

稻穀乾燥擴散係數及平衡含水率之研究

A Study on the Drying Diffusivity and Equilibrium Moisture Content of Paddy Rice

逢甲工商學院工業工程研究所碩士

指導教授

梁 繼 新

吳 德 昌

C. S. Liang

T. C. Wu

Abstract

The purpose of this paper is to find the diffusivity and equilibrium moisture content of the paddy rice (Ponlai Tainan-5) under different drying conditions. It is intended to provide an accurate prediction for the paddy rice moisture content change in the continuous as well as the intermittent thin-layer drying process.

First, this paper introduces the general drying theory. Then, it gives the mass transfer and distribution of moisture in the individual kernel during drying and tempering. This analysis applies the spherical mathematical model. From the experimental data, the diffusivity, D , and equilibrium moisture content, U_e , in the theoretical equations are found through trial and error method. The result shows that the air temperature greatly affects the diffusivity. When $V=1.6\text{m/s}$, $D=4.52 \times 10^8 \times \exp(-7.29 \times 10^3/\bar{T})$, $\bar{T}=T+273$. This type accords with the Arrhenius equation. The moisture content before drying has no apparent effect on the diffusivity. Within an error of 3-8.5%, this coefficient is an average value. When the air velocity reduces one half, the diffusivity decreases 11.4% as its maximum. When the absolute humidity approaches 0.0205kg (water weight)/kg (dry air weight) and drying temperature approaches 40°C, 60°C or 80°C, the equilibrium moisture content becomes 8.4%(D. B.), 7.5%, or 5.8% respectively. Finally, the paper gives a prediction on a continuous drying and an intermittent drying with a satisfactory results in hope. It also compares the two experimental drying processes with the theoretical status and obtains very good coincidence.

摘 要

本文目的係求得適合本省稻穀蓬萊種臺南五號在各種不同的情況下乾燥時的擴散係數與平衡含水率，

對本省稻穀在薄層連續乾燥過程與間歇乾燥過程中含水率變化的情形提供精確的預測。

本文中曾對乾燥理論略作介紹，進而以球體之數

* 逢甲工商學院工業工程研究所碩士論文

學模型為基礎，求出穀粒個體於乾燥時與和化 (Tempering) 時，質量 (水分) 的傳遞與分佈情形。由實驗的數據以試湊法求得理論公式中擴散係數 D 與平衡含水率 U 之值。實驗結果分析知空氣之溫度對擴散係數影響最大，當風速為 1.6m/s 時，

$$D = 4.52 \times 10^8 \times \exp(-7.29 \times 10^8 \frac{1}{T}), \bar{T} = T + 273$$

此類型與阿雷紐斯方程式 (Arrhenius equation) 一致，稻穀乾燥前之含水率對擴散係數無顯著的影響，在誤差約為 3~8.5 % 內設其為平均值，而風速減少一半時其擴散係數最大約減 11.4 %，平衡含水率在絕對濕度為 0.0205kg (水重) / kg (乾空氣重)，乾燥溫度為 40°C, 60°C, 80°C 時分別為 8.4 % (D.B.), 7.5%, 5.8%。最後預測一連續乾燥與一間歇乾燥能得到相當好的預測效果，將間歇乾燥與連續乾燥實驗比較亦能與理論相符合。

1. 緒 論

為了要了解稻穀內質量 (水分) 在乾燥時擴散的情形，擴散係數 D 值的決定是必須的。關於穀粒的擴散係數 D 值在外國曾有數人發表過^(1,2,3,4)，而國內目前的研究都是從事實際工作：①乾燥機的製造②設定乾燥機的溫度與風量③胴裂的情形④和化 (Tempering) 時間的探求等。對於本省稻穀乾燥之各種情況的 D 值不得而知，理論預測無法達成，本文的目的，即在於求出穀粒個體於乾燥時與和化時，質量 (水分) 傳遞的情形，而擴散方程式以貝捨爾函數 (Bessel unctjion) 解出，進而求得適合本省稻穀在各種情況下 (熱空氣的溫度、相對濕度、風速、稻穀乾燥前的含水率……等) 的擴散係數與平衡含水率，如此對本省在稻穀乾燥過程中含水率變化的情形，可提供精確的預測，另和化時間長短的效果也將予以證明。

2. 理論分析

2-1 乾燥原理

乾燥過程中自然產生水分濃度梯度 (moisture

concentration gradient)，如定一等濕面的水分濃度為 C ，而在垂直方向 Δn 距離之另一等濕面水分濃度為 $C + \Delta C$ ，則在物質內之水分梯度為

$$\begin{aligned} \text{grad } C &= \lim_{\Delta n \rightarrow 0} \frac{(C + \Delta C) - C}{\Delta n} = \lim_{\Delta n \rightarrow 0} \frac{\Delta C}{\Delta n} \\ &= \frac{\partial C}{\partial n} \dots \dots \dots (2-1) \end{aligned}$$

以數學理論來說，費克擴散定律 (Fick's law) 表明：若假設水分在物質內傳遞時，其在各位置所受到的阻力均等，則水分移動的速率與水分濃度梯度成正比，且忽略毛細管、重力等影響，其可由下列表示：

$$N = - D \frac{\partial C}{\partial n} \dots \dots \dots (2-2)$$

負號表示質量擴散的方向與水分濃度增加之方向相反。由質量平衡定律可證明水分子在物質內擴散時，其水分濃度變化的速率與水分濃度梯度的改變率成比例，即

$$\frac{\partial C_1}{\partial t} = \text{div}(D_1 \text{ grad } C_1) \dots \dots \dots (2-3)$$

當沿著 x, y, z 三個方向擴散時，則可寫成

$$\begin{aligned} \frac{\partial C}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial x} \left\{ D \frac{\partial C}{\partial x} \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ D \frac{\partial C}{\partial y} \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ D \frac{\partial C}{\partial z} \right\} \dots \dots (2-4) \end{aligned}$$

2-2 薄層與厚層乾燥

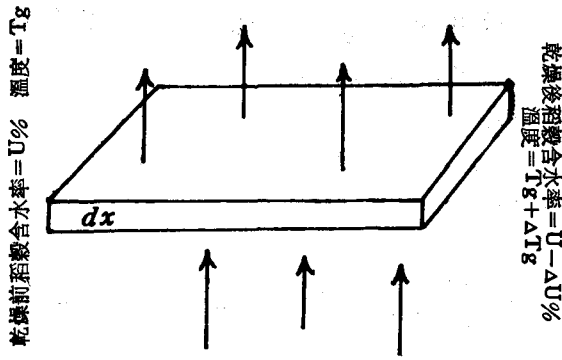
2-2-1 薄層乾燥

稻穀乾燥的方式有薄層與厚層乾燥，通常薄層乾燥即指所有稻穀完全暴露在相同的溫度與絕對濕度的乾燥空氣中，在薄層裏我們可以認為稻穀的性質都是一樣的，乾燥空氣通過此薄層，其時間是非常短的，以致空氣的性質也定為常數。

薄層乾燥其模型如圖 (2-1) 所示，因乾燥包括了兩個同時的過程：熱由乾燥空氣進入稻穀，然後透進稻穀內，因而升高稻穀的溫度，此時的情況為「熱傳」。同時蒸發了裏面的水分，水蒸氣向外移動，進入熱空氣，此時的情況為「質傳」。

$$\text{空氣溫度} = T - \Delta T^\circ\text{C}$$

$$\text{絕對濕度} = H + \Delta H \text{ kg (水重) / kg (乾空氣重)}$$



空氣溫度 = $T^{\circ}\text{C}$
 絕對濕度 = $H \text{ kg (水重) / kg (乾空氣重)}$

圖 (2-1) 薄層乾燥模型

所以在此一薄層內我們可以得到空氣之溫度、絕對濕度與稻穀之溫度、含水率的平衡式⁽⁵⁾⁽⁶⁾：

① 空氣溫度的平衡

空氣能量通過 dx 的變化 + 此單位體積內空氣 ($\epsilon \rho_a dx$) 能量在 dt 時間內的變化 = 傳進稻穀的能量

$$C_a dx dt \left(G_0 \frac{\partial T}{\partial x} + \epsilon \rho_a \frac{\partial T}{\partial t} \right) = h_c \times (T_g - T) dx dt; \dots \dots \dots (2-5)$$

② 稻穀溫度的平衡

稻穀溫度改變所需的能量 + 蒸發水分的能量 = 熱傳進稻穀的能量

$$(1-\epsilon) \rho_g \frac{\partial T_g}{\partial t} - dt (C_g + C_m U) dx = \{-h_c (T_g - T) + L \frac{\partial U}{\partial t} \rho_g (1-\epsilon)\} dx dt \dots \dots \dots (2-6)$$

③ 空氣絕對濕度變化的平衡

空氣絕對濕度前後的增加量 + 其間空氣量 ($\epsilon \rho_a dx$) 之絕對濕度的增加量 = 稻穀含水率的減少。

$$G_0 \frac{\partial H}{\partial x} + \epsilon \rho_a \frac{\partial H}{\partial t} = \rho_g (1-\epsilon) \frac{\partial U}{\partial t} \dots \dots \dots (2-7)$$

