

耕耘機把手振動之分析與補償之研究

Analysis and Compensation of Vibration Problem on Handle of Powertiller"

臺灣大學農業工程學系講師

劉 昆 揚

kun-yang Liu

一、導 言：

本省耕耘機的使用，已經有十幾年的歷史，省略，耕耘機的設計，除馬力一直增加外，關於使用者安全，舒適等人體工學 (Human Factor Engineering) 上的諸問題均未有所改善。

根據Dr. C. W. Suggs 資料⁽¹⁾，顯示把手部份過分的振動會引起白血球過多症、關節炎等；本研究專題乃以耕耘機及其把手的振動問題，作為主要對象，加以探討。

二、耕耘機的震動來源：

耕耘機的振動，除了由於單汽缸引擎內部的不平衡產生外，耕耘機本身的轉動慣性 (Mass moment of Inertia)，輪胎的阻尼係數 (Damping Coefficient) 及彈性係數 (Spring stiffness) 及接觸地面的起伏情況也是耕耘機的主要振動因素。

三、基本數學模式：

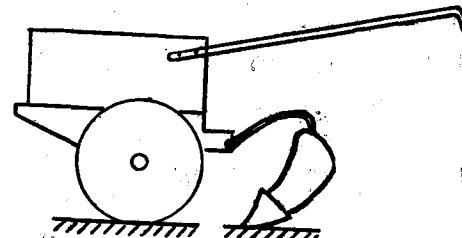
在耕耘機懸掛系統中，無機械彈簧或緩衝裝置 (Dashpots)，只有一剛性的基架在平行而接觸地面的輪胎上面。如圖(一)。

於建立耕耘機之運動方程式時，我們有下列的假設：

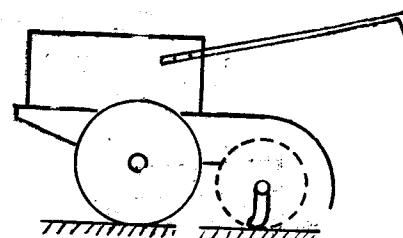
1. 輪胎的作用如同線性彈簧，而且與地面只有點接觸。
2. 耕耘機的基架與軸連成一剛性體。
3. 在任何時間，輪胎仍與地面接觸，而且考慮有很小的位移。
4. 牽引式耕耘機之犁具在任何時間與地面接觸，無任何垂直位移。
5. 廢轉式耕耘機之耕耘軸，視為耕耘機機體之一部份，而其與地面之位移與頻率，視為地面對機體之激勵效果 (Base Excitation)。
6. 假設唯有在輪胎才有阻尼振動效應。

7. 假設耕耘機是作用在外部的機械。

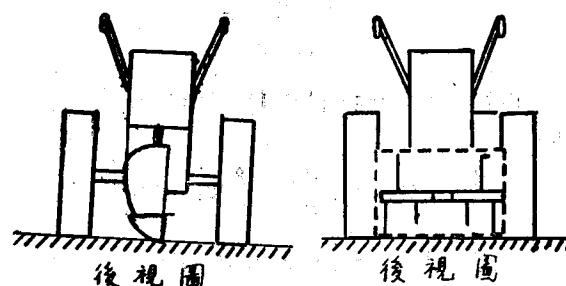
8. 假設有三個自由度：(a) 重心的垂直位移。(b) 經過重心而對橫軸之轉動。(c) 經過重心而對縱軸之轉動。



側面圖



側面圖



後視圖

圖一 (A) 典型牽引式耕耘機之側面圖及後視圖

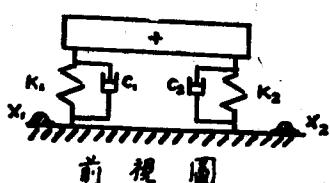
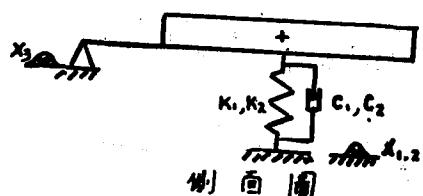
(B) 典型廻轉式耕耘機之側面圖及後視圖

