frac{\Delta t}{2} \left( \frac{dQ_n}{dt} + \frac{A_1}{2} \right), \frac{dQ_n}{dt} + A_1 \right]$$

$$A_3 = \frac{\Delta t}{2} F \left[ t_n + \frac{\Delta t}{2}, Q_n + \frac{\Delta t}{2} \left( \frac{dQ_n}{dt} + \frac{A_2}{2} \right), \frac{dQ_n}{dt} + A_2 \right]$$

$$A_4 = \frac{\Delta t}{2} F \left[ t_n + \Delta t, Q_n + \frac{\Delta t}{2} \left( \frac{dQ_n}{dt} + A_3 \right), \frac{dQ_n}{dt} + 2A_3 \right]$$

根據(31)、(32)式，則利用計算機處理甚為方便。其問題在於  $\Delta t$  之選取， $\Delta t$  愈小，所演算之值將更精確，但計算所花費時間亦愈多。本文中所採用之  $\Delta t$ ，係  $\frac{1}{50}$  小時，即將每一單位時間分為 50 等分。

至於  $N$ 、 $K_1$  及  $K_2$  三參數之選取，吾人可由洪水歷線中觀察求得，當洪峯流量  $Q_P$  到達時， $\frac{dQ_P}{dt} = 0$ ，由式 (24) 得：

$$S_{Q_P} = K_1 Q_P^N \dots\dots\dots (33)$$

利用同一水文站歷次洪水紀錄及相對應之暴雨紀錄，先求得直接逕流部分之洪水體積，再利用此洪水體積代回暴雨紀錄中以  $\Phi$  指數法求得超滲降雨 (Rainfall excess) 或有效降雨 (Effective rainfall)。由每一時段直接逕流與該時間對應之蓄水量，可演算得  $S_{Q_P}$  與  $Q_P$  將歷次洪水之  $S_{Q_P}$  值及  $Q_P$  值繪於全對數紙上，利用直線迴歸，即可求得斜率  $N$  及  $Q_P = 1$  時之截距  $K_1$ 。

$K_2$  之選取則較費周章，由於  $K_2$  在某次流量紀錄中，每時段皆變化，為求演算上需要，吾人假設其為常數，故須由實測紀錄與演算歷線相比較後修正而得。由 (24) 式：

$$K_2 = \frac{S - K_1 Q^N}{dQ/dt} \dots\dots\dots (34)$$

### 2-5 各水文參數之迴歸分析

水文模式中所需代入之水文參數大小乃表示水文系統中其水文、地文特性之反映，此等水文參數

可由水文站過去觀測紀錄，藉助經驗公式或統計分析方法加以推估。以各個規劃區域為準，利用該區域內已知之水文量、地文因子以及諸有關水文因子值，經過迴歸分析，可將水文參數表示為此類地文因子之多變數迴歸式。於應用時，將設計地點已知之地文因子以及設計參數代入，即可求得所需之水文參數。

多變數迴歸式皆考慮一因變數為多個自變數之線性關係，設該因變數為  $Y$ ，自變數為  $x_1, \dots, x_n$ ，則可寫成：

$$Y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_n x_n \dots (35)$$

其中  $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$  為迴歸係數。

唯於水文分析上，甚少有線性關係存在者，一般吾人皆考慮為指數關係，即

$$Y = b_0 x_1^{b_1} x_2^{b_2} \dots x_n^{b_n} \dots\dots\dots (36)$$

$b_0, b_1, b_2, \dots, b_n$  仍為迴歸係數。

此時吾人可對 (36) 式兩邊分別取對數，即可將其表示為線性關係：

$$\log Y = \log b_0 + b_1 \log x_1 + b_2 \log x_2 + \dots + b_n \log x_n \dots\dots (37)$$