④ 乾燥率之敘述

各乾燥率的模型

(i) 直線方程式

$$-\frac{dU}{dt} = k \dots \dots \dots (2-8) \text{ 適用等速率乾燥過程}$$

(ii) 一次微分方程式

$$-\frac{dU}{dt} = k(U - U_0) \dots \dots \dots (2-9)$$

$$\text{令其積分值為 } \Theta = \frac{U - U_0}{U_0 - U_0} = e^{-kt}$$

此假設質傳時其所有阻力均在其表面

(iii) 其他模型

$$\frac{dU}{dt} = f(U, V, D, t) \dots \dots \dots (2-10)$$

2-2-2 厚層乾燥

厚層乾燥可視為由許多的小薄層堆積起來。當空氣吸收水分後，它的溫度下降而絕對濕度上升，如此，乾燥空氣之吸濕能力漸漸減小，而今由第一薄層排出的熱氣進入下一薄層，因此下一層乾燥條件與第一層不同。這種過程反復繼續至第三、第四薄層、... (在乾燥時間內) 直到乾燥的稻穀平均含水率達到我們的要求標準，在 Δt 時間內通過各薄層的空氣，其濕度與溫度的變化可以由 (2-7) (2-5) 式來計算，而稻穀含水率與溫度的變化可由 (2-10) (2-6) 式計算。厚層乾燥含水率分佈情形如圖 (2-2)。

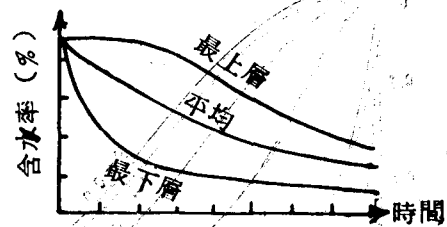


圖 (2-2) 厚層乾燥含水率分佈情形⁽⁷⁾

2-3 穀粒個體質量 (水分) 傳遞分佈情形

2-3-1 連續乾燥質量傳遞情形

當穀粒乾燥時，水分由內部傳向外表面，其傳遞的快慢及含水率分佈的情形 $U(r, t)$ ，完全由 D 值決定， D 值所受影響之大小，將於後討論。

於稻穀乾燥時本文為使解題趨於簡化，令 D 值為一常數，而在乾燥途中不因其他因素有所改變。另對以下擴散方程式所作的先決假設為：

- ① 穀粒個體模型為一球體。
- ② 穀粒個體是均勻的。

- ③ 乾燥時脗裂的發生不予考慮。
- ④ 在乾燥前穀粒內部各處的含水率分佈皆相同。
- ⑤ 各方向對穀粒中心而言都是對稱的，故含水率分佈在中心點為零梯度 (zero gradient)。
- ⑥ 稻殼表面沒有薄膜阻力 (film resistance) 存在，即 $\alpha = \infty$ ，如此表面很快的與環境條件達到平衡狀態。所以 (2-3) 式可寫成

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ r^2 D \frac{\partial U}{\partial r} \right\} \dots \dots \dots (2-11a)$$

而初始條件與邊界條件分別為

$$U(r, 0) = U_0 \quad 0 \leq r \leq R \dots \dots \dots (2-12a)$$

$$U(0, t) = 0 \quad t > 0 \dots \dots \dots (2-12b)$$

$$U(R, t) = U_\infty \quad t > 0 \dots \dots \dots (2-12c)$$

為簡化起見令參數

$$\Theta = \frac{U - U_\infty}{U_0 - U_\infty} \quad \tau = \frac{Dt}{R^2} \quad \xi = \frac{r}{R}$$

$$\therefore (2-11a) \text{ 式為 } \frac{\partial \Theta}{\partial \tau} = \frac{2}{\xi} \frac{\partial \Theta}{\partial \xi} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial \xi^2}$$

$$\text{簡寫成 } \Theta_\tau = \frac{2}{\xi} \Theta_\xi + \Theta_{\xi\xi} \dots \dots \dots (2-11b)$$

初始條件與邊界條件為

$$\Theta(\xi, 0) = 1 \quad 0 \leq \xi \leq 1 \dots \dots \dots (2-12d)$$

$$\Theta_\xi(0, \tau) = 0 \quad \tau > 0 \dots \dots \dots (2-12e)$$

$$\Theta(1, \tau) = 0 \quad \tau > 0 \dots \dots \dots (2-12f)$$

參考 (附錄一) 可得

$$\Theta = \sum_{n=1}^{\infty} A_n e^{-\lambda_n^2 \tau} \xi^{-1/2} J_{1/2}(\lambda_n \xi) \dots \dots \dots (2-13)$$

其中 λ_n 為 $J_{1/2}(\lambda) = 0$ 的第 n 個根

$$A_n = \frac{8 J_{3/2}(\lambda_n)}{\lambda_n [J_{-1/2}(\lambda_n) - J_{3/2}(\lambda_n)]^2}$$

(2-13) 式可得圖 (2-3) 與圖 (2-4)，知水分在穀粒內傳遞時，外界先受到影響，並快速的達到平衡，其後 ξ 依次為 0.9、0.8……，而水分漸漸地由內傳向外表面。內部近中心處要乾燥過一段時間後含水率才開始下降，並且由圖 (2-3) 知愈內部其水分梯度愈小，反之，愈接近表面水分梯度愈大。乾燥結果外表面達到平衡後，內部還要經過相當長的時間才能平衡。

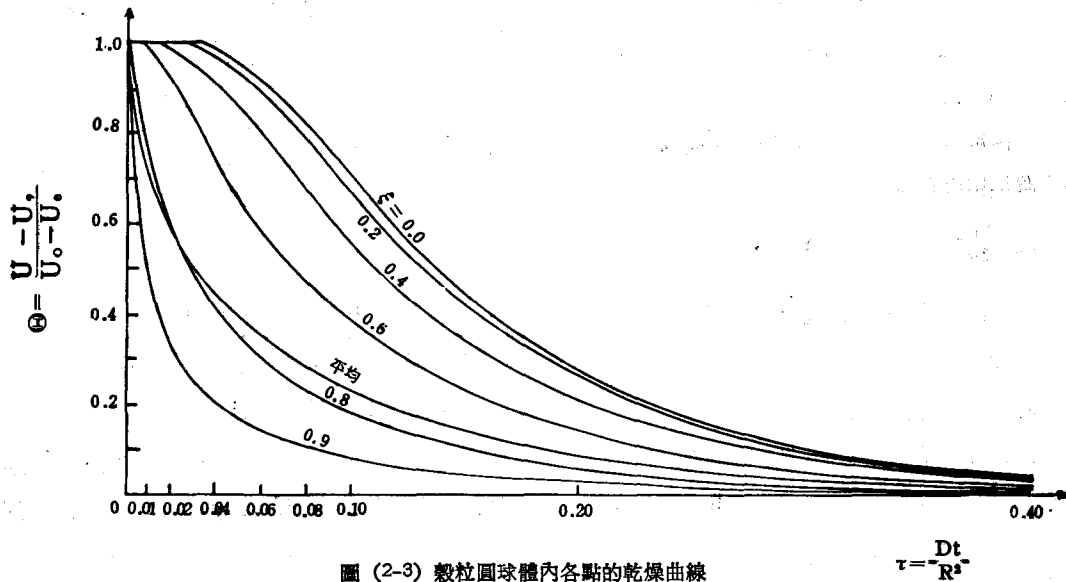


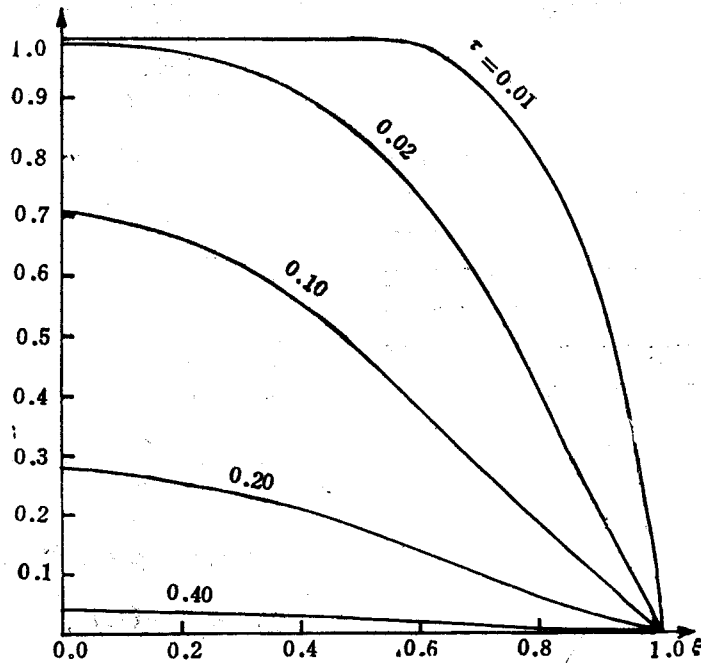
圖 (2-3) 穀粒圓球體內各點的乾燥曲線

圖 (2-3) 中平均含水率曲線僅為 τ 之函數，平均含水率定義為

$$U_{\text{avg}} = \frac{\int_0^R U r^2 dr}{\int_0^R \pi r^2 dr}$$

$$\therefore \text{參數 } \Theta_{\text{avg}} = \frac{\int_0^1 \Theta \xi^2 d\xi}{\int_0^1 \xi^2 d\xi} = 3 \sum_{n=1}^{\infty} A_n e^{-\lambda_n^2 \tau} \frac{J_{3/2}(\lambda_n)}{\lambda_n} \dots \dots \dots (2-14)$$