一典型的耕耘機，如圖一所示，圖二表示耕耘機顯著的特性與前述的假設相符。

圖二中的側面圖，是已經被簡化的參考圖(註一)

其符號說明如下：

- m_0 ：耕耘機機體重量。
- K_1 ：左輪胎之彈性係數。
- K_2 ：右輪胎之彈性係數。
- $K_{1,2}$ ：輪胎在重心位置之相對彈性係數。
- C_1 ：左輪胎之阻尼係數。
- C_2 ：右輪胎之阻尼係數。
- $C_{1,2}$ ：輪胎在重心位置之相對阻尼係數。
- X_1 ：左輪胎之垂直位移。
- X_2 ：右輪胎之垂直位移。
- $X_{1,2}$ ：輪胎在重心位置之相對位移。
- X_3 ：農具接觸點之位移。
- X ：重心之垂直位移。
- θ ：重心之轉距。
- I ：耕耘機之轉動慣性。
- ℓ ：兩輪胎間之距離。
- F_x ：耕耘機重心之垂直受力。
- $F\theta$ ：耕耘機重心所受之轉距。



圖二 耕耘機之懸掛系統

由圖二之前視圖，根據 D'Alembert's 原理，得到

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + (c_1 + c_2) \frac{dx}{dt} + \frac{\ell}{2} (c_1 - c_2) \frac{d\theta}{dt} + (k_1 + k_2)x + \frac{\ell}{2} (k_1 - k_2)\theta = F_x \quad (1)$$

$$I\theta \frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{\ell^2}{4} (c_1 + c_2) \frac{d\theta}{dt} + \frac{\ell}{2} (c_1 - c_2) \frac{dx}{dt} + \frac{\ell^2}{4} (k_1 + k_2)\theta + \frac{\ell}{2} (k_1 - k_2)x = F\theta \quad (2)$$

如果兩輪胎之狀況一樣， $k_1 = k_2$, $c_1 = c_2$ ，則上式可以簡化為：

$$\left\{ \begin{array}{l} m \frac{d^2x}{dt^2} + 2c_1 \frac{dx}{dt} + 2k_1 x = F_x \\ I\theta \frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{\ell^2}{2} c_1 \frac{d\theta}{dt} + \frac{\ell^2}{2} k_1 \theta = F\theta \end{array} \right. \quad (3)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} I\theta \frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{\ell^2}{2} c_1 \frac{d\theta}{dt} + \frac{\ell^2}{2} k_1 \theta = F\theta \end{array} \right. \quad (4)$$

以上(3)、(4)兩式為耕耘機體之運動方程式。

[自然頻率]

耕耘機之機體在無阻尼無外力狀態下， $F_x = 0$, $F\theta = 0$ ，其自然頻率可由(1)式求得，在自由振動狀態下，假設

$$x = Ax \sin \omega t$$

$$\theta = A\theta \sin \omega t$$

在上述中 Ax , $A\theta$ 表示自由振動 (Free Vibraton) 之振幅。由(1), (2)式得到

$$\left\{ \begin{array}{l} Ax \left(\frac{k_1 + k_2}{m} - \omega^2 \right) x + \frac{\ell}{2} A\theta \left(\frac{k_1 - k_2}{m} \right) \theta = 0 \\ \frac{\ell}{2} Ax \left(\frac{k_1 - k_2}{I\theta} \right) x + A\theta \left(\frac{\ell^2 (k_1 + k_2)}{4I\theta} - \omega^2 \right) \theta = 0 \end{array} \right.$$

