渠道斷面水力特性曲線之探討

A Discussion on Hydraulic Characteristic Curves of Canal Cross-section

省立屏東農專農業工程科助教

林 芳 明

Abstract

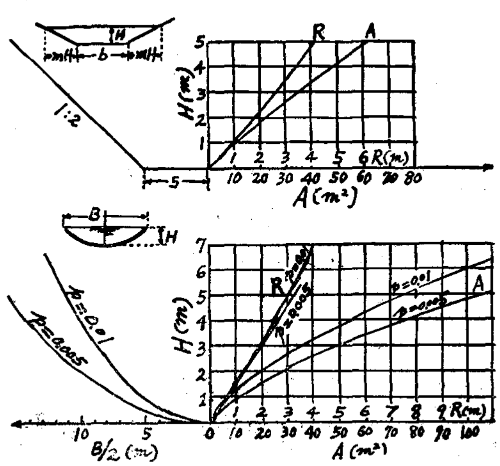
In the non-uniform flow, the velocity and kinetic energy have to be taken into account. On the other hand, various depth and hydraulic radius will be considered to demonstrate on the hydraulic characteristic curves in a given canal cross-section. It is a matter of individual judgement instead of the somewhat lengthy calculations, and also to estimate the critical depth instead of Chow's monograph in a rational manner.

一、前 言 (Introduction)

在非均勻流 (Non-uniform flow) 之明渠斷面中，爲獲得水面曲線之剖面，常計及流速及動能 (kinetic energy) 之變化，本文則以圖表式之水理特性曲線來將斷面之各種水深及水力半徑等值加以表達，則查閱起來既稱方便，又屬清晰明瞭，且其精度亦可與精密之計算式相互媲美，茲以下面示例舉出能代表渠道斷面水理特性之例子說明之，俾供參考。

二、梯形斷面 (Trapezoidal Section)

設水面寬爲 B，底寬爲 b，側坡爲 m，水深爲 H。



圖一 梯形及二次拋物線形斷面之特性曲線

則 $A=H(b+mH),\quad P=b+H\sqrt{1+m^2}$

故 $R=\dfrac{A}{P}=\dfrac{H(b+mH)}{b+H\sqrt{1+m^2}}$

若 $m=0.5$ 時，則

$$A=H(b+\frac{H}{2}),\quad \therefore\ R=\frac{H(b+0.5H)}{b+1.118H}$$

依此一關係可將 A，R 曲線以 H 爲函數加以繪製圖表，圖一之上圖即係 $b=10m$ 時，水路之 A(H) 與 R(H) 之曲線。若 $b=50m$ 時，則 H 及 R 之刻劃取其 5 倍，而 A 之刻劃則以 25 倍計算之。

三、二次拋物線形斷面 (Quadratic Parabolic Section)

設水面寬爲 B，最大水深爲 H，則

$$A=\frac{2}{3}BH,\quad P=B[1+\frac{2}{3}(\frac{2H}{B})^2-\frac{2}{5}(\frac{2H}{B})^4+\cdots\cdots]$$

故 $$R=\frac{A}{P}=\frac{\frac{2}{3}H}{[1+\frac{2}{3}(\frac{2H}{B})^2-\frac{2}{5}(\frac{2H}{B})^4+\cdots]}$$

當 $B>10H$ 之情況時，上式之分母 $P\fallingdotseq B$,

$$\therefore\ R=\frac{2}{3}H$$

又於二次拋物線形存有 $H=pB^2$ 之關係時，其 p 應依斷面形狀而定之。依此仍可將 A 及 R 曲線以

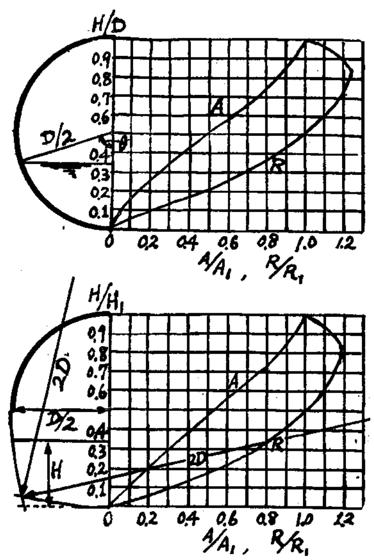
H 爲函數加以繪製之，如圖一之下圖卽係表示當 $p=0.01$ 與 0.005 之情況下之 A 及 R 曲線，其中因 p 帶有〔L^{-1}〕因次式存在，故若 H 及 B 之刻劃爲 10 倍時，p 則爲 $\frac{1}{10}$。

四、圓形斷面作爲涵洞使用時之場合 (Circular Section)