通常我們所測的稻穀含水率亦即指其平均含水率



圖(2-4) 在各不同乾燥時間球體內部含水率的分佈圖

而言。參數 $\tau = \frac{Dt}{R^2}$ ，稻穀之等值半徑 R 為定值，若 D 為定數，則時間愈長， τ 愈大，若時間為定數， D 愈大，亦可使 τ 達到較大值。為達到一特定含水率，當擴散係數 D 大時，則乾燥時間 t 即可縮短，而此擴散係數的大小得視穀類本身的特性及乾燥的條件來決定。

2-3-2 和化 (Tempering) 時質量傳遞情形

在稻穀乾燥達到一特定含水率時，所費的時間愈少及所耗之能量愈少則其乾燥效率愈高。乾燥時由於穀物內各位置的水分濃度不同，即外層過於乾燥而內層仍為潮濕，內層於乾燥時，水分向外擴散的速率不夠快，且乾燥面由外漸漸影響到內，但乾燥面在個體內前進的速度是隨著時間減慢，如此一來，雖為連續乾燥但其效率漸漸的減小。因此，如果我們將穀物乾燥一陣後，停止乾燥，過一段時間後，其內部水分在沒有能量給予的情況下，自然向外擴散而趨於均勻，使內層水分濃度下降，外層上升。如經過無限長的時間，則穀物個粒內部的含水率分佈皆等於其停止乾燥時之平均含水率，如此再乾燥時，外層水分很容易的被帶走因而效率增加。

上述為假設沒有水分由穀粒表面逸出。當其開始和化時，水分分佈的情形與停止乾燥時水分分佈的情

況一致。

$$\text{所以 } \Theta_{\tau_1} = \frac{2}{\xi} \Theta_{\xi} + \Theta_{\xi\xi}$$

$$\tau_1 = \frac{D_i t_1}{R^2} \quad \Theta = \frac{U - U_0}{U_0 - U_1} \quad \xi = \frac{r}{R}$$

初始條件與邊界條件為

$$\Theta(\xi, 0) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n e^{-\lambda_n^2 \tau} \xi^{-1/2} J_{1/2}(\lambda_n \xi) \quad (2-15a)$$

$$\Theta_{\xi}(0, \tau_1) = 0 \quad \dots \dots \dots (2-15b)$$

$$\Theta_{\xi}(1, \tau_1) = 0 \quad \dots \dots \dots (2-15c)$$

τ 為一定值

由 [附錄二]

$$\text{得 } \Theta(\xi, \tau_1) = B_0 + \sum_{m=1}^{\infty} B_m e^{-\lambda_m^2 \tau_1} \xi^{-1/2} J_{1/2}(\lambda_m \xi) \quad \dots \dots \dots (2-16)$$

其中 λ_m 為 $\lambda J_{-1/2}(\lambda) - J_{1/2}(\lambda) = 0$ 的第 m 個根

$$B_0 = 3 \sum_{n=1}^{\infty} A_n e^{-\lambda_n^2 \tau} J_{3/2}(\lambda_n) / \lambda_n$$

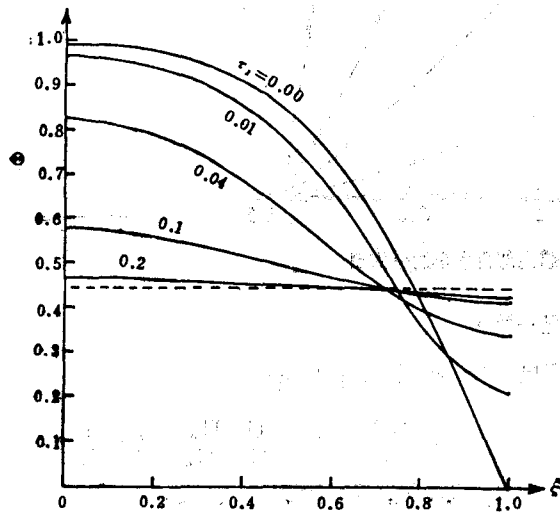
$$B_m = \frac{\sum_{n=1}^{\infty} A_n e^{-\lambda_n^2 \tau} \lambda_n J_{3/2}(\lambda_n) J_{1/2}(\lambda_m) / \lambda_n^2 - \lambda_m^2}{\frac{1}{\pi \lambda_m} - \frac{1}{2 \lambda_m} J_{1/2}(\lambda_m) J_{-1/2}(\lambda_m)}$$

設 $\tau = 0.04$ 時停止乾燥，開始和化，可得圖 (

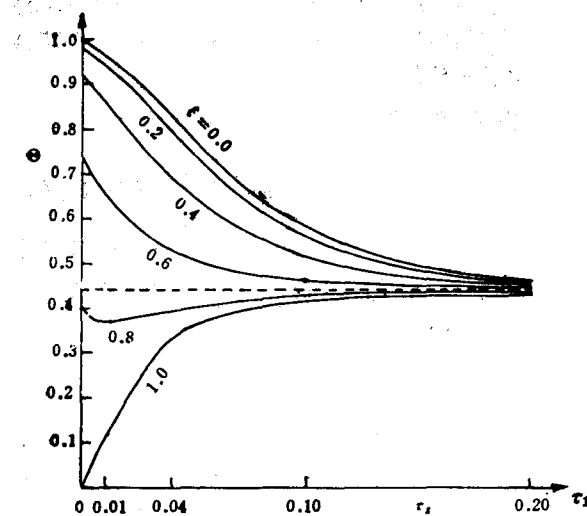
2-5) , 圖中所示各 τ_1 之曲線其平均含水率為

$$\Theta_{a.v.} = \frac{\int_0^1 \Theta \xi^2 d\xi}{\int_0^1 \xi^2 d\xi} = B_0$$

亦即此時各時間之平均含水率與乾燥停止時之平均含水率相等。因外表面與中心處含水率相差較大，而由平均含水率面之水分向外傳遞時，其較由內傳遞到平均含水率面之水分為多，即水分傳遞不及，故雖然在和化，但其平均含水率面還是會向中心處移動些，內外含水率相差小時，此種不平衡現象即漸漸消除。圖(2-6) 更易看出各位置之含水率趨於平均值。



圖(2-5) $\tau=0.04$ 開始和化之含水率分佈變化曲線



圖(2-6) $r=0.04$ 開始和化時各位置含水率之曲線分佈

2-3-3 和化後再乾燥質量傳遞的情形

和化至某一時間後再乾燥，且其假設與前所述相同，唯初始條件與和化時間有關。

$$\Theta_{\tau_2} = \frac{2}{\xi} \Theta_{\xi} + \Theta_{\xi\xi} \quad \tau_2 = \frac{Dt_2}{R^2}$$

$$\Theta(\xi, 0) = B_0 + \sum_{m=1}^{\infty} B_m e^{-\lambda_m^2 \tau_1} \xi^{-1/2} J_{1/2}(\lambda_m \xi) \quad (2-17a)$$

$$\Theta_{\xi}(0, \tau_2) = 0 \quad (2-17b)$$

$$\Theta(1, \tau_2) = 0 \quad (2-17c)$$

得

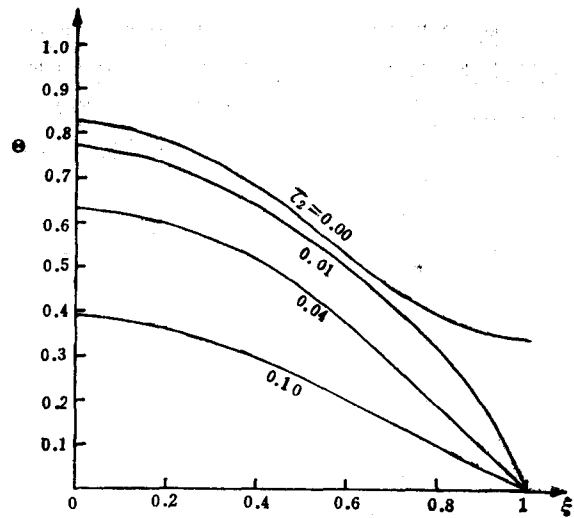
$$\Theta(\xi, \tau_2) = \sum_{p=1}^{\infty} C_p e^{-\lambda_p^2 \tau_2} \xi^{-1/2} J_{1/2}(\lambda_p \xi) \quad (2-18)$$