兩式一致的唯且唯若的條件為

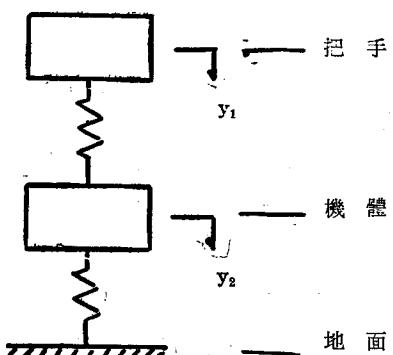
$$\left| \begin{array}{l} Ax \left(\frac{k_1 + k_2}{m} - \omega^2 \right) - A\theta \left(\frac{\ell (k_1 - k_2)}{2m} \right) \\ Ax \frac{\ell (k_1 - k_2)}{2I\theta} - A\theta \left(\frac{\ell^2 (k_1 + k_2)}{4I\theta} - \omega^2 \right) \end{array} \right| = 0$$

也就是

$$\left(\frac{k_1 + k_2}{m} - \omega^2 \right) \left(\frac{\ell^2 (k_1 + k_2)}{4I\theta} - \omega^2 \right) - \frac{\ell (k_1 - k_2)}{2I\theta} \cdot \frac{\ell (k_1 - k_2)}{2m} = 0$$

再化簡得

$$\omega^4 - \frac{\ell^2 (k_1 + k_2)}{4I\theta} \omega^2 - \frac{k_1 + k_2}{m} \omega^2 + \frac{\ell^2 k_1 k_2}{m I\theta} = 0 \quad (5)$$



圖三 耕耘機把手機體與地面之運動系統關係

解第5式，可得到兩個 ω^2 值，亦即是自然頻率。

〔耕耘機機體之轉動慣量〕

在第五方程式中，自然角轉動頻率及轉動慣量未知，如果預測耕耘機之兩種自然頻率之一，則我們可以得到機體之轉動慣量 $I\theta$ 。

四、耕耘機把手與耕耘機機體之振動關係。

由於耕耘機把手與機體之間並無任何阻尼裝置，耕耘機把手振動與耕耘機機體之振動關係，有如圖三，所示，其符號說明如下，

- m_1 : 把手之質量。
- m_2 : 耕耘機機體之質量。
- k_1 : 把手之垂直彈性係數。
- k_2 : 輪胎之垂直彈性係數。
- y_1 : 把手之垂直位移。
- y_2 : 機體重心之垂直位移。
- y : 基礎之振動位移。

則把手與機體間之運動關係如下所示：

$$\begin{cases} m_1y_1 + k_1(y_1 - y_2) = 0 \\ m_2y_2 + k(y_2 - y_1) + k_2(y_2 - y) = 0 \end{cases}$$

或

$$\begin{cases} m_1y_1 + k_1y_1 - k_1y_2 = 0 \\ m_2y_2 - k_1y_1 + (k_1 + k_2)y_2 = k_2y \end{cases}$$

假設 $y_1 = A_1 \sin(wt + \phi)$ 且 $y = 0$

$$y_2 = A_2 \sin(wt + \phi)$$

則：

$$\begin{vmatrix} k_1 - mw^2 & -k_1 \\ -k_1 & (k_1 + k_2 - m_2w^2) \end{vmatrix} = 0$$

解 w^2 ，可得二解

$$w_{1,2}^2 = \frac{1}{2} \left[\frac{k_1}{m_1} + \frac{k_1 + k_2}{m_2} \pm \sqrt{\left(\frac{k_1}{m_1} + \frac{k_1 + k_2}{m_2} \right)^2 + 4 \frac{k_1}{m_1 m_2}} \right]$$

把手與機體之振幅比，以上述 $w_{1,2}$ 值代入

$$\frac{A'_1}{A'_2} = \frac{k_1}{k_1 - m_1 w_1^2} = \frac{k_1 + k_2 - m_2 w_1^2}{k_1} = \mu_1$$