設圓形斷面之中心角爲 θ，水深爲 H，斷面積爲 A，圓形之直徑爲 D，今若欲以 A 及 R 表示其特性曲線時，則應依 θ 及 D 之函數表之，再加繪製，但 θ 含有弧度單位。

卽 $$H=\frac{D}{2}\left(1-\cos\frac{\theta}{2}\right),\quad A=\frac{D^2}{8}(\theta-\sin\theta)$$

故 $$R=\frac{D}{4}\left(1-\frac{\sin\theta}{\theta}\right)$$



圖二　圓形及馬蹄形涵洞之特性曲線

此式之計算可直接由圖二畫好之曲線求出其 A，R，H，若遇整個圓形斷面爲滿水時，則其 $\theta=\pi$，$A=A_1$，$R=R_1$，故可以 $\frac{A}{A_1}$ 及 $\frac{R}{R_1}$ 與 $\frac{H}{D}$ 之相互關係表之。同樣地，表示馬蹄形斷面 (horseshoe shape) 之場合時，其斷面積與水力半徑各設爲 A_1 及 R_1，則表示滿水時此項比值之 A_1 及 R_1 值卽係依其斷面高 H_1 所繪成之曲線。

卽 $$A_1=0.854H_1^2,\quad R_1=0.245H_1$$

此處斷面所定出之流量 Q，常可藉以計算出其對應之臨界水深 (Critical depth) Hc，故由勢能水頭 (Energy head) $E=H+\alpha\frac{V^2}{2g}=H+\alpha\frac{Q^2}{2gA^2}$ (α 爲流速水頭之補正係數) 用 $\frac{dE}{dH}=0$ 求最小勢能，則得

$$1-\frac{\alpha Q^2}{gA^3}\left(\frac{dA}{dH}\right)=0,$$

卽 $$\frac{\alpha Q^2}{gA^3}\left(\frac{dA}{dH}\right)=1 \cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

此項由 $\frac{\alpha Q^2}{gA^3}\left(\frac{dA}{dH}\right)=1$ 所求得之 H 卽應等於臨界水深，因此，由 A 作爲 H 之函數，亦可在式中求得 Hc。

例如，在一般的梯形斷面，其

$$A=H(b+mH),\quad \therefore\ \frac{dA}{dH}=b+2mH$$

此可代入臨界水深之方程式 (1) 式，求得

$$\frac{b+2mH}{H^3(b+mH)^3}=\frac{g}{\alpha Q^2}$$

此式之計算亦可以圖解之試算法解之。

1. 在二次拋物線形斷面時；

$$A=\frac{2}{3}BH=\frac{2}{3}\frac{H^{1.5}}{\sqrt{p}},\quad \therefore\ \frac{dA}{dH}=\frac{\sqrt{H}}{\sqrt{p}}$$

$$\therefore\ Hc=\left(\frac{3}{2}\right)^3\frac{\alpha pQ^2}{g}$$

2. 在圓形斷面時：由 $\frac{dA}{dH}=\frac{dA}{d\theta}\cdot\frac{d\theta}{dH}=D\sin\frac{\theta}{2}$，可依次式計算臨界水深

$$\frac{D^5}{g^3}=(\theta-\sin\theta)^3=\frac{\alpha Q^2}{g}\sin\frac{Q}{2}$$

爲簡化計算圓形斷面之非均勻流數值，日本岩崎氏設

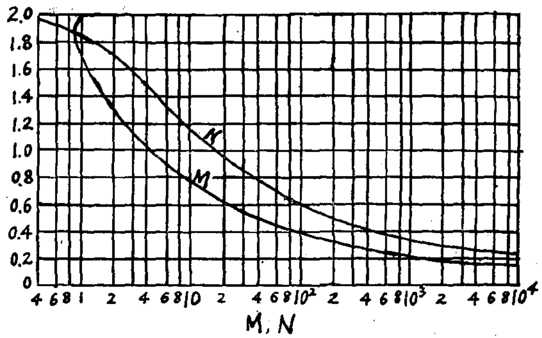
$$M=\left(\frac{A_1}{A}\right)^2\left(\frac{R_1}{R}\right)^{4/3},\quad N=\frac{B}{\gamma}\left(\frac{A_1}{A}\right)^3$$

但 B＝水面寬，$\gamma=\frac{D}{2}$，則以無因次元素 M，N來表示其用於均勻流(uniform flow)時，應以 M/M_o，N/N_c 之比值表之，其中 M_o 係用於等流時之 M 值，N_c 則爲臨界水深時之 N 值，故由水流之基本方程式，可改寫爲

$$\frac{dy}{dx}=S\frac{1-(M/M_o)}{1-(N/N_c)}\ \text{(式中 S 爲水路坡降)} \cdots\cdots\cdots (2)$$