此式即如 (35) 式之線性型式。

以 (35) 式為說明， $a_0, a_1, \dots, a_n$  即吾人所欲求得之迴歸係數，以矩陣型式表示，由各次觀測組成之矩陣可寫成

$$\bar{Y} = [a] X \dots\dots\dots (38)$$

$$\text{則 } [a] = [X'X]^{-1} [X' \bar{Y}] \dots\dots\dots (39)$$

其中

$$\begin{aligned} \{\alpha\} &= \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix}, \quad \{Y\} = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix} \\ X &= \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & X_{21} & \cdots & X_{n1} \\ 1 & X_{12} & X_{22} & \cdots & X_{n2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & X_{1m} & X_{2m} & \cdots & X_{nm} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$n$  為自變數總數， $m$  為觀測數，利用 (39) 式，即可求得迴歸係數組成之矩陣  $[\alpha]$ 。

本文中所考慮之水文參數及其影響因子函數關係計有下列數者：

$$Q_T = f_1(A, L, H, R) \dots \dots \dots (40)$$

$$Q_S = f_2(A, L, H, Q_T) \dots \dots \dots (41)$$

$$Q_B = f_3(A, L, H, T_d) \dots \dots \dots (42)$$

$$N = g_1(A, L, H) \dots \dots \dots (43)$$

$$K_1 = g_2(A, L, H) \dots \dots \dots (44)$$

$$K_2 = g_3(A, L, H) \dots \dots \dots (45)$$

其中  $Q_T$ ：重現年期為  $T$  年之洪峯流量(cms)

$Q_S$ ：洪水體積 (mm)

$Q_B$ ：基流量 (cms)

$A$ ：集水區面積 ( $Km^2$ )

$L$ ：主流長度 (Km)

$H$ ：集水區出口與該流域最高點標高差 (m)

$R$ ：總降雨量 (mm)

$Q_T$ ：洪峯流量 (cms)

$T_d$ ：降雨延時 (hr)

$N, K_1, K_2$ ：非線性非時變模式參數

本研究中，至目前所應用之迴歸式有中部地區與南部地區洪水體積  $Q_S$  與基流量  $Q_B$  者。

中部地區係採用大安溪、大甲溪、烏溪、濁水溪、北港溪及朴子溪之資料求得者：

$$Q_S = 161.4515 A^{-0.7486} L^{0.0698} H^{-0.1996} Q_T^{0.8365} \dots \dots \dots (46)$$

$$Q_B = 0.016 A^{1.281} L^{-0.868} H^{0.423} T_d^{0.121} \dots \dots \dots (47)$$

南部地區則係採用八掌溪、急水溪、曾文溪、二仁溪、高屏溪、東港溪及林邊溪之資料求得：

$$Q_S = 0.3602 A^{-0.7283} L^{-0.2600} H^{0.1116} Q_T^{1.0489} \dots \dots \dots (48)$$

$$Q_B = 0.0095 A^{0.8973} L^{-0.0781} H^{0.8277} T_d^{0.1301} \dots \dots \dots (49)$$

以上諸式之求得，須收集各流域中各水文站歷

次降雨及流量紀錄， $A$ 、 $L$ 、 $H$  為各水文站之地文因子，可由該站資料查得。選取各站不同流量紀錄中，歷線形狀較為單純規則者，決定其降雨延時  $T_d$ ，洪峯流量  $Q_T$ ，並由該歷線中決定一基流量  $Q_B$ ，洪水體積  $Q_S$  則須利用求積儀量取每一洪水歷線基流以上部分之面積，再經單位換算而得。

### 三、合理化推演之完成

合理化推演之目的，即在校正統計頻率分析法所得之洪峯流量與歷線分析法所得洪峯流量二者間之差異，以擷取二法之優點，使所設計之  $T$  年重現年期洪水歷線，其洪峯流量、洪峯稽延時間及歷線型式皆可獲得，同時並可以應用於其他無水文紀錄地點，以作為水資源工程上之推估及設計之用。

3-1 合理化推演方法之建立——本研究所採用之合理推演方法，按步驟先後順序可分項說明如下：

#### (1) 洪水頻率分析

根據諸有紀錄水文站以往之歷年洪水流量資料，選取每年最大之洪峯流量，可利用頻率分析法求得各站不同重現年期所可能發生之洪峯流量。本研究所採用之頻率分析方法計有對數常態分佈、甘保氏極端值第一型分佈、皮爾生第三型分佈及對數皮爾生第三型分佈。唯於應用時，則係採用甘保氏極端值第一型分佈及對數皮爾生第三型分佈。