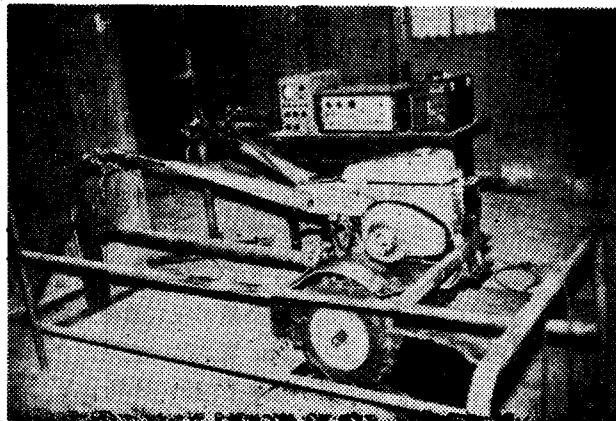
$$\frac{A''_1}{A''_2} = \frac{k_1}{K_1 - m_1 W_2^2} = \frac{k_1 + k_2 - m_2 W_2^2}{k_1} = \mu_2$$

μ_1, μ_2 為把手振動振幅對機體振動振幅之比例。

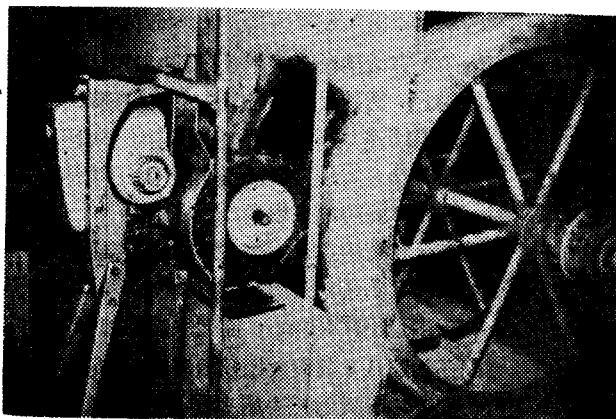
五、耕耘機把手振動情形之測定：

將耕耘機置於一水泥輪上，固定耕耘機，不使耕耘機左右晃動，而只允許其做上下之振動，利用歪鑑儀 (Strain Gage) 測定把手的垂直振幅及頻率，如

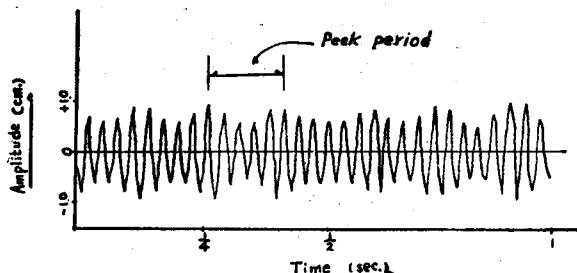
照片 1 及照片 2 及圖四。



照片 1. 耕耘機把手振動之測定裝置。



照片 2. 耕耘機之模擬運動之室內固定及運動裝置。



圖四 耕耘把機手之振動情形

Enginne speed = 1900 rpm, tire type: Good
year tire pressure: 12Psi 省略

〔測定機種〕 日本 Iseki 牌 KT3 50 5ps/4000rpm
二衝程汽油引擎

〔測定種類〕

(1) 引擎空轉時，把手之振動測定。

(2) 引擎轉動，在低速排擋時，把手之振動測定。

(3)引擎轉動，在高速排擋時，把手之振動測定。

〔測定結果及討論〕

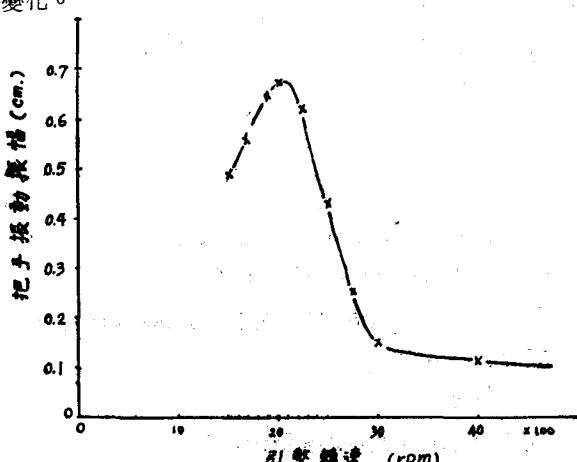
(一)引擎空轉時，把手之振動振幅與引擎轉速的關係，如圖五所示，當引擎轉速由 1500 rpm 漸次增加時，其把手振動振幅，亦隨之增加，當引擎轉速達到 2000 rpm 左右時，把手振動振幅，達到最高峯 (0.69 cm)，隨後，當引擎轉速繼續增加，把手振動振幅反而大為下降，最後當引擎轉速再增加，而把手振動振幅維持在 0.1 cm 左右，不在有大幅的變化。