其中 λ_p 為 $J_{1/2}(\lambda) = 0$ 的第 p 個根與 λ_n 相同。

$$C_p = \pi [B_0 J_{3/2}(\lambda_p) - \sum_{m=1}^{\infty} B_m e^{-\lambda_m^2 \tau_1} J_{1/2}(\lambda_m) J_{3/2}(\lambda_p)] \lambda_p^2 \frac{1}{\lambda_m^2 - \lambda_p^2} \quad (\text{附錄三})$$

若 $\tau=0.04$ 時停止乾燥，開始和化。而於 $\tau_1=0.04$ 或 $\tau_1=0.1$ 時和化停止，開始再次乾燥，則圖(2-7) (2-8) 說明了和化後再乾燥之質量(水分)分佈情形。再乾燥各個 τ_2 其平均含水率為

$$\Theta_{a.v.} = 3 \sum_{p=1}^{\infty} C_p e^{-\lambda_p^2 \tau_2} J_{3/2}(\lambda_p) \times \frac{1}{\lambda_p} \quad (2-19)$$



圖(2-7) $\tau=0.04$ 停止乾燥 $\tau_1=0.04$ 和化中止再乾燥之含水率分佈變化曲線

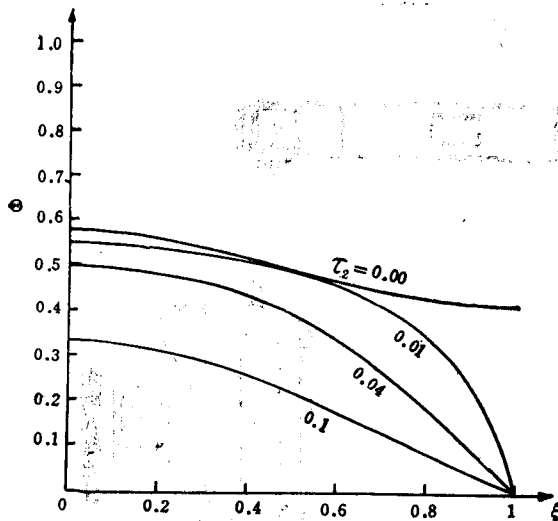


圖 (2-8) $\tau=0.04$ 停止乾燥 $\tau_1=0.1$ 和化中止再乾燥之含水率分佈變化曲線

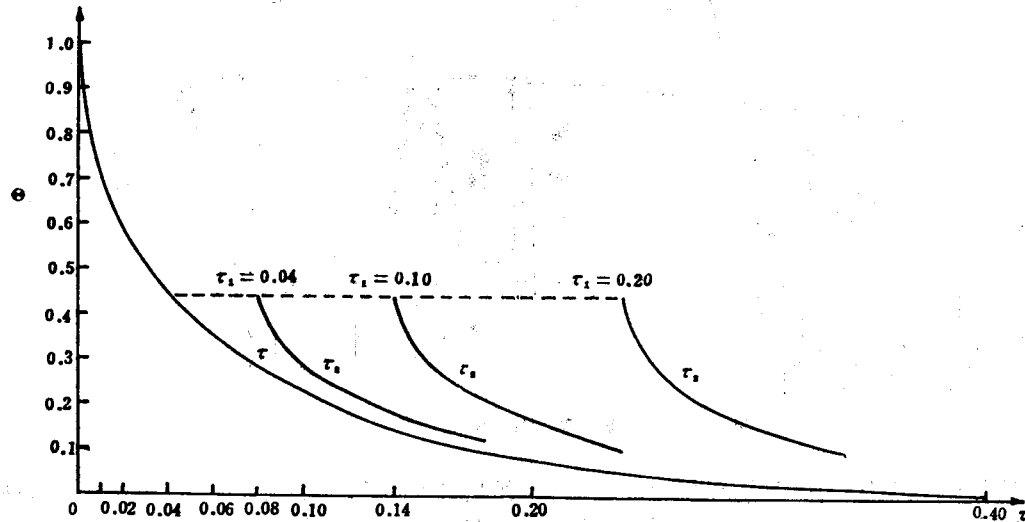


圖 (2-9) 和化時間不同其再乾燥時平均含水率分佈曲線

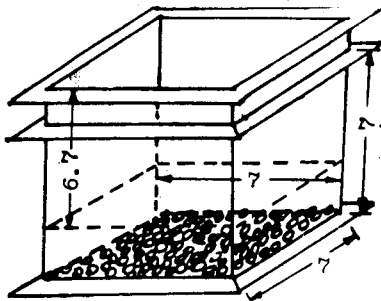


圖 (3-2) 實驗四方匣圖

此可以自由控制風量的大小，再進入轉速一定的送風

圖 (2-9) 為不同和化時間的平均含水率分佈曲線，和化時間愈長，則其含水率下降的斜度愈大，而於各乾燥階段初期較為顯著，因此我們可以利用這兩點性質來加強乾燥的效果：即乾燥一小段時間，和化一大段時間，兩者相互交替。因此目前可以有兩種乾燥形式——連續加熱乾燥與間歇加熱乾燥。

3. 實 驗

3-1 實驗儀器之裝置

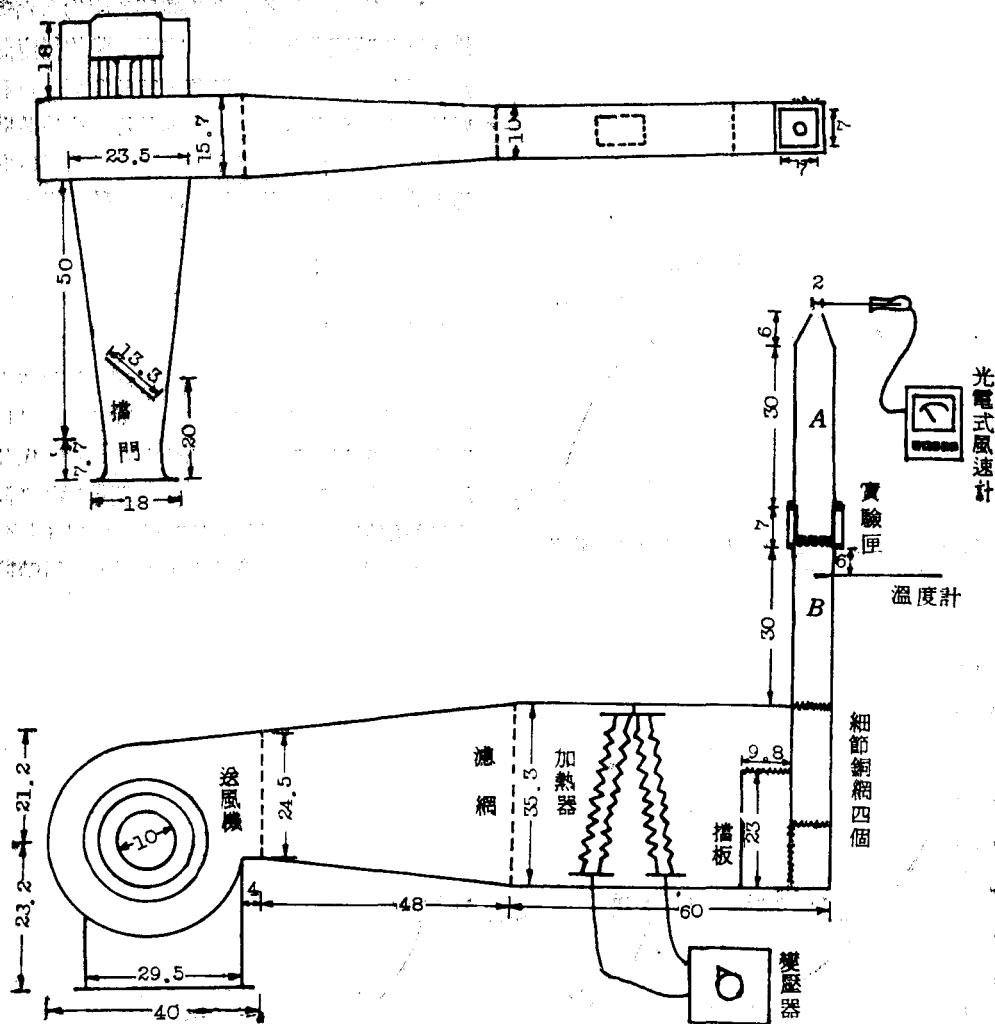
本實驗裝置如圖 (3-1) 所示，加熱器之前為利用已有的自製低速風洞再經過改裝重新設計以適合實驗之需，乾燥實驗匣為 7 公分之正方體，底部以銅網托著，內置一層稻穀，上覆一 U 型匣與之配合，底部亦以銅網抵住，使稻穀保持薄層，如圖 (3-2)。

