灌溉水流之理論模型—運動水波法之探討

Theorectical Models of Surface Irrigation Studies on Kinematic-Wave Method

董　世　旻

臺大農工系研究生

Abstract

The theorectical analysis of surface irrigation is very complicate, for the flow is unsteady, nonuniform, and on a porous soil field.

Although three different theorectical models have present here, (1) Hydrological approach method (2) Hydraulic approach method (3) Kinematic Wave method. But under certain accuracy, Kinematic wave method is better than the others, and is simpler too.

So, In this paper, The Basic theory was introduced, and applied to the sandy soil field test, but the further research will be required.

一、前　言

古今中外，科學之得以進步，皆係理論與實驗相互激盪之結果，灌溉科學自不例外。

灌溉方法[1]*，計區分爲噴灑灌溉，地下潛灌及地表灌溉等三類：噴灑灌溉因設備費用過高，僅限于少數經濟作物之栽培；地下潛灌法則深受特殊地形之限制，應用亦少；故目前本省之灌溉，仍多以地表灌溉爲主。

由於影響地表灌溉之因子既多且雜[2]，故過去之研究多憑藉田間實驗，歸納整理出一些經驗公式，以估算灌溉方法。以往本省作此類研究者不乏其人，如甘俊二氏[3]推演輪作田之流長公式，葉政秀氏[3]推演輪作田灌溉水深曲線等；然上述公式，往往因時因地之限制，未克考慮全盤之影響因子，更無法推廣應用到一般性之地表灌溉上。

反觀今日之臺灣，由於自然水源開發殆盡，今後如欲經濟利用此等有限且寶貴之資源，配合本省獨特之田區特性，適時適量且有效地引水灌溉，以達到最高之作物產量，勢須由理論上作基本之探討。

故本文先簡介一般灌溉理論之模型，其次探討運動水波法之基本原理。最後並舉例應用于實際試驗資料，俾供今後深入研究探討之參考。

二、一般灌溉理論模型之簡介

有關灌溉水流之理論模型，發表之文獻頗多，今若以其所循之基本理論而異，計可別爲三大類：

㈠水文漸進法 (Hydrological Approach Method) [4][5][6][7]

本法純基于質量不滅原理，並利用水流前進曲線公式，以估算水脈之流長。此法萌芽於1913年之 P. A. Parker 氏，後經霍雨時氏詳細研究， Kiefer 氏加上校正因子，及施嘉昌氏之修改補充，現已有相當進展；其基本公式如下：

$$qt = WL(D_s + D_a) \quad \cdots\cdots(1)$$

q ：灌溉流量

t ：灌溉時間

W：田區寬度

L ：田區長度

D_s：平均滯留地表水深

D_a：平均滲入土壤水深

倘詳細分析 D_s 及 D_a，並作若干假定，則(1)式可變化爲目前埂灌之流長公式：（詳細導演限于篇幅

* 括弧內數字代表參考文獻之號碼。

從略（請參考資料(16)）

$$L=\frac{qt}{W\left(\frac{D_o}{1+b}+\frac{KFt^{n+1}}{(n+1)(n+2)}+\frac{ct}{b+1}\right)}\cdots(2)$$

b：水流前進公式之係數（$x=at^b$）

D_o：灌溉始端水深

F：Kiefer 校正係數

k, n, c：philip 氏入滲率公式之係數（$I=kt_i^n+C$）

本法配合田間之實驗觀測，頗具良好效果，惜其缺點爲無法指出灌溉水流前進剖面之變化情形。

(二)水力漸進法（Hydraulic Approach Method）(8)(9)(10)(11)

本法乃基于質量不滅及動量不滅原理，共同解析地表水流之剖面。係1959年 Loo and Hansen氏，依循流體動力學之途徑而導出；其基本公式如下：

(A) 由質量不滅原理而導出：

$$\frac{\partial y}{\partial t}+v\frac{\partial y}{\partial x}+y\frac{\partial v}{\partial x}=r-i\cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

y：灌溉水深

v：水流速度

r：噴灑強度

i：灌溉水入滲率

(B) 由動量不滅原理所導出：

$$\frac{\partial y}{\partial x}=(s_o-s_f)-\frac{v}{gy}(r-i)-\frac{v}{g}\frac{\partial v}{\partial x}-\frac{1}{g}\frac{\partial v}{\partial t}\cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