圖六為引擎空轉時，把手振動頻率與引擎轉速之關係圖。當引擎轉速從 1500 rpm 增加時，把手最大振幅頻率，亦隨之增加，當引擎轉速達到 2500 rpm 時，把手最大振幅頻率 (Peak Amplitude)，達到最高 6.82 cps，隨後，引擎轉速繼續增加時，把手最大振幅頻率却反而下降，而停滯於 5 cps 左右。

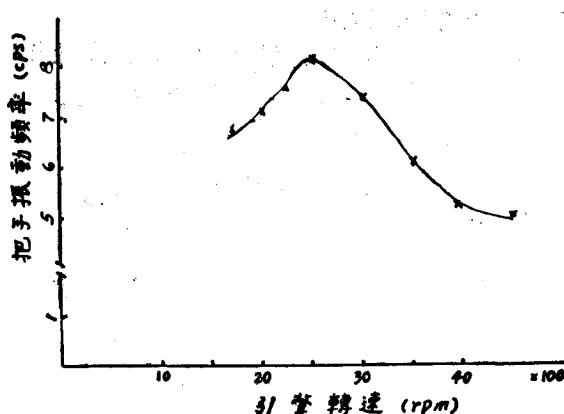
(二)引擎轉動，在低排擋時，把手振動振幅與引擎轉速之關係如圖七，其最大振幅發生在引擎轉速 1800 rpm 左右，其振幅為 0.82 cm；而把手振動頻率與引擎轉速之關係如圖八，其最大振幅頻率發生在引擎轉速 2100 rpm 左右，此時把手頻率為 7.5 cps。

(三)引擎轉動，在高排擋時，把手振動振幅與引擎轉速之關係如圖七，其最大振幅發生在引擎轉速 1600 rpm 左右，其振幅為 0.725 cm，而把手振動頻率與引擎轉速之關係如圖八，其最大振幅頻率發生在引擎轉速 2000 rpm 左右，此時把手頻率為 7.3 cps。

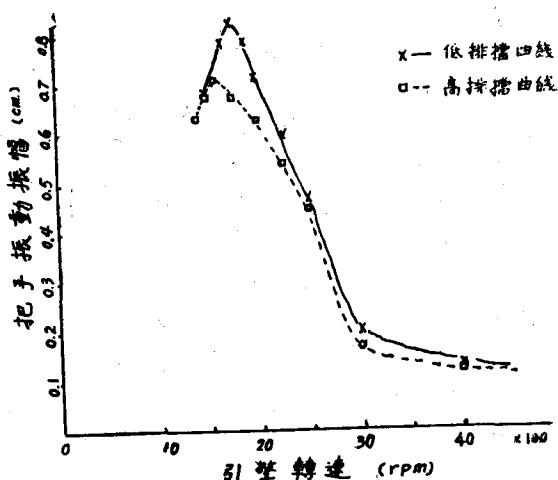
討論：由上面實驗得知，在低排擋時，把手振動振幅最巨，而高排擋時之把手振動振幅與空擋時之把手振動振幅無顯著之差距；而當引擎轉速增加至 4000 rpm 以上時把手振幅維持在 0.1 cm 左右，不再有所變化。