新鮮之空氣由管道進入，先經過一活動擋門，如

機，經過加熱器，其可以手控制變壓器調節本實驗所需的熱風溫度至 $\pm 0.5^\circ\text{C}$ 之範圍，再經過兩個擋板及四個細節銅網，將熱空氣之溫度混合均勻，後通過實驗匣內之穀粒，在空氣排出口以光電式風速計測風速，並在實驗匣之前置乾球溫度計，其刻度為 0.1°C 。A 排氣管道及實驗匣均可與 B 管道各自分離，且配合好些，A 管道、實驗匣、B 管道成一完全通路。

3-2 實驗步驟

(1) 取當天收割的新鮮稻穀，利用風除去雜草及未飽滿的穀子，而後用塑膠袋裝起與外界隔絕，防止稻



圖(3-1) 實驗製置圖

穀水分的散失，即盡量保持收割時原有的含水率。

(2) 實驗時先將四方匣內裝一層稻穀，使其分佈均勻，並放入風道內，調整實驗台的溫度與風速至所要求的水準，如此繼續使其在穩定狀態約半小時。

(3) 將要實驗的稻穀在另一匣內裝一層，再倒出於紙上，用直讀式精密天平（精確度 0.0001g）秤之，秤後再置於實驗匣內使其分佈均勻。

(4) 實驗用的四方匣秤好後，迅即拿下先前試驗之匣，而將其放入熱風管道，放妥後即開始實驗，如此隨時注意溫度與風速，使其保持一定。

(5) 起初每隔一段時間，將實驗匣盡快的拿下秤其穀粒重，當穀粒乾燥率減小時，加長加熱時間。拿下秤之同時，亦將試驗用之匣放入以代替實驗匣，使管道內之熱風溫度與速度不因秤實驗匣時而有所變動，

秤重之時其動作必須快速與準確，實驗匣拿下再放入其時間平均不超過 45sec。

(6) 反復操作至重量減少至極微量時為止。

(7) 本文實驗包括了四個變數：①不同種類的稻穀 ②稻穀乾燥前不同的含水率 ③不同溫度 ④不同風速。

(8) 每次實驗後所取之稻穀樣品均予以編號，而後置入烤箱內使乾燥均勻，其溫度控制在 100°C，直至沒有重量減少為止。

(9) 作參有和化 (Tempering) 因素的實驗。和化時將整個匣子取下即用塑膠袋密封置放，使不受外界環境影響。

3-2-1 測定等值半徑 R 值

假設稻穀為一長方形平行六面體，其等值半徑為

$$R = \frac{3v}{S} = \frac{3L'W'T'}{2(L'W' + W'T' + L'T')} \dots(3-1)$$

L' = 長度 W' = 寬度 T' = 厚度

在每次不同條件下實驗時，乾燥前後各抽取 20 個稻穀樣本，以厚度測定樣本的長度、寬度及厚度，其精確度在 0.01mm，求出個個樣本之等值半徑，並以此求出稻穀等值半徑之總平均，由此我們可以認定實驗時其稻穀之等值半徑為此數。

3-2-2 計算含水率

本文中含水率的計算是以稻穀完全乾燥時的重量為底數。稻穀的重量減去完全乾燥時的重量即是稻穀當時所含有的水分，如此即可知其含水率為何，公式如：

$$U = \frac{W_{a+w} - W_{dr}}{W_{dr}} \times 100\% \dots\dots\dots(3-2)$$

4. 實驗結果分析

為分析起見，本文實驗所取之空氣絕對濕度假定為一定值，由乾球溫度 (T_D)、濕球溫度 (T_w)、

大氣壓力 (P) 計算出 $0.0205 \pm 0.0030 \text{ kg (乾重) / kg (乾空氣重)}$ ，此乃為七月間之平均空氣之絕對濕度。

4-1 擴散係數與平衡含水率之測定及各影響因素之分析

由方程式 (2-14) 簡化為：

$$U = (U_0 - U_\infty) \left[0.608 e^{-\frac{\pi^2 Dt}{R^2}} + 0.152 e^{-4 \frac{\pi^2 Dt}{R^2}} + 0.067 e^{-9 \frac{\pi^2 Dt}{R^2}} + 0.038 e^{-16 \frac{\pi^2 Dt}{R^2}} + 0.024 e^{-25 \frac{\pi^2 Dt}{R^2}} + \dots \dots \right] + U_\infty \dots(4-1)$$

上式中在未知擴散係數 D 值與平衡含水率 U_∞ 時，無法預知乾燥時各時間之含水率，為求此兩未知數必須將上式與各條件已實驗之乾燥曲線配合，而理論式子的 D 與 U_∞ 必須利用小型電腦經過多次的嘗試，以使此理論曲線與實驗曲線之差為最小。圖 (4-1) 為理論曲線與實驗曲線的最佳配合。