由曼寧氏 (Manning's) 公式可求得，$M_o=\frac{SA_1^2R^{4/3}}{n^2Q^2}$，又由臨界水深之條件可得 $N_c=\frac{gA_1^3}{\alpha\gamma Q^2}$，因此可利用 (2) 式概略算出 M 及 N 之水理特性

曲線，如圖三所示。此項圖表略可作爲稍精密計算之情況時使用之。當然，用周氏（Chow's）所製之圖表亦可同樣地利用求算其臨界水深。



圖三　M. N 之特性曲線

五、渠道斷面水理特性曲線之應用實例演算

〔例題一〕：今有一側坡各爲 1/2 及 1/1.5 之梯形斷面渠道如圖四所示，設其底寬爲 b，水深爲 H，試按 b 值大小順序以 A 及 R 值對應其 H 值之關係作一圖表示明該斷面之特性曲線。

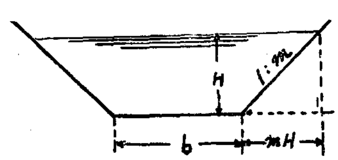


圖　四

〔解〕：梯形斷面之水流面積爲

$$A=bH+mH^2$$

其水力半徑如次：

$$R=\frac{A}{P}=\frac{bH+mH^2}{b+2H\sqrt{1+m^2}}$$

$$=H\frac{\frac{b}{H}+m}{\frac{b}{H}+2\sqrt{1+m^2}}$$

故側坡爲 $\frac{1}{2}$ 時，即 $m=2$ 之情況，則

$$\frac{R}{H}=\frac{\frac{b}{H}+2}{\frac{b}{H}+2\sqrt{5}}$$

又於側坡爲 $\frac{1}{1.5}$ 時，即 $m=1.5$ 之情況，則

$$\frac{R}{H}=\frac{\frac{b}{H}+1.5}{\frac{b}{H}+2\sqrt{3.25}}$$

由是按 $\frac{b}{H}$ 之大小順序計算其 $\frac{A}{H^2}$，$\frac{P}{H}$，$\frac{R}{H}$ 值如下：

	m=2			m=1.5		
$\frac{b}{H}$	$\frac{A}{H^2}$	$\frac{P}{H}$	$\frac{R}{H}$	$\frac{A}{H^2}$	$\frac{P}{H}$	$\frac{R}{H}$
1	3	5.4721	0.548	2.5	4.6056	0.543
2	4	6.4721	0.618	3.5	5.6056	0.624
3	5	7.4721	0.669	4.5	6.6056	0.681
4	6	8.4721	0.708	5.5	7.6056	0.723
5	7	9.4721	0.739	6.5	8.6056	0.755
6	8	10.4721	0.764	7.5	9.6056	0.781
7	9	11.4721	0.785	8.5	10.6056	0.801
8	10	12.4721	0.802	9.5	11.6056	0.819
9	11	13.4721	0.817	10.5	12.6056	0.833
10	12	14.4721	0.829	11.5	13.6056	0.845

