

梯形量水槽

Trapezoidal Measuring Flume

農復會助理工程師

吳純宏

Shun-hung Wu

一、前言

灌溉水之有效利用有賴於精確的量水，在灌溉上，要知道土壤—水分—作物之相互關係，非有量水設備不可。

量水計算單位可分體積與流率兩種，一般以流率為主。量水設備的種類很多，一般有管路用的文德利水表(Venturi meter)，水路或水管用的孔口(Orifice)，在灌溉渠道中，通常使用量水堰(Weir)及巴歇爾量水槽(Parshall flume)或流速計(Current meter)。量水堰在量水時必須具有落差，其水頭損失，在平坦的廣大平原往往等於3~5公里水路之損失水頭，甚為可惜；又堰前逐漸淤積，致使量水準確性漸低。巴歇爾量水槽主要缺點是槽底非水平，施工建造不易，潛流度愈大精度愈差。這裡介紹的梯形量水槽，是Robinson和Chamberlain兩氏發展的，其與巴歇爾量水槽很相似，不同的是水槽斷面由矩形變成梯形，槽底成水平。

在地形平坦之廣大農業地域，水頭非常的珍貴，若利用潛流式梯形量水槽(Submerged trapezoidal measuring flume)，則更理想，更具利用價值。潛流式量水槽是一種梯形斷面之量水槽，喉道部之水深大於臨界水流，通過量水槽之水流為次臨界水流，水頭損失很小。

梯形量水槽之優點為：

- (1) 上游接近段之渠道條件變化對水頭—流量曲線之影響甚小。
- (2) 上游接近段之渠道淤積，水頭—流量曲線之改變不顯著。
- (3) 同一流量，其上游水頭小於巴歇爾量水槽，渠堤之安全影響甚小。
- (4) 自由度範圍比巴歇爾量水槽廣，潛流度大時精度亦高。
- (5) 量水槽斷面為梯形，更接近於渠道斷面形狀。
- (6) 槽底水平，施工建造簡易。

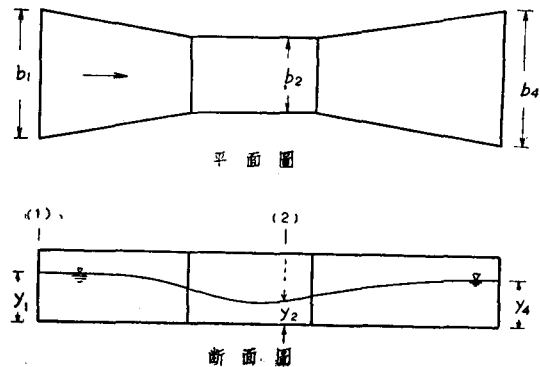
二、梯形量水槽之原理

潛流式梯形量水槽之理論流量公式，可由平底矩形量水槽導出。如圖一—矩形量水槽在斷面1與2之間的動量公式以下式表之：

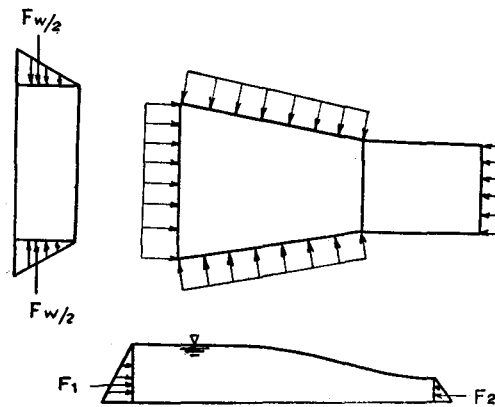
$$F_1 - F_2 - F_{wx} - F_f = Q_t \rho (\beta_2 V_2 - \beta_1 V_1) \dots (1)$$