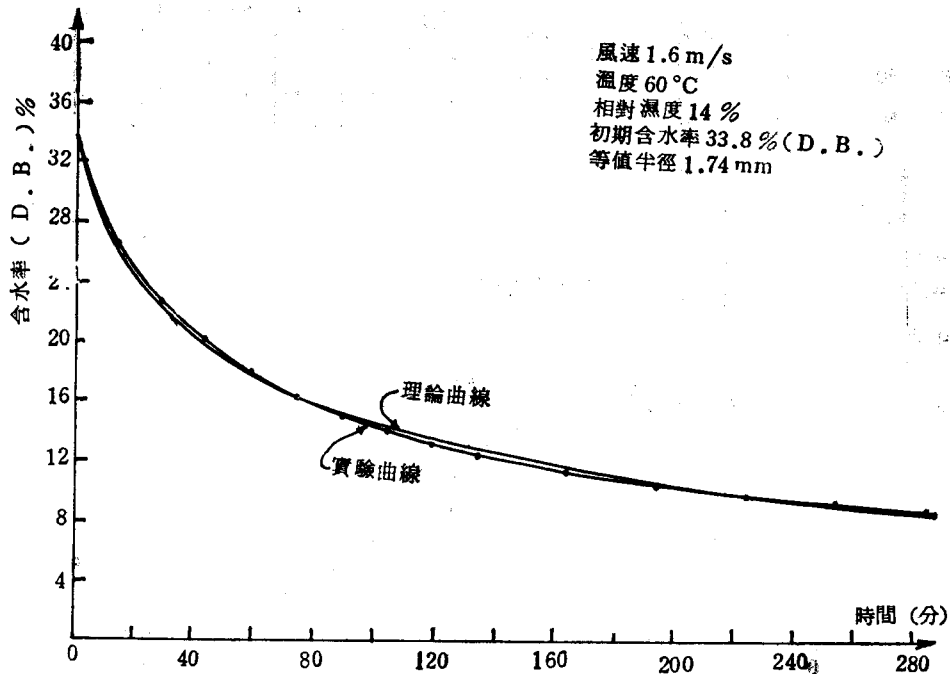


圖 (4-1) 理論曲線與實驗曲線之最佳配合圖

各種實驗分析結果，如表 (4-1) 表 (4-2)，知在來種臺中一號與糯米，因組織成份不同，其質量(水分)擴散係數較蓬萊種臺南五號為大。另乾燥前稻穀

的含水率對擴散係數的影響不顯著，蓬萊種臺南五號其誤差在 3~8.5 % 之範圍內我們假設它為一定值，其值如表 (4-3)。而風速對擴散係數微有影響，風速

小則擴散係數愈小，當風速少一半時，其最大約差11.4%。

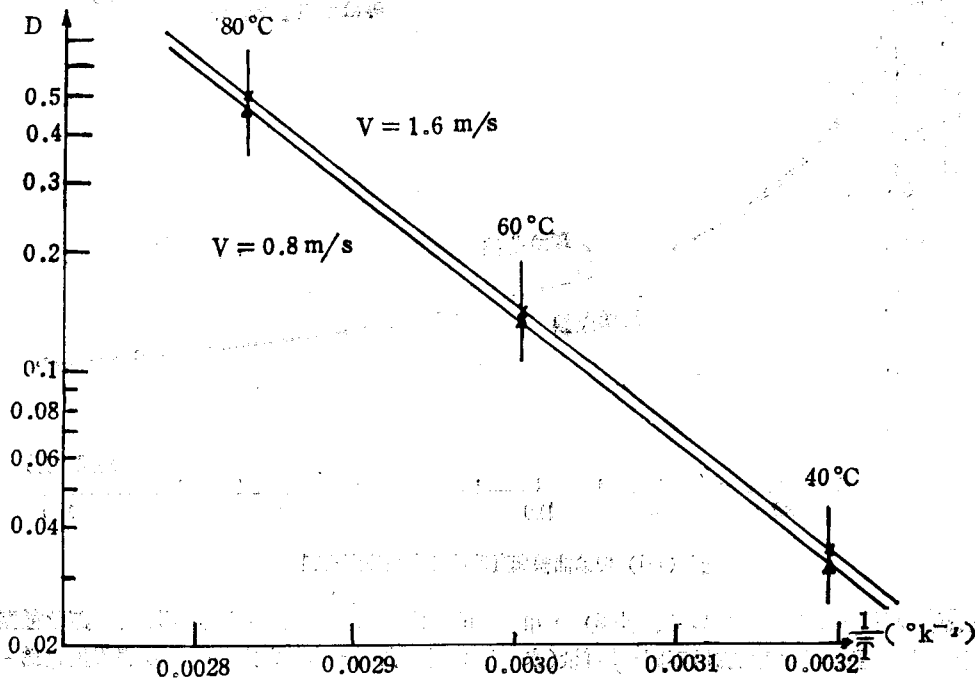
表(4-1) 蓬萊種臺南五號乾燥實驗分析結果

樣本類別	風速 (m/s)	熱空氣溫度 (°C)	等值半徑 (mm)	初期含水率 (%)	平衡含水率 (%)	擴散係數 (mm ² /hr)
109	1.6	40	1.75	36.7	8.7	0.036
107	1.6	40	1.74	34.6	8.5	0.034
108	1.6	40	1.69	38.5	8.7	0.035
105	1.6	40	1.71	33.4	8.4	0.034
109	1.6	60	1.76	37.1	7.8	0.145
107	1.6	60	1.74	33.8	7.1	0.145
108	1.6	60	1.70	39.6	8.1	0.137
106	1.6	60	1.72	25.4	7.2	0.134
104	1.6	60	1.72	32.8	7.2	0.142
105	1.6	60	1.72	34.5	7.1	0.138
109	1.6	80	1.75	37.6	6.2	0.505
108	1.6	80	1.69	38.2	6.2	0.510
101	1.6	80	1.71	37.6	6.1	0.510
106	1.6	80	1.73	24.9	5.8	0.460
104	1.6	80	1.71	35.3	6.1	0.480
105	1.6	80	1.72	34.5	5.9	0.515

107	0.8	40	1.73	34.0	8.2	0.033
105	0.8	40	1.73	31.3	8.1	0.029
106	0.8	40	1.73	24.9	8.4	0.030
101	0.8	60	1.71	37.0	7.9	0.120
105	0.8	60	1.70	32.2	7.5	0.142
106	0.8	60	1.73	25.3	7.2	0.142
101	0.8	80	1.70	36.6	5.8	0.465
107	0.8	80	1.73	33.7	5.4	0.465
105	0.8	80	1.72	29.9	5.5	0.440
106	0.8	80	1.73	25.6	5.5	0.445

表(4-2) 白殼糯米與在來種臺中一號乾燥實驗分析結果

樣本類別	風速 (m/s)	熱空氣溫度 (°C)	等值半徑 (mm)	初期含水率 (%)	平衡含水率 (%)	擴散係數 (mm ² /hr)	
糯米(白殼)	102	1.6	40	1.65	39.6	11.0	0.065
	102	1.6	60	1.66	41.0	9.0	0.221
	102	1.6	80	1.65	40.7	6.7	0.500
在來種(臺中一號)	103	1.6	40	1.64	36.7	11.4	0.073
	103	1.6	60	1.63	36.0	8.4	0.236
	103	1.6	80	1.63	35.9	6.0	0.470



圖(4-2) 乾燥溫度對擴散係數D值之影響

表 (4-3) 蓬萊種臺南五號擴散係數與平衡含水率之平均值

風速 (m/s)	1.6	0.8	1.6	0.8	1.6	0.8
熱空氣溫度(°C)	40	40	60	60	80	80
擴散係數 (mm ² /hr)	0.035	0.031	0.140	0.131	0.490	0.455
平衡含水率(%)	8.4	8.4	7.5	7.5	5.8	5.8

吾等皆知溫度高擴散係數亦大，其在半對數坐標中 (D值為縱坐標，1/T 為橫坐標)，恰成一直線關係，如圖 (4-2)，今以阿雷紐斯方程式 (Arrhenius equation) 表示：

$$D = Ae^{-\frac{E}{RT}} \dots\dots\dots (4-2)$$

A = 頻率因素 (Frequency factor) 1/hr

E = 活化能 (Energy of activation) J g-mole⁻¹

R = 氣體萬用常數 (universal gas constant) J g-mole⁻¹°K

T = 絕對溫度 (absolute temperature) °K

蓬萊種臺南五號分析

可得風速 V = 1.6m/s D = 4.52 × 10⁸

$$\exp\left(-\frac{7.29 \times 10^3}{T}\right) \dots\dots\dots (4-3a)$$

V = 0.8m/s D = 5.98 × 10⁸

$$\exp\left(-\frac{7.41 \times 10^3}{T}\right) \dots\dots\dots (4-3b)$$

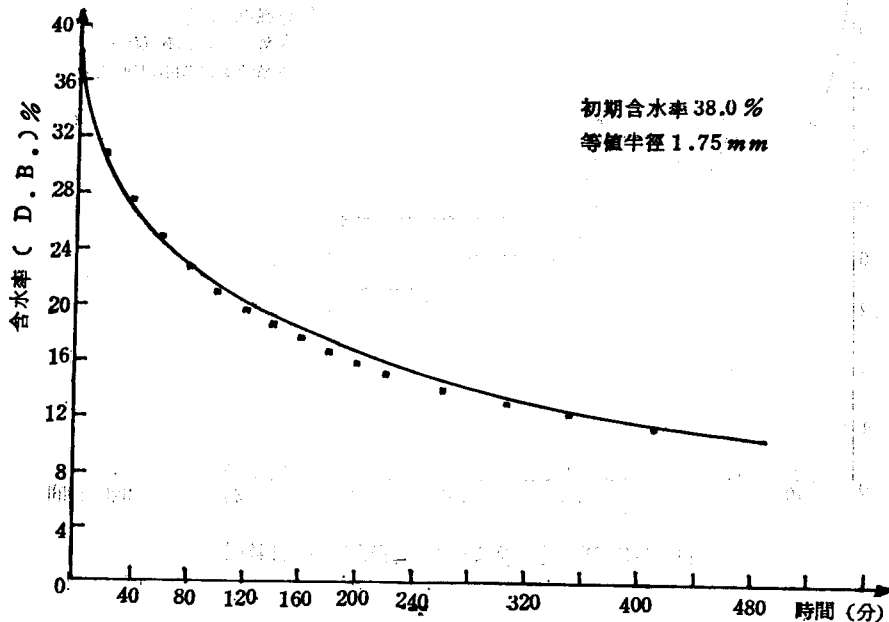


圖 (4-4) 風速 1.6m/s 溫度 50°C 相對濕度 23% 條件下乾燥，其理論預測曲線與實驗值之比較

在空氣絕對濕度為 0.0205kg (水重) /kg (乾空氣重) 乾燥時，溫度 40°C (相對濕度 40 %) 平衡含水率為 8.4 ± 0.3 %，溫度 60°C (相對濕度 14 %) 平衡含水率為 7.5 ± 0.4 %，溫度 80°C (相對濕度 6.1 %) 平衡含水率為 5.8 ± 0.4 %，如圖 [(4-3)。同時白殼糯米與在來種臺中一號之平衡含水率亦較蓬萊種臺南五號為高。