#### (2) 兩型設計

利用頻率分析方法求得不同重現年期所可能發生之洪峯流量後，須再利用歷線分析法推求。欲利用歷線法演算洪水歷線，須先求得設計雨型。首先決定所欲設計之降雨延時，利用過去降雨資料中不同延時內最大降雨量作頻率分析，即可求得設計重現年期、設計降雨延時內之可能最大降雨量。根據 2-3 節中所述者，採用降雨強度—延時式法及無因次組體圖法，即可求得設計降雨組體圖。

#### (3) 基流量之求得

利用 2-5 節中所求之迴歸式 (47) 及 (49)，代入設計站址之地文資料如  $A$ 、 $L$ 、 $H$  等以及設計降雨延時  $T_d$ ，即可求得基流量。因臺灣地形陡峻，洪水流量於短時間內即可流達海洋，故暫時假設每場洪水過程中其基流量為常數。

#### (4) 洪水體積之決定

同樣利用 2-5 節中之迴歸式 (46) 及 (48)，洪水體積  $Q_S$  為  $A$ 、 $L$ 、 $H$  以及洪峯流量  $Q_T$  之

函數，則對所設計地點，可先以洪水頻率分析所得之洪峯流量為輸入，即可求得此次暴雨之洪水體積  $Q_s$ 。

(5) 超滲降雨組體圖 (Effective Rainfall Hyetograph 簡寫為 ERH) 之求得

由步驟(4)所得之洪水體積  $Q_s$  應等於該暴雨之超滲降雨體積  $P_e$ ，即  $P_e = Q_s$ ，將  $P_e$  代入步驟(2)所得之設計降雨組體圖中，利用  $\Phi$  指數法，即可求得作為降雨—逕流關係中輸入之超滲降雨組體圖。

(6) 洪水歷線之推求

利用設計站以往之流量紀錄資料，及 2-4 節中所述之方法可求得  $N$ 、 $K_1$  及  $K_2$  三參數。復利用步驟(5)中之超滲降雨組體圖為輸入，經過非線性非時變模式 (NLTIM) 之演算，即可求得直接逕流歷線 (Direct Runoff Hydrograph 簡寫為 DRH)，將此直接逕流歷線加上由步驟(3)所得之基流量，即可求得該設計降雨組體圖之逕流歷線。

(7) 洪峯流量之校驗

由步驟(6)之逕流歷線可得一洪峯流量  $Q_p^*$ ，假若此  $Q_p^*$  與頻率分析所得之洪峯流量  $Q_T$  相差甚微，在此規定容許差異

$$\left| \frac{Q_p^* - Q_T}{Q_T} \right| \leq 0.05 \text{ 為可接受，則步驟(6)所得}$$

之逕流歷線即為設計洪水歷線， $Q_p^*$  即為設計之洪峯流量。若上述之差異比例超過 0.05 之精度，則須校正洪峯流量。此時，作為比較標準之設計洪峯流量  $Q_T$  須調整為  $Q_T = \frac{1}{2} (Q_T + Q_p^*)$ ，作為洪水體積迴歸式輸入之洪峯流量  $Q_F$  也須調整為  $Q_F = Q_F + \frac{1}{2} (Q_T - Q_p^*)$ ，由此再回到步驟(4)，再次演算另一新試標之洪峯流量  $Q_p^*$ ，如此迭代，逐次校正洪峯流量，直至差異比例小於 0.05 之精度，即可得設計洪水歷線及洪峯流量。一般言之，迭代次數約三次左右即可得到所求精度。

(8) 合理化推演之流程圖

以上所述(1)至(7)之步驟過程可以圖 13 之流程

圖表示，依序演進，即可求得合理設計洪水量。

3-2 合理化推演之應用

合理化推演除應用於有紀錄水文站洪峯流量之校驗及洪水歷線之推求外，亦可應用於無紀錄水文站洪水歷線之推估，其步驟與有紀錄水文站頗相似，唯仍須根據有紀錄站之各資料先求得有關水文參數之迴歸式。設某一未設站之規劃地區，由地形圖中可試求其地文因子，如  $A$ 、 $L$ 、 $H$ ，再依氣象分析知其降雨量、雨型及延時，示如式(40)、(41)(42)、(43)、(44) 及 (45)之型式。