此項計算結果若用圖示表明，即依圖五所示，可得該斷面之特性曲線。由該圖同時亦可求得其流水斷面積。

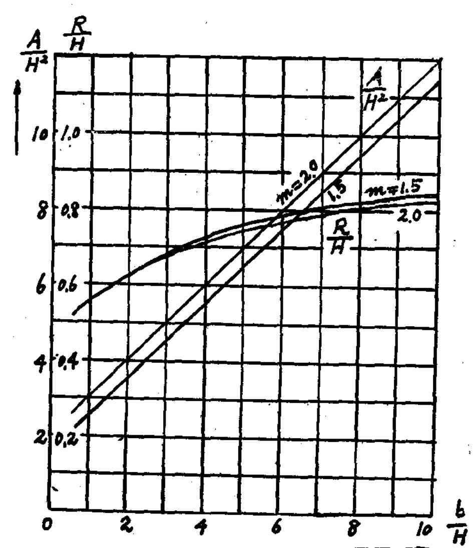


圖　五

〔例題二〕：試以流水斷面積 A 及水力半徑 R 對應其水深 h 之關係作一圖表示明一圓形斷面水路之特性曲線。如圖六。

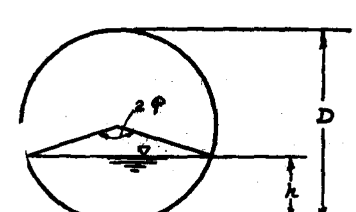


圖　六

〔解〕：設圓形斷面水路之直徑爲 D，水深爲 h

則水深爲　$h=0.5D(1-\cos\varphi)$

斷面積爲　$A=0.25D^2(\varphi-\sin\varphi\cos\varphi)$

潤周 P 爲　$P=D\varphi$

故水力半徑 R 爲　$R=\frac{A}{P}=0.25D(1-\frac{\sin\varphi\cos\varphi}{\varphi})$

此諸值若用於滿水狀態時，則 $\varphi=\pi$，

故斷面積爲　$A_1=0.25\pi D^2$

潤周爲　$P_1=\pi D$

水力半徑爲　$R_1=0.25D$

其與常態水流之各項比值爲

$$\frac{A}{A_1}=\frac{1}{\pi}(\varphi-\sin\varphi\cos\varphi),$$

$$\frac{P}{P_1}=\frac{\varphi}{\pi},\quad \frac{R}{R_1}=1-\frac{\sin\varphi\cos\varphi}{\varphi}$$

但在滿水時求算各水深 H 值之平均流速 V 及流量 Q，均以滿水時之平均流速 V_1 及流量 Q_1 表之。

1. 依 Chezy 公式時，

$$\frac{V}{V_1}=(\frac{R}{R_1})^{1/2}=(1-\frac{\sin\varphi\cos\varphi}{\varphi})^{1/2},$$

$$\frac{Q}{Q_1}=\frac{A}{A_1}(\frac{R}{R_1})^{1/2}$$

2. 依 Manning 公式時，

$$\frac{V}{V_1}=(\frac{R}{R_1})^{2/3},\quad \frac{Q}{Q_1}=\frac{A}{A_1}(\frac{R}{R_1})^{2/3}$$

故由 $\frac{h}{D}=0.5(1-\cos\varphi)$ 之關係，可按 $\frac{h}{D}$ 之比值由 0.00 依 0.01 起至 1.00 止，將上列諸比值之計算依表一所示電子計算機之程式求之，其計算結果如表二所列。

表一　電子計算機程式

```
begin
   Comment   HYDRAULIC CHARACTERISTIC CURVES OF CIRCULAR SECTION;
begin
   real  A, h, p, Q2, Q3, R, R2, R3, X, XO, CX, SX;
   CRLF; CRLF; CRLF; CRLF; Space (20);
   Printstring (·HYDRAULIC CHARACTERISTIC CURVES OF CIRCULAR SECTION,);
              CRLF; CRLF; CRLF; Space(7);
   Printstring (·H       A       P       R       R2       R3       Q2       Q3,);
   CRLF; CRLF;   XO:=1.5707963;
   for  h:=0.0  step  0.01  until  1.005  do
    begin
     CX:=1.0-2.0*h;
     SX:=sqrt (1.0-CX↑2);
     if  h=0.0  or  h=1.0  then  X:=  if  h=0.0  then  0.0  else  3.141592654
     else
       begin
       M: X:=XO-(CX-COS(XO))/sin(XO);
          if  abs(X-XO)>0.000000001  then  begin  XO:=X;  go  to  M;  end;
       end;
   A:=0.3183099*(X--SX*CX);
   P:=0.3183099*X;
   if  X=0.0  then  R:=0.0  else  R:=A/P;
   R2:=Sqrt(R)
   R3:=R↑ 0.6666666666;
   Q2:=A*R2;
   Q3:=A*R3;
   Space(5);
   Printfix(h, 1, 2);  Printfix(A, 2, 7);  Printfix(P, 2, 7);  Printfix(R, 2, 7);
   Printfix(R2, 2, 7);  Printfix(R3, 2, 7);  Printfix(Q2, 2, 7);  Printfix(Q3, 2, 7);  CRLF;
   if  20.0*h-float(fix(20.0*h))=0.0  then  CRLF;
   end;  LFEED;
end;
end;  end:  end of program;  No Data;
```