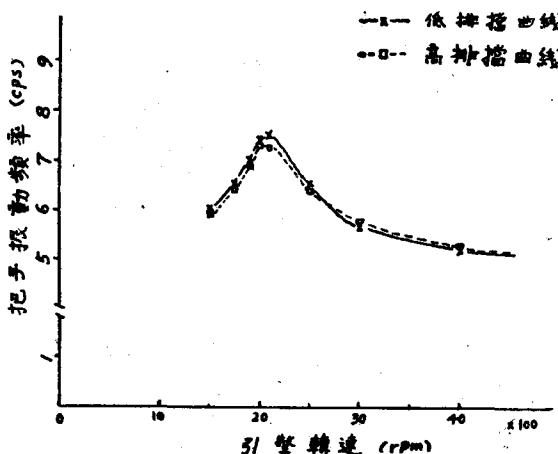
圖五 在擎空轉時把手振動振幅與引擎轉速之關係



圖六 在引擎空轉，把手振動頻率與引擎轉速之關係



圖七 在排擋情形下，把手振動振幅與引擎轉速之關係

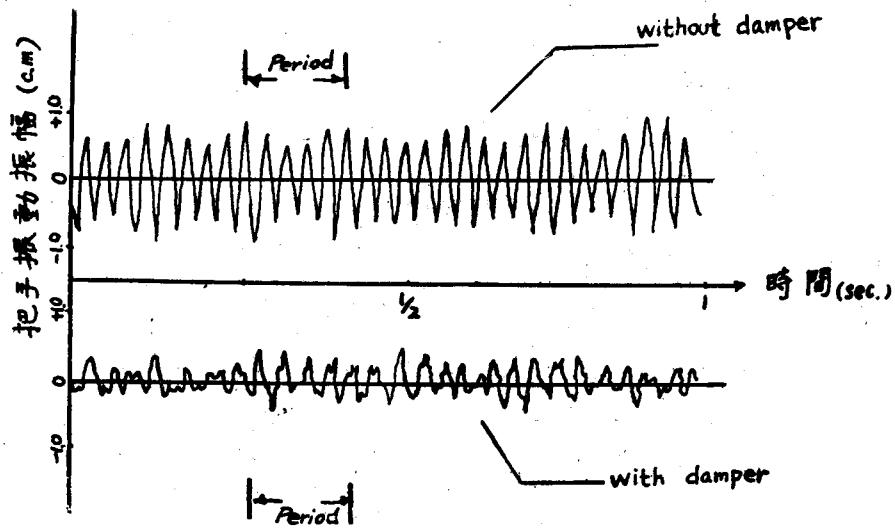


圖八 在排擋情形下，把手振動頻率與引擎轉速之關係

六、耕耘機把手振動之補償

減低或消除振動的方法有兩種，其一為吸收振動法，即利用振動吸收器之負振幅，抵消現有振動振幅之方法；其二為隔離振動法，利用阻尼裝置，減低振動之方法。

圖九是於把手與耕耘機機體中間，裝一特定頻率之振動器（Vibrator），其所產生之振幅與未裝前之振幅效果比較。其效果是消除了特定頻率的振幅，但是却普遍的增加了一般之振幅。