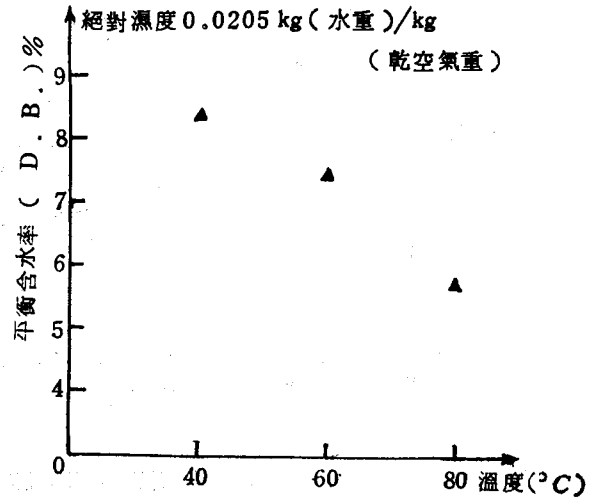


圖 (4-3) 平衡含水率 U_e 與溫度之關係圖

4-2 連續乾燥與間歇乾燥效果之預測與比較

由上節分析的結果，可得各種乾燥情形的擴散係數與平衡含水率，在風速 V = 1.6m/s 溫度 T = 50°C

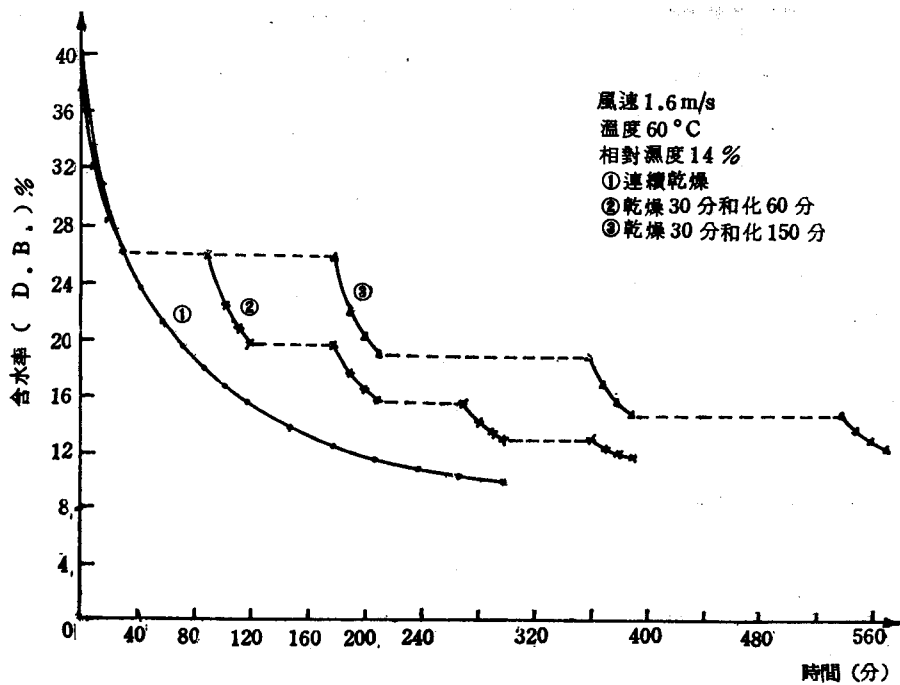


圖 (4-5) 間歇乾燥與連續乾燥實驗曲線之比較圖

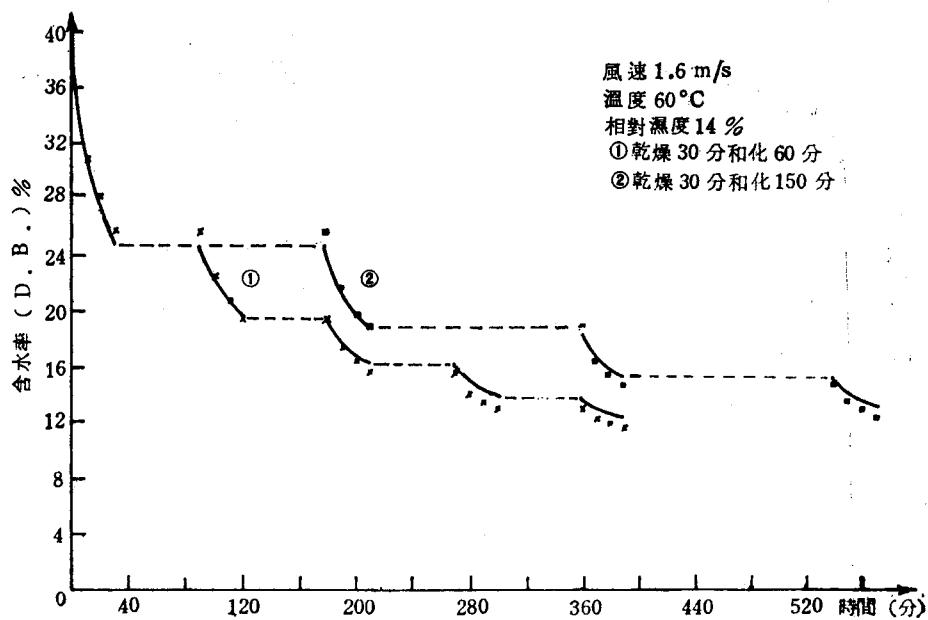


圖 (4-6) 間歇乾燥理論預測曲線與實驗值之比較圖

條件下乾燥，若已知稻穀乾燥前含水率為 38.0%，等值半徑為 1.75mm，則可作乾燥前的預測，其理論預測與實驗數據列於圖 (4-4)，可看出有相當好的配合。

另有間歇乾燥實驗 (參看和化因素)，所作出的結果，如圖 (4-5) 所示，其效果較連續乾燥者為好，和化時間愈長，次數愈多 (達到一特定含水率)，效果愈好，與前面理論所述亦相符合。

在間歇加熱乾燥中，無論其加熱與和化時間的長短及其加熱與和化次數的多寡，我們亦可作事前的理論預測，如圖 (4-6)，於加熱過程其擴散係數 D 與同條件之連續乾燥者相同，而和化過程擴散係數 D_1 的決定較為困難，為參考之需，今以風速 1.6m/s 溫度 30°C (室溫) 時的擴散係數計算之。

4-3 討 論

分析實驗數據一度曾以最小平方方法分析求得擴散係數 D 與平衡含水率 U 。但分析的結果發現與理論不合，即因平衡含水率在有些情況下比已實驗出的數據還要高，此點是極不合理的，最小平方方法雖有許多著者^(1,6) 使用，但此都顯到乾燥的前一段過程，而對後一段較不注重。在全乾燥過程同等重要的情況下，本文所採用的為試湊法 (try and error)，以目判斷之，其與全部實驗值之誤差一般小於含水率 0.4%，80°C 溫度高者誤差較大，最大值為含水率 1%。

在連續乾燥過程中，稻穀含水率減至 15% (D.B.) 時，所須時間，為人所樂知，若以溫度 40°C 及在各種情形下乾燥，時間的預測與實際值可同列於表 (4-4)，同時由於預測的精確對操作者可以省下許多的麻煩。

表 (4-4) 蓬萊種臺南五號含水率減至 15% (D.B) 預測時間與實驗值之比較表

V(m/s)	U_0 (%)	R(mm)	t (預測)	t (實驗)	誤 差
0.8	24.9	1.73	279分	285分	-2.1%
0.8	31.3	1.73	447分	425分	+5.2%
1.6	33.4	1.71	433分	423分	+1.2%
1.6	38.5	1.69	514分	499分	+3.0%

目前我們前面所假設為擴散係數 D 值與含水率無關，若能將此因素加入，或使用其他數學模型，則可得其他的擴散係數 D 方程式或許對整個乾燥過程能有有效的配合。

5. 結 論

稻穀乾燥擴散係數與平衡含水率的大小，可以決

定其乾燥過程中曲線的走向。換句話說，知道了某乾燥條件中稻穀內水分傳遞之擴散係數與其平衡含水率，我們可以由公式：

$$\Theta = 3 \sum_{n=1}^{\infty} A_n e^{-\lambda_n^2 \tau} J_{3/2}(\lambda_n) / \lambda_n$$

預測得知在某一時間時其當時的含水率 U 為何。如此對於乾燥機的製造，乾燥過程因素的配合，可收事半功倍的效果。

通常連續乾燥為避免胴裂，所使用的溫度較低，但在快速乾燥原則下，我們可以將乾燥溫度提高，並加以和化條件，利用自然擴散的原理，加熱一小段時間，然後和化一大段時間，再加熱一小段時間，和化一大段時間，如此循環交替乾燥。和化期間可將此組移出乾燥機而置入另一組繼續乾燥，如此連續不斷，對乾燥機本身的時間效用並不影響，而效率可以增加許多，本文將和化的理論導出，並加以實驗證實，同時由於擴散係數的求出，我們同樣可以理論作事前的預測，這對和化技術上的運用，及如何取得最佳效率 (包括加熱的溫度與時間、及和化時間的長短和次數多寡的安排) 提供最佳的服務。間歇乾燥運用範圍不限於稻穀，至於其他各類形的乾燥，如玉米、大豆、木材……等，同樣可以適用，乾燥工廠在經濟的原則下當使用此項技術，成年累月的操作在成本上可省下許多。

本文擴散係數的討論當限使用於薄層乾燥，若再加以乾燥空氣絕對濕度之因素於條件中，如此祇要測得熱空氣的溫度、絕對濕度，則可推知厚層乾燥中，各層的理論預測。

附 錄 一

$$(A) \Theta(\xi, \tau) = Z(\xi) T(\tau)$$

$$Z(\xi) T(\tau) = \frac{2}{\xi} Z'(\xi) T(\tau) + Z''(\xi) T(\tau)$$

$$\frac{T'}{T} = \frac{2}{\xi} \frac{Z'}{Z} + \frac{Z''}{Z} = -\lambda^2$$

$$T'(\tau) + \lambda T(\tau) = 0 \quad \therefore T(\tau) = C_1 e^{-\lambda^2 \tau}$$

$$\xi^2 Z''(\xi) + 2\xi Z'(\xi) + \lambda^2 \xi^2 Z(\xi) = 0$$

$$\therefore Z(\xi) = \xi^{-1/2} [C_2 J_{3/2}(\lambda \xi) + C_3 I_{3/2}(\lambda \xi)]$$

$$\Theta(0, \tau) = 0 \quad \Rightarrow Z(0) = 0 \quad \Rightarrow C_2 = 0$$

$$\Theta(1, \tau) = 0 \quad \Rightarrow Z(1) = 0 \quad \Rightarrow J_{3/2}(\lambda) = 0$$

$$(B) \Theta(\xi, 0) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \xi^{-1/2} J_{3/2}(\lambda_n \xi) = 1$$

$$\text{得 } A_n = \frac{\int_0^1 \xi^{3/2} J_{3/2}(\lambda_n \xi) d\xi}{\int_0^1 \xi J_{3/2}(\lambda_n \xi) d\xi} = \frac{[\frac{1}{\lambda_n} \xi^{3/2} J_{3/2}(\lambda_n \xi)]_0^1}{[\frac{\xi}{2} J_{1/2}(\lambda_n \xi)]_0^1}$$