(3)、(4)兩式乃是噴灑灌溉之基本理論公式，倘應用於地表灌溉上，只需設噴灑強度 $r=0$，且略加簡化導演卽可求出一般地表灌溉中水流曲線之公式：（其導演從略請參考資料(16)）

$$\frac{\partial y}{\partial x}=\frac{1}{\left[1-\frac{q^2}{gy^3}\right]}\left[s_o-s_f-\frac{2q}{gy^2}\frac{\partial q}{\partial x}-\frac{1}{gy}\frac{\partial q}{\partial t}\right]\cdots\cdots\cdots\cdots(5)$$

s_o：田面坡度

s_f：水力坡度

由(5)式可知本法所解之偏微分方程極爲複雜，往往需藉某些假設條件以簡化之，且須藉電子計算機之助，方得解出，然與實際現象却又不盡相同。倘欲更進一步，作三向度水流分佈之探討，理論可行，卻又限于目前電子計算機容量不够大也。

(三)運動水波法（Kinematic Wave Method）(12)(13)(14)(15)

卽本文所欲探討者，此法係1964年由 Henderson 及 Wooding 氏提出，其假設某一水波運動方程式，配合質量不滅原理，代替水力漸進法中複雜之偏微分方程式，以簡化求解之過程；其詳細推演過程，見下節中所述。本法所得之結果。雖亦爲一近似解，然與實際相比，也不致有太大差異，故尙不失爲三類理論模型中之最佳研究。

三、運動水波法之探討

(一)基本原理之簡介：

在此法中，係視灌溉水深爲甚淺時，吾人可假設水面之坡度平行於田面之坡度，而導出水波運動方程式：

$$q=ky^N\cdots\cdots\cdots\cdots(6)$$

式(6)中當水流是線性時（Laminar flow）：

$K=g\,S_o/3v$，且 $N=3$

當水流是亂流時（Turbulent flow）：

$K=CS_o^{1/2}$，且 $N=\frac{3}{2}$

S_o：田面坡度

v：粘滯係數

C：chezy 氏係數

此時(6)式再配合質量不滅定律(7)式，卽可求解。

$$\frac{\partial y}{\partial t}+\frac{\partial q}{\partial x}=-i\cdots\cdots\cdots\cdots(7)$$

在(6)式中，顯示 N, K 值之變化，隨著水流之特性而異，其值可由理論或水力試驗而得證；本文僅推演此理論於附錄(一)中。

(二)簡化基本方程式：

(A) 化爲全微分方程式：

微分式(6)，得 $\frac{\partial q}{\partial x}=\frac{\partial q}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial x}=KNy^{N-1}\frac{\partial y}{\partial x}$

代入式(7)中：$\frac{\partial y}{\partial t}+KNy^{N-1}\frac{\partial y}{\partial x}=-i$

令 $\frac{dx}{dt}=KNy^{N-1}\cdots\cdots\cdots\cdots(8)$

則 $\frac{\partial y}{\partial t}+\frac{dx}{dt}\frac{\partial y}{\partial x}=\frac{dy}{dt}=-i\cdots\cdots\cdots\cdots(9)$

依照 Characteristics 理論，聯解式(8)及式(9)，卽相當於解式(6)及式(7)，故此時吾人已由偏微分方程式簡化爲求解全微分方程式矣。

(B) 求近似值解：

其次吾人再利用定差分法（Finite Difference

Method）作近似值之求解：

倘採用一般土壤入滲率之表示法，即 Lewis-Kostiakov Type, $i=a\ (\Delta t)^b$

則吾人可改寫(9)式爲：$\dfrac{\Delta y}{\Delta t}=-a(\Delta t)^b$

或 $y_{J+1}=y_J-a(\Delta t)^{b+1}$ ………………… (10)

利用(10)式，可逐點求出水深值 y 之變化。

同理(8)式可改寫爲：

$\Delta x_{J+1}=KNy_J^{N-1}\Delta t$ ………………… (11)

