

系 統 學 分 析

(62年5月8日本會學術演講稿)

演講人¹ 梁 桐博士

節錄人² 劉昆揚先生

在每天的報章雜誌裡，我們會經常看到，「整體的」、「綜合的」或「一貫性的」這樣的字眼，這些字眼與系統分析的目的，境界上非常相近，唯其困難在於決定何種境界是整，何種境界算是不整，說起來容易，但是作起來却是比較複雜。有時整體定義和範圍比較清楚，但是一般來說整定義比較難下，像醫生以每個人為整體則比較容易決定，但是整頓臺北市交通的整體定義就比較困難而且不易決定，至於何人需要利用到系統分析呢？可以肯定的說人人都需要，也常會遭遇到。

系統分析這門學問一直在演變中，直到現在也沒有統一的定義，根據個人的了解而決定了以下的說明。

系統分析包括概念 (Concept)，程序 (Procedure) 與方法 (Methodology)，其功用在於尋找最理想的問題解答：

系統分析需具備以下五種概念：

(一)問題本身只不過是一組目標的結合，換言之，我們急切需要達成的目標構成了一個問題，當然系統分析並不保證各項目標均能達到百分之百，理想的折衷為系統分析所追求的目的。

(二)真正一個完整的問題，很少是照行業分的。建立一個包羅多方面研究小組能在解決問題上發現陷阱並減少發生錯誤的機會。

(三)問題應分成階段來解決，以適應人思考力對複雜問題無能，有效分割問題可保證理想之組合，而使每個階段均可獲得結論。

(四)決定何種資料有用並非易事，系統分析可以決定那些資料需要，那些是不需要。

(五)真正好，而可行的決策，決非每個目標均達到百分之百，好的決策不過是好的折衷而已。

系統分析的程序本身非常簡單很像武俠小說中的招式，只有五招，但是如果能夠靈活地運用，則功效無窮。

(一)確定目標：目標的取捨完全是主觀的，你想要什麼，就決定什麼，你認為那個目標重要，那目標就

重要，也因為如此，在決定目標的時候，各方面最好都能考慮到。

(二)決定變數及目標衡量法：目標很少能百分之一百達到，所以我們需要有一套辦法來衡量其達成率而決定決策之優劣，並且首先要決定每個目標要怎樣衡量，每個變數對目標 (Goal) 之影響，在這階段裡我們讓目標與可控制因素及非控制因素同時發生關係。發展衡量 (Measure of effectiveness) 時，必須留意到各種不同決策對各種目標之影響，一定可以用 M. E. 來量出。

(三)製做模型：在這階段，我們適當的結合各種目標的 M. E.，而把問題照我們的意見充份代表，這些 M. E. 改稱為目標函數 (Objective function) 與條件 (Constraint)，在這裡，我們不再注意每個 M. E.，而將我們的重點放在全部 M. E. 的組合，而這個組合即是我們所謂的模型 (Model)，模型也就代表我們所要研究的整體 (System)。

(四)尋求最佳決策：尋求一組可控變數值，使我們的模型 (Model) 達到最佳境界。

(五)執行決策與檢討結果，以做比較，現行決策與過去方法之利弊，檢討是否有其他重要因子被遺落，以致成果不顯著，此時必須重新考慮各項目標着手。

在做系統分析時，通常有許多的數學方法 (Methodology) 常被用到，例如數學程序 (Mathematical Programming)，排列理論 (Queing theory)、控制理論 (Control theory) 及存倉控制 (Inventory Control) 等，當然依系統分析時，並非每個問題的解決都需要用到以上或其他複雜的數學方法，以下就是二個簡單的例子。