表二 計　算　結　果

水深比 h/D	面積比 A/A_1	潤周比 P/P_1	水力半徑比 R/R_1	依 Chezy 公式流速比 V/V_1	依 Manning 公式流速比 V/V_1	依 Chezy 公式流量比 Q/Q_1	依 Manning 公式流量比 Q/Q_1
0.00	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000
0.01	0.0016925	0.0637685	0.0265420	0.1629174	0.0889795	0.0002757	0.0001506
0.02	0.0047727	0.0903344	0.0528344	0.2298574	0.1408028	0.0010970	0.0006720
0.03	0.0087414	0.1108246	0.0788762	0.2808492	0.1839208	0.0024550	0.0016077
0.04	0.0134170	0.1281884	0.1046667	0.3235223	0.2220951	0.0043407	0.0029798
0.05	0.0186930	0.1435662	0.1302049	0.3608391	0.2568925	0.0067451	0.0048021
0.06	0.0244962	0.1575424	0.1554899	0.3943221	0.2891577	0.0096594	0.0070832
0.07	0.0307722	0.1704634	0.1805209	0.4248775	0.3194123	0.0130744	0.0098290
0.08	0.0374779	0.1825548	0.2052970	0.4530971	0.3480073	0.0169811	0.0130426
0.09	0.0445784	0.1939733	0.2298171	0.4793925	0.3751932	0.0213705	0.0167255
0.10	0.0520440	0.2048327	0.2540805	0.5040640	0.4011569	0.0262335	0.0208778
0.11	0.0598494	0.2152190	0.2780860	0.5273386	0.4260424	0.0315609	0.0254983
0.12	0.0679724	0.2251989	0.3018328	0.5493931	0.4499639	0.0373435	0.0305851
0.13	0.0763933	0.2348254	0.3253198	0.5703681	0.4730136	0.0435723	0.0351351
0.14	0.0850946	0.2441417	0.3485459	0.5903778	0.4952677	0.0502379	0.0421446
0.15	0.0940602	0.2531833	0.3715102	0.6093164	0.5167897	0.0573312	0.0486093
0.16	0.1032754	0.2619797	0.3942116	0.6278627	0.5376334	0.0648428	0.0555243
0.17	0.1127269	0.2705562	0.4166489	0.6454835	0.5578449	0.0727634	0.0628841
0.18	0.1224022	0.2789343	0.4388211	0.6624357	0.5774641	0.0810836	0.0706829
0.19	0.1322897	0.2871325	0.4607270	0.6787687	0.5965256	0.0897941	0.0789142
0.20	0.1423784	0.2951672	0.4823654	0.6945253	0.6150600	0.0988854	0.0875713
0.21	0.1526582	0.3030525	0.5037353	0.7097431	0.6330940	0.1083481	0.0966470
0.22	0.1631193	0.3108011	0.5248352	0.7244551	0.6506518	0.1181726	0.1061339
0.23	0.1737526	0.3184242	0.5456640	0.7386907	0.6677546	0.1283495	0.1160241
0.24	0.1845493	0.3259319	0.5662205	0.7524762	0.6844216	0.1388690	0.1263095
0.25	0.1955011	0.3333333	0.5865003	0.7658350	0.7006702	0.1497216	0.1369818
0.26	0.2065999	0.3406366	0.6065110	0.7787882	0.7165158	0.1608975	0.1480321
0.27	0.2178380	0.3478494	0.6262424	0.7913548	0.7319728	0.1723871	0.1594515
0.28	0.2292081	0.3549784	0.6456959	0.8035520	0.7470540	0.1841806	0.1712308
0.29	0.2407030	0.3620300	0.6648702	0.8153957	0.7617713	0.1962682	0.1833606
0.30	0.2523157	0.3690101	0.6837638	0.8269001	0.7761352	0.2086399	0.1958311
0.31	0.2640397	0.3759240	0.7023752	0.8360782	0.7901559	0.2212859	0.2086325
0.32	0.2758682	0.3827767	0.7207027	0.8489421	0.8038422	0.2341961	0.2217545
0.33	0.2877950	0.3895729	0.7387449	0.8595027	0.8172025	0.2473606	0.2351868
0.34	0.2998139	0.3963171	0.7565001	0.8697701	0.8302444	0.2607692	0.2489188
0.35	0.3119188	0.4030133	0.7739665	0.8797536	0.8429752	0.2744117	0.2629398
0.36	0.3241038	0.4096655	0.7911425	0.8894619	0.8554011	0.2882780	0.2772388
0.37	0.3363631	0.4162774	0.8080262	0.8989028	0.8675283	0.3023577	0.2918045
0.38	0.3486909	0.4228525	0.8246159	0.9080836	0.8793622	0.3166405	0.3066256
0.39	0.3610818	0.4293942	0.8409096	0.9170112	0.8909080	0.3311160	0.3216906
0.40	0.3735300	0.4359058	0.8569054	0.9256918	0.9021704	0.3457737	0.3369877
0.41	0.3860302	0.4423902	0.8726012	0.9341313	0.9131537	0.3606029	0.3525050
0.42	0.3985771	0.4488505	0.8879951	0.9423349	0.9238618	0.3755931	0.3682302
0.43	0.4111652	0.4552897	0.9030847	0.9503077	0.9342985	0.3907335	0.3841511
0.44	0.4237893	0.4617105	0.9178680	0.9580543	0.9444671	0.4060132	0.4002551
0.45	0.4364443	0.4681157	0.9323427	0.9655789	0.9543706	0.4214214	0.4165296
0.46	0.4491248	0.4745079	0.9465063	0.9728855	0.9640117	0.4369470	0.4329616
0.47	0.4618257	0.4808899	0.9603564	0.9799777	0.9733931	0.4525789	0.4495380
0.48	0.4745420	0.4872642	0.9738905	0.9868589	0.9825170	0.4525789	0.4662456
0.49	0.4872684	0.4936333	0.9871095	0.9935320	0.9913853	0.4841168	0.4830708
0.50	0.5000000	0.5000000	1.0000000	1.0000000	1.0000000	0.5000000	0.5000000
0.51	0.5127315	0.5063666	1.0125697	1.0062652	0.1083624	0.5159439	0.5170192
0.52	0.5254580	0.5127358	1.0248123	1.0123301	1.0164739	0.5319370	0.5341143
0.53	0.5381742	0.5191100	1.0367247	1.0181968	1.0243357	0.5479673	0.5512711
0.54	0.5508752	0.5254920	1.0483036	1.0238669	1.0319485	0.5640229	0.5684749
0.55	0.5635557	0.5318843	1.0595457	1.0293423	1.0393132	0.5800918	0.5857109
0.56	0.5762106	0.5382894	1.0704475	1.0346243	1.0464301	0.5961615	0.6029642
0.57	0.5888347	0.5447102	1.0810054	1.0397141	1.0532996	0.6122198	0.6202194
0.58	0.6014229	0.5511494	1.0912156	1.0446126	1.0599215	0.6282539	0.6374611
0.59	0.6139697	0.5576098	1.1010741	1.0493208	1.0662958	0.6442512	0.6546733
0.60	0.6264699	0.5640942	1.1105768	1.0538390	1.0724220	0.6601985	0.6718402