利用(11)式可算出灌漑水流前進之變化。

因此聯合應用式(10)及(11)，且由電子計算機之助，當可求出連續各點之水深變化 (y) 及水脈前進 (Δx)，從而描繪出灌漑水流之斷面變化圖。

(三)選用適當數據：

(A) Chezy's C 值之選定：

由 Hendson 著明渠水流書中，圖 4-3 (Modified moody diagram showing the Behavior of the chezy's C) 顯示當

$Re=\dfrac{4VR}{\upsilon}>10^6$ 時　C 值近似常數 (60～110)

因灌漑水流多爲亂流，$Re>10^5$，故由上述之常數範圍，取 C＝80

(B) 試驗資料之選定：

57年10月23日，本系在新竹崎頂沙丘地之埂灌試驗資料：

田面坡度　$S_o=\dfrac{1}{300}$

入滲水深　$D=1.39\ t^{0.71}$

(C) N, K 值之判定：

設灌漑水流爲亂流，則

$N=3/2=1.5$

$K=CS_o^{1/2}=80\left(\dfrac{1}{300}\right)^{1/2}=4.6188\approx4.62$

$a=1.39$

$b+1=0.71$

(四)電子計算機估算：

(A) 程式之安排：

利用前述式(10)及式(11)爲基礎，寫出 FORTRAN Ⅳ語言程式，如附錄(二)中所示，此時只須變化不同之最初水深 y，或變化不同之時間 Δt，即可探討灌漑水流曲線之各點變化值。

(B) 數據之安排：

取時間固定，變化最初水深 y，共 5 組；即：

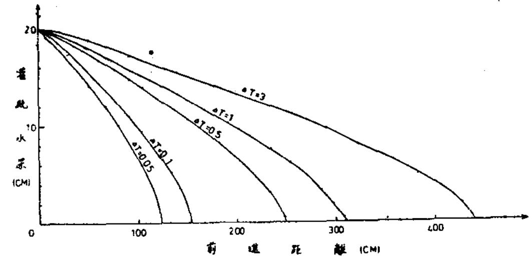
Δt＝1分鐘，y＝30cm, 25cm, 20cm, 15cm, 10cm.

取最初水深固定，變化時間，共 6 組；即：

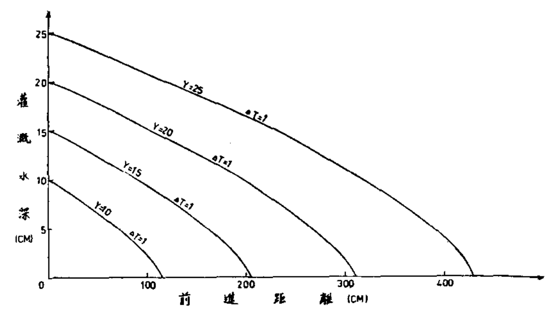
y＝20cm，Δt＝6, 3, 1, 0.5, 0.1, 0.05 分鐘

(C) 計算之結果：

利用本校 CDC 3150 之計算機，約費 0.40分鐘，即可求出各點數值之變化，此時分別描繪如圖一，圖二，即可顯示灌漑水流之變化曲線。



圖一：不同之 ΔT 時灌漑水流之剖面變化



圖二：不同之水深時灌漑水流之剖面變化

四、結　　論

關于地表灌漑水流之理論分析，實極爲複雜；過去施嘉昌氏[6]亦曾由水文漸進法原理探討，惜其缺點爲無法指出灌漑水脈前進至各點時之水位與時間之變化。至於水力漸進法則受限于解方程式過于麻煩。故本文特採用運動水波法之原理，既可簡化水力漸進法之困難，又可補足水文漸進法之缺點，嘗試由灌漑試驗資料，且藉電子計算機之助，逐漸配合實際理論，以探討灌漑水流曲線之變化情形。本文僅限于初步之探討，對于試驗與理論相互配合得更完美，猶待先進們作更深入之研究。

五、誌　　謝

本文萌芽，係由劉師佳明之鼓勵、嘗試由數理模型來探討灌漑之水流，後又作爲客座教授劉亨立博士所指導高等流體力學之研習報告，文中試驗資料承林俊男學長之提供，文成之後蒙施嘉昌教授詳爲批閱，謹此專致謝意。