式中

F_1 、 F_2 ：斷面1、2之水壓力。



圖一 平底矩形量水槽概圖



圖二 平底矩形量水槽斷面1,2間之作用力

F_{wx} ：槽壁作用於水流在流向之分力。

F_f ：断面 1 與 2 間之摩擦阻力。

Q_t ：理論流量。

ρ ：水之密度。

β_1, β_2 ：断面 1、2 之動量係數。

V_1, V_2 ：断面 1、2 之平均流速。

假設流速分佈均勻，短距離間之摩擦阻力不考慮，則 (1) 式變為

$$F_1 - F_2 - F_{wx} = Q_t \rho (V_2 - V_1) \dots \dots \dots (2)$$

而

$$F_1 = \gamma b_1 y_1^2 / 2 \dots \dots \dots (3)$$

$$F_2 = \gamma b_2 y_2^2 / 2 \dots \dots \dots (4)$$

式中

γ ：水之比重。

b_1, b_2 ：断面 1、2 之寬度。

y_1, y_2 ：断面 1、2 之水深。

槽壁作用於水流在流向之分力發生於入口段，設入口段之平均水深為 y_1 ，則

$$F_{wx} = \gamma (b_1 - b_2) y_1^2 / 2 \dots \dots \dots (5)$$

動量公式變為

$$\frac{\gamma b_1 y_1^2}{2} - \frac{\gamma b_2 y_2^2}{2} - \frac{\gamma y_1^2 (b_1 - b_2)}{2} = \frac{Q_t \gamma (V_2 - V_1)}{g} \dots \dots \dots (6)$$

由連續公式， $Q = AV$ ，則

$$Q = b_1 y_1 V_1 = b_2 y_2 V_2 \dots \dots \dots (7)$$

(7) 式代入 (6) 式得理論流量

$$Q_t = \frac{(g/2)^{1/2} b_2 (y_1 - y_2)^{1/2}}{\sqrt{\frac{(1 - b_1 y_2 / b_1 y_1) b_2}{b_2 y_2 (y_1 + y_2)}}} \dots \dots \dots (8)$$

令 $B = b_2 / b_1$ ， $S = y_2 / y_1$

(8) 式乘 $\frac{y_1 - y_2}{y_1 - y_2}$ ，則

$$Q_t = \frac{(g/2)^{1/2} b_2 (y_1 - y_2)^{3/2}}{\sqrt{\frac{(1 - BS)(y_1 - y_2)^2 y_2^2}{y_2 (y_1 + y_2) y_1^2}}} \dots \dots \dots (9)$$

$$\text{即 } Q_t = \frac{(g/2)^{1/2} b_2 (y_1 - y_2)^{3/2}}{\sqrt{\frac{(1 - BS)(1 - S)^2}{S(1 + S)}}} \dots \dots \dots (10)$$

一定形狀之量水槽， b_2 和 B 為定值，則流量為 $(y_1 - y_2)^{3/2}$ 與 S 之函數，又若潛流程度保持一定，則流量只是 $(y_1 - y_2)^{3/2}$ 之函數。 Q 與 $y_1 - y_2$ 之關

係在對數方格紙上為一束斜率 $3/2$ 之平行直線。但經模型試驗發現，因受量水槽幾何界面一包括入口段收縮度、出口段擴張度、材料糙率、喉道長度等之影響，其斜率並非定值 $3/2$ 。

平底梯形量水槽如圖三所示，(10) 式只能適用於當梯形水槽底非常寬、水深很淺之情形。因此潛流式梯形量水槽之理論公式以下式表之。

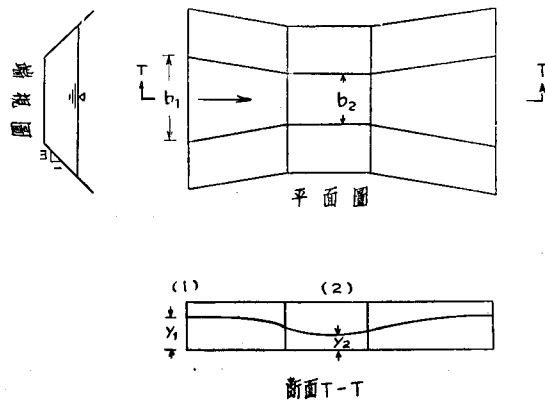
$$Q_t = f[(y_1 - y_2)^{3/2}, b_2, B, S] \dots \dots \dots (11)$$