0.61	0.6389182	0.5706057	1.1197192	1.0581678	1.0782995	0.6760827	0.6889452
0.62	0.6513090	0.5771474	1.1284967	1.0623072	1.0839274	0.6918903	0.7059717
0.63	0.6636369	0.5837225	1.1369046	1.0662572	1.0893046	0.7076077	0.7229027
0.64	0.6758961	0.5903344	1.1449376	1.0700175	1.0944297	0.7232208	0.7397209
0.65	0.6880811	0.5969867	1.1525904	1.0735876	1.0993011	0.7387154	0.7564084
0.66	0.7001861	0.6036829	1.1598573	1.0769667	1.1039169	0.7540771	0.7729472
0.67	0.7122049	0.6104271	1.1667322	1.0801538	1.1082748	0.7692909	0.7893188
0.68	0.7241318	0.6172233	1.1732087	1.0831475	1.1123723	0.7843416	0.8055041
0.69	0.7359603	0.6240760	1.1792799	1.0859465	1.1162066	0.7992135	0.8214838
0.70	0.7476842	0.6309899	1.1849385	1.0885488	1.1197744	0.8138907	0.8372376
0.71	0.7592969	0.6379699	1.1901767	1.0909522	1.1230720	0.8283567	0.8527452
0.72	0.7707918	0.6450215	1.1949861	1.0931542	1.1260955	0.8425944	0.8679853
0.73	0.7821619	0.6521506	1.1993578	1.0951519	1.1288403	0.8565862	0.8829360
0.74	0.7934001	0.6593633	1.2032820	1.0969421	1.1313013	0.8703140	0.8975746
0.75	0.8044989	0.6666666	1.2067483	1.0985209	1.1334728	0.8837589	0.9118777
0.76	0.8154506	0.6740680	1.2097452	1.0998841	1.1353487	0.8969013	0.9258208
0.77	0.8262473	0.6815758	1.2122604	1.1010269	1.1369218	0.9097206	0.9393786
0.78	0.8368806	0.6891989	1.2142802	1.1019438	1.1381844	0.9221955	0.9525245
0.79	0.8473417	0.6969474	1.2157899	1.1026286	1.1391275	0.9343033	0.9652303
0.80	0.8576215	0.7048327	1.2167730	1.1030743	1.1397415	0.9460203	0.9774669
0.81	0.8677102	0.7128674	1.2172112	1.1032729	1.1400152	0.9573213	0.9892029
0.82	0.8775977	0.7210656	1.2170843	1.1032154	1.1399359	0.9681793	0.0004052
0.83	0.8872730	0.7294437	1.2163693	1.1028913	1.1394894	0.9785657	1.0110382
0.84	0.8967245	0.7380202	1.2150405	1.1022887	1.1386594	0.9884494	1.0210638
0.85	0.9059398	0.7468167	1.2130684	1.1013938	1.1374270	0.9977965	1.0304404
0.86	0.9149054	0.7558582	1.2104192	1.1001905	1.1357704	1.0065702	1.0391224
0.87	0.9236066	0.7651745	1.2070535	1.0986598	1.1336639	1.0147295	1.0470596
0.88	0.9320276	0.7748011	1.2029249	1.0967793	1.1310774	1.0222286	1.0541954
0.89	0.9401506	0.7847810	1.1979783	1.0945219	1.1279745	1.0290154	1.0604659
0.90	0.9479560	0.7951672	1.1921466	1.0918546	1.1243110	1.0350302	1.0657973
0.91	0.9554216	0.8060266	1.1853474	1.0887366	1.1200320	1.0402025	1.0701028
0.92	0.9625220	0.8174451	1.1774760	1.0851156	1.1150680	1.0444477	1.0732776
0.93	0.9692278	0.8295366	1.1683966	1.0809239	1.1093286	1.0476616	1.0751921
0.94	0.9755037	0.8424576	1.1579262	1.0760698	1.1026912	1.0497101	1.0756794
0.95	0.9813070	0.8564337	1.1458060	1.0704233	1.0949831	1.0504139	1.0745145
0.96	0.9865829	0.8718116	1.1316469	1.0637889	1.0859437	1.0495160	1.0713735
0.97	0.9912586	0.8891753	1.1148066	1.0558440	1.0751433	1.0466144	1.0657450
0.98	0.9952272	0.9096655	1.0940584	1.0459724	1.0617613	1.0409803	1.0566940
0.99	0.9983074	0.9362314	1.0663041	1.0326200	1.0437281	1.0308723	1.0419616
1.00	1.0000000	1.0000000	1.0000000	1.0000000	10.000000	1.0000000	1.0000000