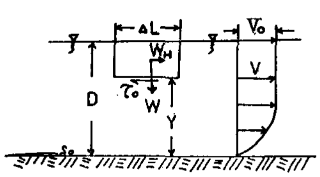
六、參 考 資 料

1. 施嘉昌　地表灌漑講義 (1971)
2. 葉政秀　輪作田地表灌漑之水理研究　農工學報 (1971)
3. 吳純宏　臺灣輪作田埂間灌漑斷水點之研究　農工學報 (1969)
4. Israelsen Irrigation principales and practices (1962)
5. 霍雨時　地面灌漑法之原理及設計公式　臺灣水利 (1959)
6. 施嘉昌　地面灌漑試驗之探討　農工學報 (1967)
7. Y. S. Fok, A. A. Bishop, C. C. shih: The Effect of Intake Eqs. on the Development of the water advance Eq. for Surface Irrigation (1970)
8. 劉佳明　渠流基本方程式與若干公式　農工學報 (1969)
9. 顏本琦　一元化開渠流公式之研討　水利 (1971)
10. V. E. Hansen and C. L. Chen Theory and Characteristics of overland flow (1966)
11. V. T. Chow　Open-channel Hydraulics (1959)
12. F. M. Henderson　Open-channel flow (1966)
13. C. L. Chen　Mathematical Hydranlics of Surface Irrigation (1966)
14. Dailey-harleman　Fluid-dynamics (1965)
15. Eagleson　Dynamic Hydrology (1970)
16. 董世旻　地表灌漑數字模型之探討水利 (1972)

七、附　　錄

(一) N. K 值之理論推求：

(A) 線性流：



圖三：線性水流示意圖。

$$W=\rho gb\ \Delta L\ (D-y)$$

$$W_H=\rho gb\ \Delta L\ (D-y)\ S_o=\tau=\tau_o\cdot b\cdot\Delta L$$

$$\therefore\ \tau_o=\rho g\ S_o\ (D-y)=\mu\frac{dv}{dy}$$

$$V=\frac{\rho g\ S_o}{\mu}(Dy-\frac{y^2}{2})=\frac{g\ S_o}{\nu}(Dy-\frac{y^2}{2})$$

$$q=\int_0^D vdy=\frac{g\ S_o}{\nu}\left[\frac{Dy^2}{2}-\frac{y^3}{6}\right]_0^D=\frac{g}{3\nu}S_oD^3$$

$$\therefore\ N=3,\qquad K=\frac{g\ S_o}{3\nu}$$

(B) 亂流：

$$V=\frac{1.486}{n}R^{2/3}S_o^{1/2}$$

$$且\ C=\frac{1.486}{n}D^{1/6}$$

$$故\ q=\left(\frac{1.486}{n}S_o^{1/2}\right)D^{5/3}=CS_o^{1/2}D^{3/2}$$

$$\therefore\ N=\frac{3}{2},\qquad K=CS_o^{1/2}$$

(二) 電子計算機程式：

```
   31/32/3300 FORTRAN (3.1)/MSOS 08/15/72
   PROGRAM  KINEWA
   WRITE (61,24)
24 FORMAT (8X, 2HYO, 2X, 4HDELT)
   BK=4.62
   AN=1.50
   A=1.39
   B=0.71
34 READ (60,10) Y,DELT
10 FORMAT (6X, 2F5.2)
   IF (EOFCKF (60). EQ.1) STOP
   WRITE (61, 10) Y, DELT
   WRITE (61, 20)
20 FORMAT (8X, 1HJ, 7X, 4HTIME, 13X,
   1HX, 18X, 1HY)
   TIME=0.
   XJ=0.
   DO 30 I=1, 1000
   YJ=Y
   DELX=BK*AN*YJ**(AN-1.)*DELT
   XJ=XJ+DELX
   YJ=YJ-A*DELT**B
   TIME=TIME+DELT
   IF (YJ) 34, 33, 33
33 IF (XJ-5500.) 31, 31, 34
31 X=XJ
   Y=YJ
   T=TIME
   WRITE (61, 22) I, T, X, Y
22 FORMAT (6X, I4, F10.3, F15.6, F15.6)
30 CONTINUE
   GO TO 34
   STOP
   END
```