例一：減少汽車所排出之有毒物質以求降低大氣污染。

說明：美國加州洛杉磯地方，由於地形是一個盆地，汽車所排出的廢氣在大氣中很難散掉，有時會達到很高的程度，研究公共衛生的專家們認為對人體有害。

原先解決方法：(1)研究公共衛生專家決定大氣中

¹ 美國夏威夷大學農工系副教授 ² 臺大農工系講師

有害物質達到何種程度時始有害人體，標準由醫生們決定。

(2)由醫生們設計解決此問題之辦法，其辦法為減少或限制每輛車子排氣中的一氧化碳量。

結果：如圖一所示，當每輛車子一氧化碳含量減少時，其空氣污染量不但沒有減少，反而增加。

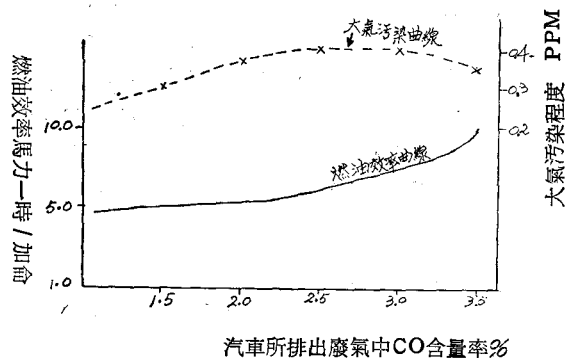


圖 1. 廢氣中CO含量率與燃油效率及大氣污染之關係

檢討：每一輛汽車所排出來的廢氣雖然比以前清潔，但是汽車行駛效率減低更多，然而每部汽車所走的路程與以前並無兩樣，由於汽車行駛效率降低，耗油量增加，因此全部行程所排出的廢氣量反而增加。當初醫生們並沒有考慮這個因子，因此，決策也告無效，換言之，這問題的解決方法錯誤在於最初收集目標資料時，沒有齊全，以致導致決策失敗。

改良方法：

- ①原有目標收集加入工程師參與研究工作。
- ②將衡量標準 (M. E.) 由原來的以每部汽車排廢氣量，改為單位行程的排廢氣量，也就是不但要考慮這些不乾淨的成分，而且要考虑燃料變成機械能的效率高低，由 (圖二) 我們可以看出改良後的衡量 (M. E.) 直接與大氣污染有關，能有效控制 M. E. 即表示大氣污染之降低，由此可見選擇 M. E. 之重要性。

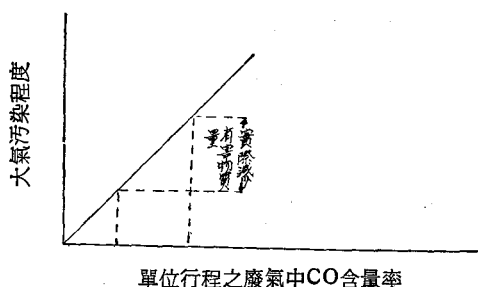


圖 2. 單位行程之廢氣中CO含量與大氣污染之關係

當然解決大氣污染並非只有上述的方法，例如舊金山也有大氣污染的問題，由於美國法律的規定限制，開車及車輛數目不易，則以想辦法增加車子的效率較易施行，同樣的車子如果多載些人，相對的車輛的數目就減少了，在舊金山進城時的高速公路 (High way) 一共有六道，研究交通問題的專家，提出一套辦法，把中間的兩道限制為乘兩人以上的車子方得在上面行駛，開始由於人們還不清楚，效果不太顯著，後來利用車輛大大增加，對整個道路而言，車輛數目是減少許多，大氣污染情形也減少不少。

有很多方法很多問題，如果在開始考慮的時候，能够徵求各方面的意見而不蠻幹，問題就比較容易解決。

例二：如何增加純收益 (Net income)

如果你在美國做事久一點，你會有一些經驗，在每一次發薪水時，上面寫的很多，實際拿到的很少，你會看到美國聯邦稅與地方政府的稅扣了很多，如何增加個人純收益是本問題的重心，根據美國所得稅法，其中有許多的減稅制度 (Deduction)，並且鼓勵投資，投資後的利潤，只需以 50 % 加入總收入中扣稅，而在減稅制度中有一項貸款減稅法，因此本問題分析後，有下列四項重要因子：

1. $\frac{XR}{100}$ ：貸款利息，貸款 X 元時之利息，為一項損失。
2. $\frac{XA}{100}$ ：投資利潤，貸款 X 元轉為投資，所得到的利潤。
3. $\int_0^Y \left(Y - \frac{XR}{100} \right) f(I) dI$ ：貸款後所減少的稅額。
4. $\int_0^{Y - \frac{XR}{100} + \frac{XA}{200}} \left(Y - \frac{XR}{100} \right) f(I) dI$ ：投資後的稅額。

在上式中 $f(I) = (16.25 + 0.00108 I) / 100$

- I：總收入額
- X：貸款額
- R：貸款利率
- A：投資利率
- Y：未貸款前的總收入

綜合上面四項，我們可以獲得利潤公式：

$$BNF = -\frac{XR}{100} + \frac{XA}{100} + \int_0^Y \frac{f(I)dI}{Y - \frac{XR}{100} + \frac{XA}{200}}$$

$$= -\frac{XR}{100} + \frac{XA}{100} + \int_0^Y \frac{f(I)dI}{Y - \frac{XR}{100} + \frac{XA}{200}}$$

在上式中，並不見得省稅，如果你賺的錢愈多，所得稅依然增加，當然純收益是增加了，在積分部份，應該注意的是積分值不得為正值，換言之 $Y - \frac{XR}{100} + \frac{XA}{200}$ 不得小於零，因為聯邦政府並不會賠錢給你，因此我們再將這問題以系統分析方式來寫出，其模型變成

$$\text{MAX } BNF = -\frac{XR}{100} + \frac{XA}{100} + \int_0^Y \frac{f(I)dI}{Y - \frac{XR}{100} + \frac{XA}{200}} \dots\dots\dots(1)$$

or

$$\int_0^Y f(I)dI \quad Y - \frac{XR}{100} + \frac{XA}{200} \geq 0$$

$$\int_0^Y f(I)dI \quad Y - \frac{XR}{100} + \frac{XA}{200} < 0 \dots\dots\dots(2)$$