根據此項結果所繪製之曲線即爲圖七所示者，R 爲 h 之對應值，當 h 逐漸增大時，R 亦隨之增大，直至此 R 至最大值時，適於 h 爲內徑 D 之 82%，而超過此最大值時，雖 h 再加探，其 R 則反減小。故此時之最大值即爲圓形水路之最佳水力半徑也。

圖八所示係爲卵形及各種馬蹄形等之 A 及 R 與水探 h 之關係，横軸之數字爲滿水時，A_1 及 R_1 之相對比值。

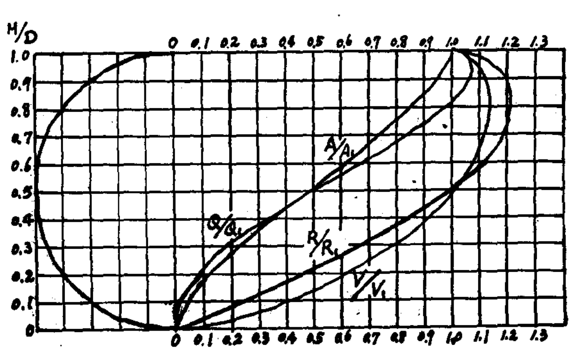


圖 七

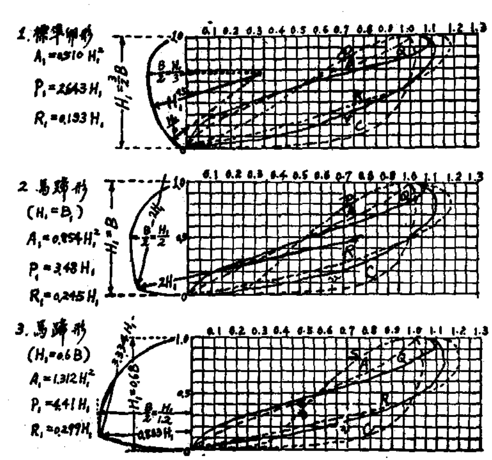


圖 八

〔例題三〕：如圖九所示，渠道係以等邊 a 爲正三角形斷面之明渠水路，試求其最大平均流速及最

大流量時之h值。並按$\frac{v_h}{v_H}$及$\frac{Q_h}{Q_H}$以$\frac{h}{H}$爲函數之諸值導出各種平均流速與流量值之水理特性曲線。