若喉道底寬， b_2 為零，則 V-形潛流式理論流量公式為。

$$Q_t = f[(y_1 - y_2)^{5/2}, m b_1 / y_1, B, S] \dots \dots \dots (12)$$

式中 m 為邊坡。

由比知，任何尺寸之梯形量水槽流量公式之理論指數值應介於 $3/2$ 與 $5/2$ 之間，然試驗之實際值往往比理論值大。



圖三 平底梯形量水槽

三、梯形量水槽流量量測之應用圖表

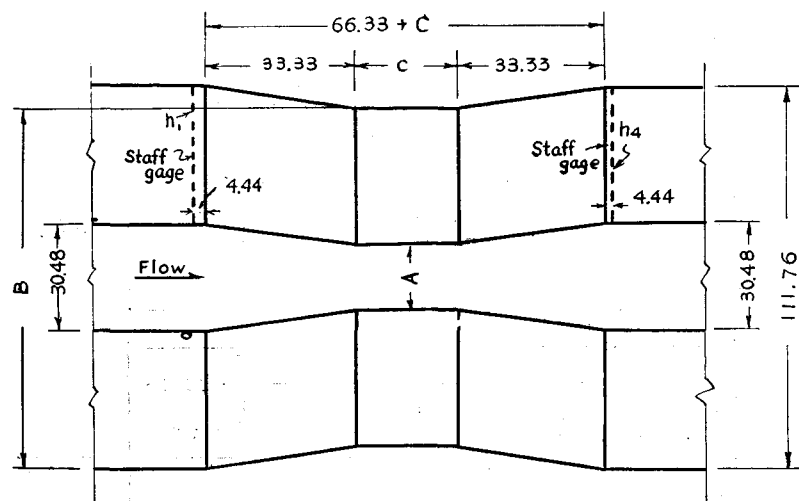
理論上，任何尺寸梯形量水槽之流量公式可用 (11)、(12) 式之函數式表示之，但只能定性而不能定量，必須經過率定 (Calibration or Rating) 才能確定不同大小梯形量水槽，水頭一流量之關係，不同潛流度之流量。

根據 Clyde 氏等之試驗研究，梯形量水槽潛流時包括之變數以下式表之

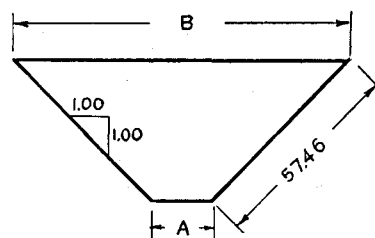
$$V = f(g, y_1, y_2, y_4) \dots \dots \dots (13)$$

在喉道段之傅勞指數 (Froude number) 為

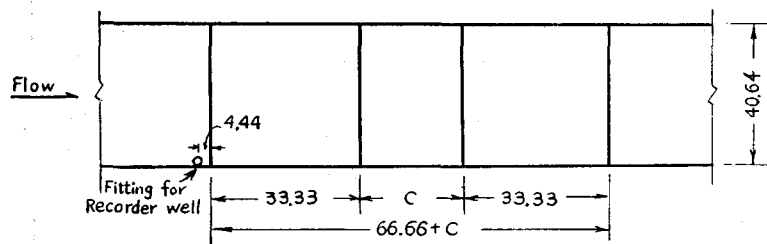
$$N_F = \frac{V}{\sqrt{g y_2}} \dots \dots \dots (14)$$