SUBJECT TO

$$X \geq 0$$

$$R \geq 0$$

$$A \geq 0$$

$$Y - \frac{XR}{100} + \frac{XA}{200} \geq 0$$

當 $Y - \frac{XR}{100} + \frac{XA}{200} < 0$ 時

$$BNF \text{ 應改為 } BNF = -\frac{XR}{100} + \frac{XA}{100}$$

$$+ \int_0^Y f(I)dI$$

模型決策之探討 (Optimization)

由於A值與R值每代進一個數字，Maximum Function 也隨着改變①當 $A > 2R$ 時

$$Y - \frac{XR}{100} + \frac{XA}{200} > 0 \quad \text{②當 } A = 2R \text{ 時}$$

$$\int_0^Y \frac{f(I)dI}{Y - \frac{XR}{100} + \frac{XA}{200}} = 0, \quad \text{③當 } 0 < A < 2R$$

$$\text{時 } Y - \frac{XR}{100} + \frac{XA}{200} < 0$$

$$\text{CASE I. } A > 2R \rightarrow Y - \frac{XR}{100} + \frac{XA}{200} > 0$$

(1)式積分部份存在，我們可以做第一次微分，第二次微分來尋求此目標函數 (Objective Function) 的最高值，此時 X^* 值就是我們所期望的貸款額如(圖三)所示。

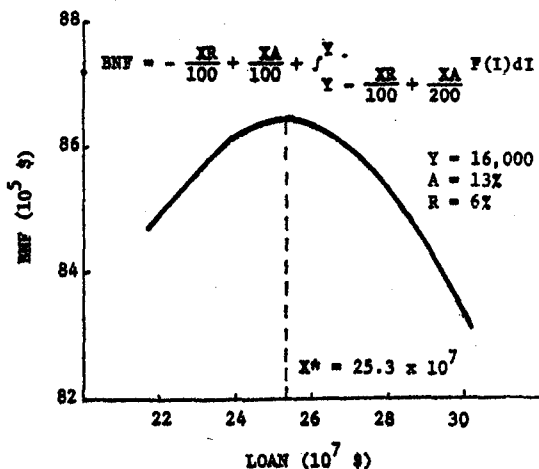


圖 3. Case I ($A/2 - R > 0$) max. BNF at $X = X^*$.

$$\text{CASE II. } A = 2R \rightarrow Y - \frac{XR}{100} + \frac{XA}{200} = Y$$

$$\int_0^Y \frac{f(I)dI}{Y - \frac{XR}{100}} \geq 0$$

$$\text{導致 } BNF = -\frac{XR}{100} + \frac{XA}{100} = \frac{XR}{100}$$

也就是貸款愈多，利潤愈高，如(圖四)。

CASE III. $A < 2R$ 有兩種情形

$$(1) \text{當 } A > R > \frac{A}{2} \quad (A > R) \cap (A < 2R)$$

在圖 5 中，當 $X < X^{**}$ 時，由於

$$Y - \frac{XR}{100} + \frac{XA}{200} \geq 0$$

$$BNF = -\frac{XR}{100} + \frac{XA}{100}$$

$$+ \int_0^Y \frac{f(I)dI}{Y - \frac{XR}{100} + \frac{XA}{200}} \text{ 成立 } X \text{ 當}$$

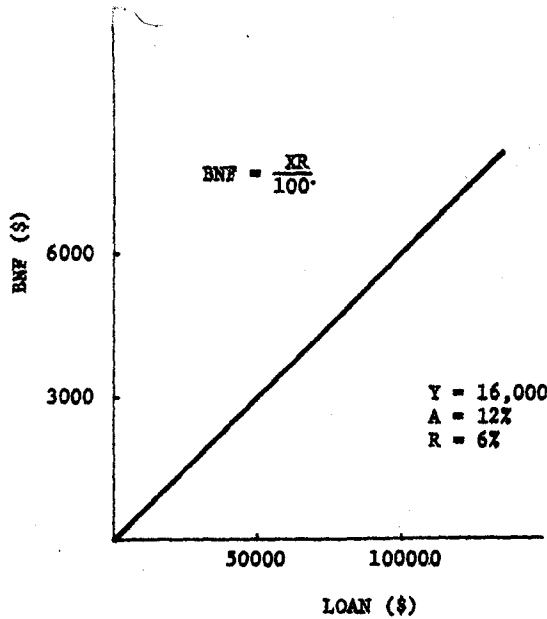


圖 4. Case II ($A/2 - R = 0$) max. BNF at $X =$ maximum amount of money that can be borrowed.