符 號 說 明

符 號	單 位	意 義
C_a	J/kg °C	空氣之比熱
$C_{p,a}$	J/kg °C	乾空氣之比熱
C_g	J/kg °C	稻穀之比熱
C_m	J/kg °C	水之比熱
C	g/mm ³	濃度
D	mm ² /hr	乾燥時之擴散係數
D_t	mm ² /hr	和化時之擴散係數
D. B.	—	以乾基 (Dry Base) 計算
G_0	kg/m ² hr	空氣流量
H	kg (水重) /kg (乾燥空氣重)	空氣之絕對濕度
h_c	J/m ² hr °C	熱傳係數
$J(x)$	—	貝捨爾函數 (Bessel function)
n	mm	垂直距離
N	g/mm ² hr	單位面積水分傳遞速率
R	mm	等值半徑
S	mm ²	表面積
t	hr	乾燥時間 (第一次)
t_1	hr	和化時間 (第一次)
t_2	hr	和化後再乾燥時間
T	°C	乾燥空氣溫度
T_g	°C	稻穀溫度
U	% (D. B.)	含水率之百分比
U_0	% (D. B.)	乾燥前之含水率
U_e	% (D. B.)	乾燥稻穀與環境之平衡含水率
V	m/s	風速
v	mm ³	體積
W_{d+w}	g	稻穀之重量
W_{dr}	g	稻穀全乾時的重量
ρ_a	kg/m ³	乾空氣之密度
ρ_g	kg/m ³	稻穀之密度
ϵ	—	孔隙比
α	g/hr cm ² ΔH	薄膜係數
ξ	—	半徑參數 $\xi = \frac{r}{R}$
Θ	—	含水率參數 $\Theta = \frac{U - U_e}{U_0 - U_e}$
τ	—	時間參數 $\tau = \frac{Dt}{R^2}$
τ_1	$\tau_1 = \frac{D_t t_1}{R^2}$	和化時 (第一次) 之時間參數
τ_2	$\tau_2 = \frac{D t_2}{R^2}$	和化後再乾燥之時間參數
k	—	計算參數 $k = \frac{D \tau^2}{R^2}$
λ_n	—	$J_{1/2}(\lambda) = 0$ 的第 n 個根
λ_p	—	$J_{1/2}(\lambda) = 0$ 的第 p 個根
λ_m	—	$\lambda J_{-1/2}(\lambda) - J_{1/2}(\lambda) = 0$ 的第 m 個根

附 錄 二

(A) $\Theta(\xi, \tau_1) = Z(\xi)T(\tau_1)$
 $T(\tau_1) = C_1 e^{-\lambda^2 \tau_1}$
 $Z(\xi) = \xi^{-1/2} [C_2 J_{1/2}(\lambda \xi) + C_3 J_{3/2}(\lambda \xi)]$
 $\Theta_\xi(0, \tau_1) = 0 \Rightarrow C_2 = 0$
 $\Theta_\xi(1, \tau_1) = 0 \Rightarrow Z_\xi(1) = 0 \Rightarrow \lambda J_{3/2}(\lambda) - J_{1/2}(\lambda) = 0$

(B) $\Theta(\xi, 0) = \Theta(\xi) = B_0 + \sum_{m=1}^{\infty} B_m \xi^{-1/2} J_{1/2}(\lambda_m \xi)$
 $B_0 = \frac{\int_0^1 \Theta(\xi) \xi^2 d\xi}{\int_0^1 \xi^2 d\xi} = 3 \int_0^1 \left(\sum_{n=1}^{\infty} A_n e^{-\lambda_n^2 \tau} \xi^{-1/2} J_{1/2}(\lambda_n \xi) \right) \xi^2 d\xi$
 $B_m = \frac{\int_0^1 \xi^{3/2} \Theta(\xi) J_{1/2}(\lambda_m \xi) d\xi}{\int_0^1 \xi J_{1/2}^2(\lambda_m \xi) d\xi}$
 $= \frac{\sum_{n=1}^{\infty} A_n e^{-\lambda_n^2 \tau} \int_0^1 \xi J_{1/2}(\lambda_n \xi) J_{1/2}(\lambda_m \xi) d\xi}{\frac{1}{\pi \lambda_m} - \frac{1}{2 \lambda_m} J_{3/2}(\lambda_m) J_{-1/2}(\lambda_m)}$
 $= \frac{\sum_{n=1}^{\infty} A_n e^{-\lambda_n^2 \tau} (\lambda_n J_{1/2}(\lambda_n) J_{1/2}(\lambda_m) - \lambda_m J_{1/2}(\lambda_m) J_{1/2}(\lambda_n)) / \lambda_n^2 - \lambda_m^2}{\frac{1}{\pi \lambda_m} - \frac{1}{2 \lambda_m} J_{3/2}(\lambda_m) J_{-1/2}(\lambda_m)}$

附 錄 三

$\Theta(\xi, 0) = \sum_{p=1}^{\infty} C_p \xi^{-1/2} J_{1/2}(\lambda_p \xi)$
 $= B_0 + \sum_{m=1}^{\infty} B_m e^{-\lambda_m^2 \tau_1} \xi^{-1/2} J_{1/2}(\lambda_m \xi)$
 $C_p = \frac{\int_0^1 \xi^{3/2} (B_0 + \sum_{m=1}^{\infty} B_m e^{-\lambda_m^2 \tau_1} \xi^{-1/2} J_{1/2}(\lambda_m \xi)) J_{1/2}(\lambda_p \xi) d\xi}{\frac{1}{\pi \lambda_p} - \frac{1}{2 \lambda_p} J_{3/2}(\lambda_p) J_{-1/2}(\lambda_p)}$
 $= \pi \lambda_p (B_0 \int_0^1 \xi^{3/2} J_{1/2}(\lambda_p \xi) d\xi + \sum_{m=1}^{\infty} B_m e^{-\lambda_m^2 \tau_1} \int_0^1 \xi J_{1/2}(\lambda_m \xi) J_{1/2}(\lambda_p \xi) d\xi)$
 $= \pi \lambda_p (B_0 \frac{1}{\lambda_p} \xi^{3/2} J_{3/2}(\lambda_p \xi) \Big|_0^1 + \sum_{m=1}^{\infty} B_m e^{-\lambda_m^2 \tau_1} (\lambda_m J_{1/2}(\lambda_m) J_{1/2}(\lambda_p) - \lambda_p J_{1/2}(\lambda_p) J_{1/2}(\lambda_m)) \frac{1}{\lambda_m^2 - \lambda_p^2})$

參 考 文 獻

1. D.H. Chittenden and Andrew Hustrulid:
Determining Drying Constants for Shelled Corn TRANSACTIONS OF THE ASAE(1966), pp. 52-55.
2. Shu-Tung Chu and Andrew Hustrulid:
Numerical Solution of Diffusion Equations TRANSACTIONS OF THE ASAE (1968). pp. 705-708.

3. Tames H. Young and T.B. Whitaker:
Evaluation of the Diffusion Equation for Describing Thin-Layer Drying of Peanuts in the Hull TRANSACTIONS OF THE ASAE (1971), pp. 309-312.
4. A. Husain; C.S. Chen; J.T. Clayton:
Simultaneous Heat and Mass Diffusion in Biological Materials
J. agric. Engng Res. (DEC 1973) Vol. 18, No. 4, pp. 343-354.
5. H. B. Spencer:
A Mathematical Simulation of Grain Drying
J. agric Engng Res. (1969) Vol. 14, No. 3, pp. 226-235.
6. O.I. Akpaetok:
Drying and Storage of Cowpeas with Ashes in Air-tight Containers
J. agric. Engng Res. (1974) Vol. 19 pp. 279-287
7. M.R. Paulsen, T.L. Thonpson:
Drying Analysis of Grain Sorghum
TRANSACTIONS OF THE ASAE (1973), pp. 537-540
8. T. Whitaker; H.J. Barre; and M.Y. Hamdy:
Theoretical and Experimental Studies of Diffusion in Spherical Bodies with a Variable Diffusion Coefficient TRANSACTIONS OF THE ASAE (1969), pp. 668-672.
9. J. Crank:
The Mathematics of Diffusion
Oxford University Press, First Edition. (1956)
10. G.N.WATSON:
Theory of Bessel Functions
Cambridge at the University Press, Second Edition. (1966)
11. R. Byron Bird; Warren E. Stewart; Edwin N. Lightfoot: Transport Phenomena
Chem. Eng. Dept., University of Wisconsin. (1960)
12. 陳貽倫著:
稻穀乾燥之研究
中國農業工程學報第二十卷第三期