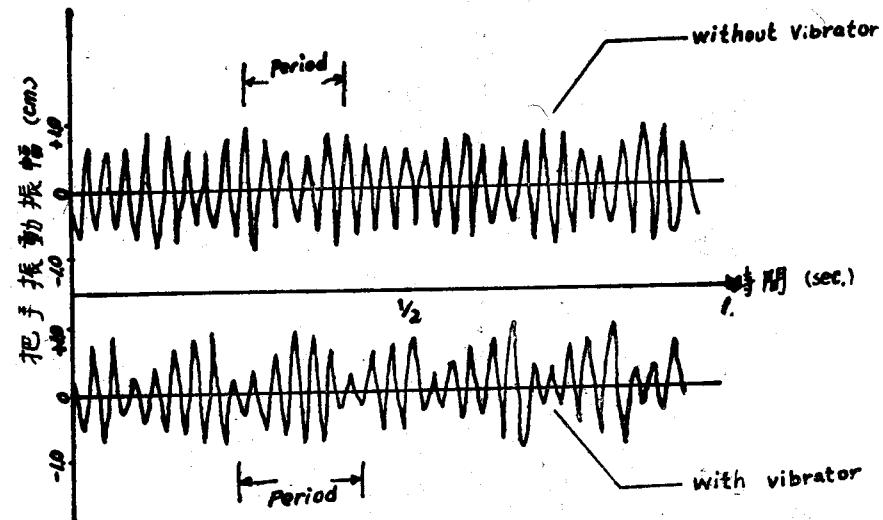


圖九 於把手與機體之間，加裝與未加裝振動器，所產生振幅之比較

圖十是於把手與耕耘機機體之間，裝一橡皮與彈簧組成的阻尼器，其所產生之振幅與未裝阻尼器前之振幅比較；其結果是減低了大部份的振幅。

，可以由振動子形式或阻尼器之效果來加以消除，其中尤以阻尼器之效果較佳。

2. 耕耘機把手之振動以在低排擋時最鉅。
3. 耕耘機把手之振動在高轉速時維持一定值為 0.1cm
4. 耕耘機把手振動之最大振幅，都發生在引擎轉



圖十 於把手與機體之間，加裝與未加裝阻尼器，所產生振幅之比較。

速在 2000rpm 以下，在此階段又却為耕耘機之常用引擎轉速範圍，改進把手或引擎設計，將為減低把手振動之另一種方法。

誌謝：本研究承蒙國家科學委員會之資助，又承李英明、楊志成及楊志誠諸同學之協助實驗，復承彭教授之悉心斧正，謹此誌謝。

5. 改進阻尼器（damper）之構造，將是最經濟的減低把手振動之途徑。也是今後繼續研究把手振動的主要課題。

註：當重心不在輪胎軸上時，而與固定端距 a 時，

$$K'_{1,2} = \left(\frac{1}{a} \right)^2 K_{1,2}$$

參考文獻：

1. Suggs, C. W. "Modelling of the Dynamic Characteristic of the hand-arm System" International Conference on The medical Engineering, and Legal Aspects of Hand-Arm Vibration, July 1972
2. Raney, J.P., Liljedahl, J.B. and Cohen, R. "The Dynamic Behavior of Farm Tractors" Trans. of ASAE 4:(2)215-221, 1961
3. Barger, E.L., Carleton, W.M., McKibben, E.G. and Bainer, Roy, "Tractors and their
4. Tse, F.S., Morse, I.E., Hinkle, R.T., "Mechanical Vibrations" Wiley, 1967.
5. Jewusiak, H. and W. J. Bigley. "Mechanical Network Analysis" Reprinted from Machine Design, Oct.-Nov.-Dec., 1964

abstract

As with most machines, the early development work was devoted to design and construction based upon utility and cost. Once these ends had been at least partly attained, more emphasis was then placed on improving the operator-machine relationship. First of all, the most uncomfortable in Human tolerance is the vibration of the machine.

According to the experiment of this report, the vibration amplitude of handle of powertiller could be reduced by using vibrator or absorber. Using absorber to decrease the amplitude of vibration of handle was better than using vibrator to compensate the amplitude of vibration of handle. And it was found that the peak amplitude of vibration of handle happened when engine revolved below 2000 rpm. Those engine speed range were usual operating speed. To improve the design of handle or design of engine was the other way of reducing vibration of handle of powertiller.

To improve the construction of absorber shall be the most economical way to reduce the vibration on the handle of powertiller, and further study on this criteria is undoubtfully necessary.

興興營造廠
經理楊金水

住址：桃園縣大園鄉菓林村嵌下36號

承辦土木、水利、建築工程

忠信建設股份有限公司
富源有限公司
林財乞

地址：桃園縣桃園市萬壽路三段一二二號

電話：桃園二二三八七八六七七

項目
承包土地開發、推土機出租
山地開墾、整平推土業務
銷售各種礦油、潤滑油、
柴油工廠用鍋爐油、重油