PLAN

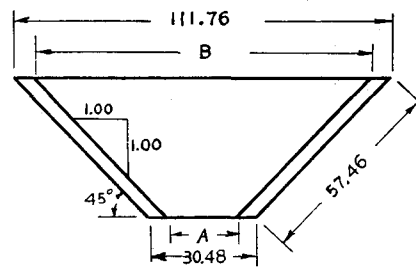


THROAT SECTION



PROFILE

單位：公分

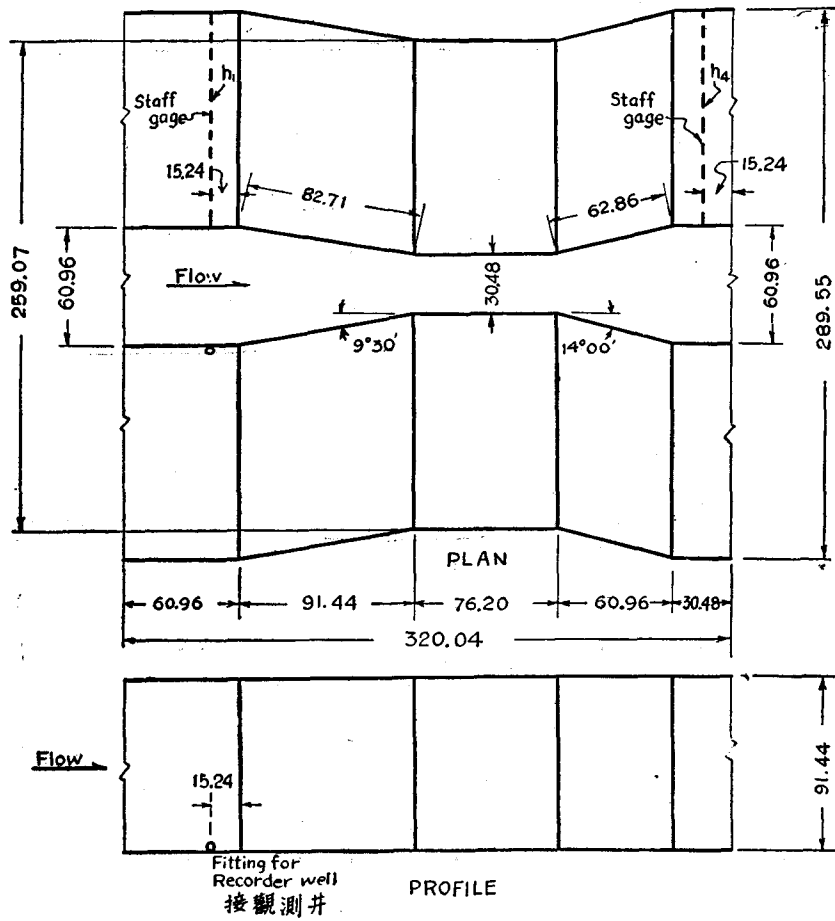


END VIEW

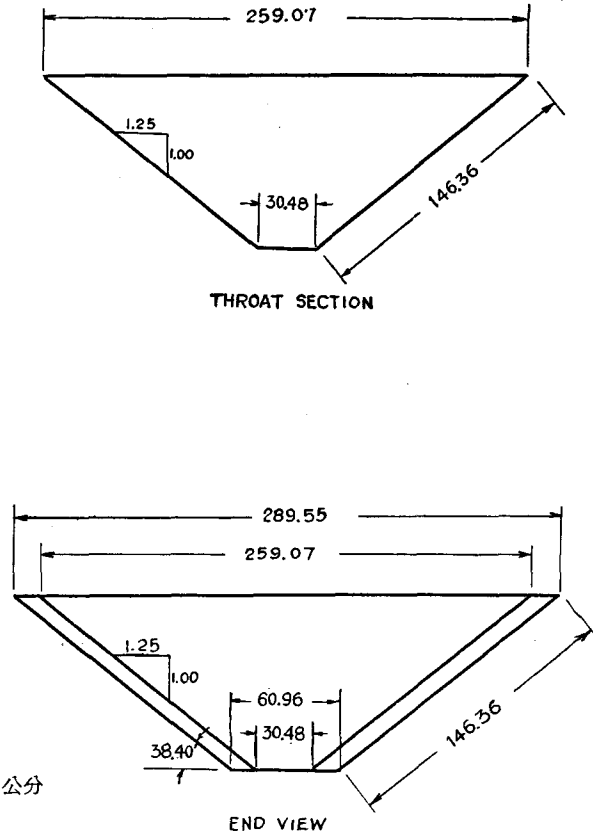
Trapezoidal Flumes For 1-Foot Lined Channels (Flumes No. 1, 1a, 1b)