則合理化推演方法應用於無紀錄水文站設計洪水歷線之推估可以圖 14 之流程圖表示。

FLOW CHART FOR FLOOD-HYDROGRAPH SYNTHESIS

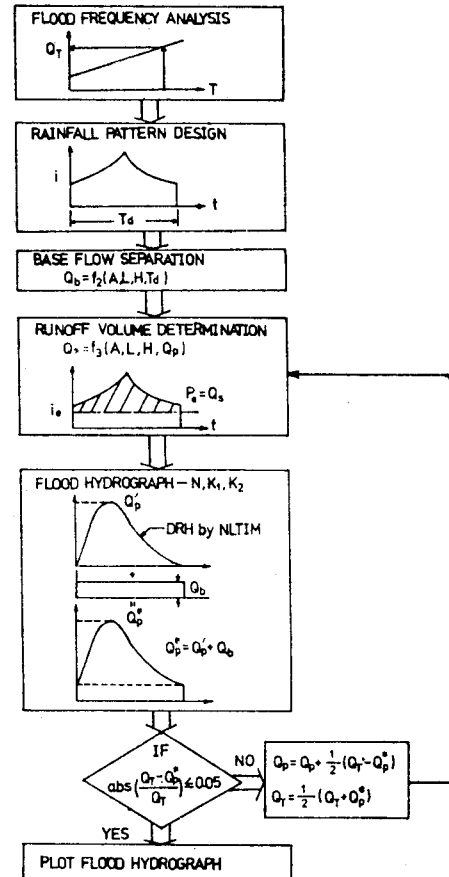


圖 13 有紀錄水文站洪水歷線設計合理推演流程圖

APPLICATION :  
DESIGN FLOOD HYDROGRAPH FOR UNGAGED WATERSHEDS

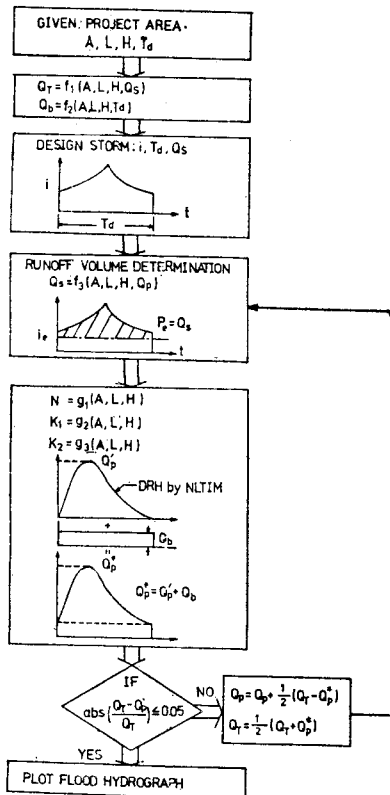


圖 14 無紀錄水文站洪水歷線設計合理推演流程圖

誌 謝

本研究承蒙國科會及農復會給予研究經費之補助，農復會水利組章組長元義、溫工程師理仁、胡工程師文章之諸多協助，賜予卓見，敬表謝忱。

水文氣象資料得自水利局水文課郭課長王珍及中央氣象局陳技士正改之協助，臺灣大學農工研究所研究助理徐年盛、蘇明道對資料分析、程式設計出力甚多，國立臺灣大學電子計算機中心給予利用 CDC 3150 電腦，均不勝銘感。初稿完成，又承蒙臺灣大學土木工程學研究所客座教授顏清連博士詳加審閱，給予指正，尤所感荷。（未完待續）

承包土木、建築、水利工程

# 新泉營造

有限公司

林 溪 泉

地址：岡山鎮協和里一〇八號

承包土木、建築、水利工程

端明營造廠

電 臺  
話 北  
： 市  
三 臨  
四 沂  
一 街  
一 69  
七 巷  
五 1  
四 3  
三 6 號