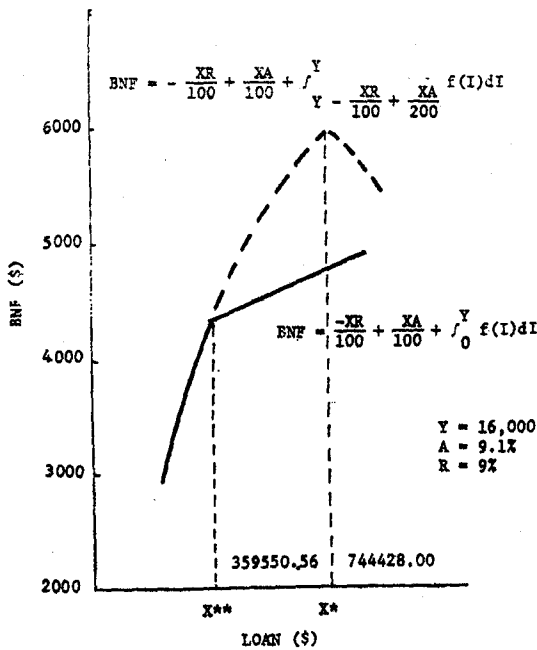


圖 5. Case III-1 ($A > R > A/2$) max. BNF at $X =$ maximum amount of money that can be borrowed.

值增加時，利潤亦隨之增加，當 $X \geq X^{**}$ 時由

$$Y - \frac{XR}{100} + \frac{XA}{200} < 0 \quad \text{Objective Function 變成}$$

$$\text{BNF} = -\frac{XR}{100} + \frac{XA}{100} + \int_0^Y f(I)dI$$

也就是利潤與投資成線性關係，在這種情形下，投資愈大利潤愈高。

(2) 當 $(0 < A \leq R) \cap (X^{**} > X^*)$

從圖 6 可以看出曲線在 X^{**} 方向下，以直線方式下降，因為 X 在 X^{**} 之前，利潤以第一種形式進行，因此貸款最佳在 $X = X^*$ 時。

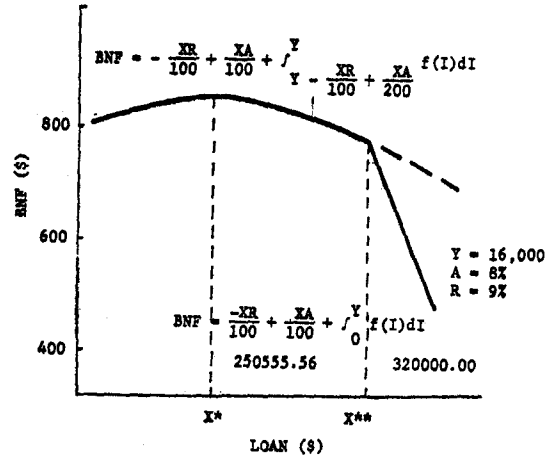


圖 6. Case III-2 ($A \leq R$ and $X^{**} > X^*$) max. BNF at $X = X^*$.

(3) ($A \leq R$) \cap ($X^{**} < X^*$)

圖 7, X 在 X^{**} 之前，利潤並未達到最高點，然而在 X^{**} 之後，馬上下降，因此最高利潤應在 $X = X^{**}$ 時。

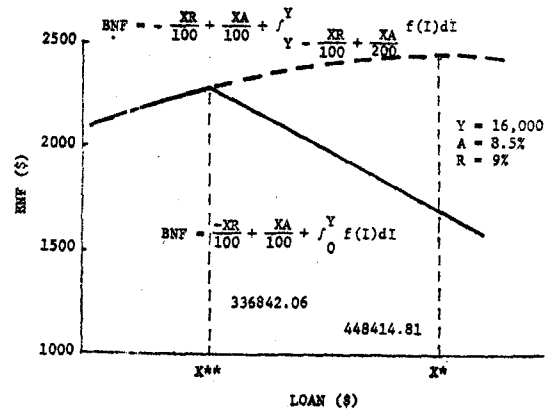


圖 7. Case III-2 ($A \leq R$ and $X^{**} < X^*$) max. BNF at $X = X^{**}$.

由以上各項討論，我們可以看出投資的方式與增加私人純收益的方法。

結 論

系統分析只是一套工具，指導你在解決問題時，如何有秩序的加以分析，不會像一般人輕率的糊裡糊塗的下決定，在整個解決問題的程序上，如何可以一段一段的分析與協調，如果你期望「系統分析」奏效的話，你必須在每一個步驟上非常誠實，非常小心的去做，如此你的決策才算是理想的折衷可行的辦法，另外適當的選擇你解決問題的模型 (Model) 也是成功的另一要訣。