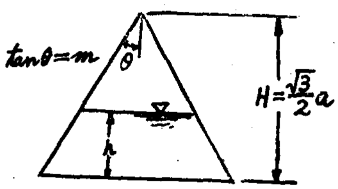


圖　九

〔解〕：

$$A=H^2m-(H-h)^2m$$

$$P=\frac{2}{\sqrt{3}}H+2h\sqrt{1+m^2}$$

$$R=\frac{A}{P}=\frac{Hm\{1-(1-\frac{h}{H})^2\}}{2(m+\frac{h}{H}\sqrt{1+m^2})}$$

由 Manning 公氏 $V=\frac{1}{n}R^{2/3}S^{1/2}$，吾人若將其平均流速以無因次式表示，則得

$$\frac{nv}{S^{1/2}H^{2/3}}=\left[\frac{m\{1-(1-\frac{h}{H})^2\}}{2(m+\frac{h}{H}\sqrt{1+m^2})}\right]^{2/3}$$

$$=f(H_o)\text{，其中 } H_o=\frac{h}{H} \qquad (1)$$

若最大平均流速可依 h 之探淺程度求得，今由 (1) 式簡化考慮之，得

$$V=X^{2/3}\text{，且當}\frac{dV}{dH_o}=\frac{2}{3}X^{-1/3}\frac{dX}{dH_o}\text{時}$$

令　$\frac{dV}{dH_o}=0$，則由$\frac{dX}{dH_o}=0$ 可求出 H_o 值，而此時之 h 值卽爲最大流速也。

今以無因次式表達，則可有適用於任何大小正三角形斷面之優點，亦卽$\frac{dX}{dH_o}=0$ 時，可得

$$\sqrt{1+m^2}\,H_o^2+2mH_o-2m=0$$

欲滿足此式，則應使 $H_o=0.62$，故所求之 h 值爲

$$h=0.62H=0.62\times\frac{\sqrt{3}}{2}a=0.537a$$

同理，吾人若將其最大流量以無因次式表示時，得流量之一般式如下

$$\frac{Qn}{H^{8/3}S^{1/2}}=\frac{m^{5/3}\{1-(1-\frac{h}{H})^2\}^{5/3}}{2^{2/3}(m+\frac{h}{H}\sqrt{1+m^2})^{2/3}} \quad \cdots(2)$$

將 (2) 式以下式簡化考慮之，爲

$$Q_o=K_o\frac{\{1-(1-H_o)^2\}^{5/3}}{(m+K_1H_o)^{2/3}}$$

式中　$K_o=\frac{m^{5/3}}{2^{2/3}}$，　$K_1=\sqrt{1+m^2}$

令　$\frac{dQ_o}{dH_o}=0$，得

$$4K_1H_o^2-(3K_1-5m)H_o-5m=0$$

欲滿足此式，須使 $H_o=0.856$ 始可，故所求之 h 值爲

$$h=0.856H=0.856\times\frac{\sqrt{3}}{2}a=0.742a$$

其次按題意，可將$\frac{v_h}{v_H}$及$\frac{Q_h}{Q_H}$使用 (1) (2) 式之方式表達，同樣可求得 (3) (4) 式，惟右邊之無因次式須加注意。

卽

$$\frac{v_h}{v_H}=\left[\frac{(m+\sqrt{1+m^2})\{1-(1-\frac{h}{H})^2\}}{m+\frac{h}{H}\sqrt{1+m^2}}\right]^{2/3}\cdots\cdots\cdots\cdots (3)$$

$$\frac{Q_h}{Q_H}=\frac{\{1-(1-\frac{h}{H})^2\}^{5/3}(m+\sqrt{1+m^2})^{2/3}}{(m+\frac{h}{H}\sqrt{1+m^2})^{2/3}}\cdots\cdots\cdots\cdots (4)$$

由 (3) (4) 式之右邊可知，$\frac{v_h}{v_H}$及$\frac{Q_h}{Q_H}$均可以$\frac{h}{H}$爲函數表示之，在此，吾人若將$\frac{h}{H}$由0～1.0分別計算出 (3) (4) 式之諸值，卽可用圖表方式，按前兩例題，畫出該正三角形渠道斷面之水理特性曲線也。

六、結　論

吾人由上述各種形狀斷面之水路及實例演算所求之各種水理特性曲線，可知欲達迅速且簡捷地求出各種水探時之水理計算時，則有賴渠道之水理特性曲線圖表，其繪製之精細者，精確度亦不遜於計算所求者，且省時省事，尤於初步設計使用之場合時，依此項所建立之曲線演算，具有相當使用之價值，若運用熟練，可一目瞭然，旣免計算之煩，又省時間，實不愧爲一良好之工具也。

七、參　考　文　獻

1. V. T. Chow: Open Channel Hydraulics 1964.
2. Peterson: Applied Mechanics: Fluids 1970.
3. 石原藤次郎，本間仁：應用水理學、丸善株式會社，昭和32年，1957.
4. 本間仁：流量計算法、工學圖書，昭和47年，1972
5. 粟津、木村：演習水理學，オーム社，昭和38年，1963.
6. 土木學會編：水理公式集、土木學會，昭和46年，1971.