Flume No	A	B	C
1	12.22	93.50	30.48
1a	18.26	99.53	"
1b	"	"	55.88

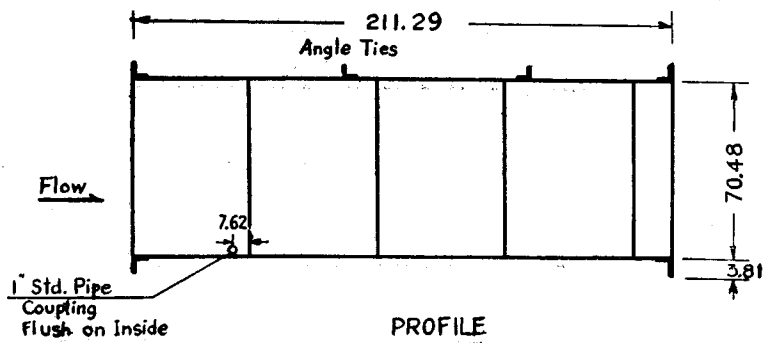
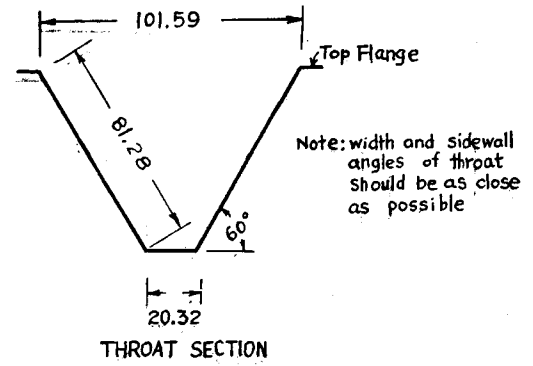
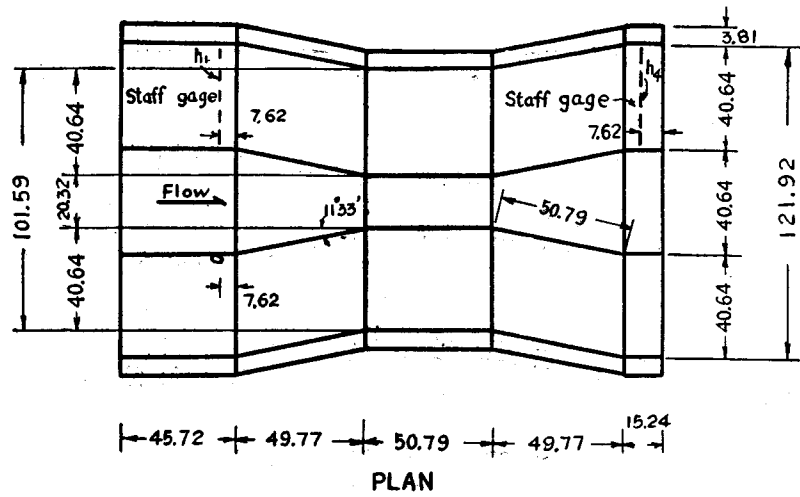
圖四 F₁、F_{1a}、F_{1b} 型梯形量水槽尺寸



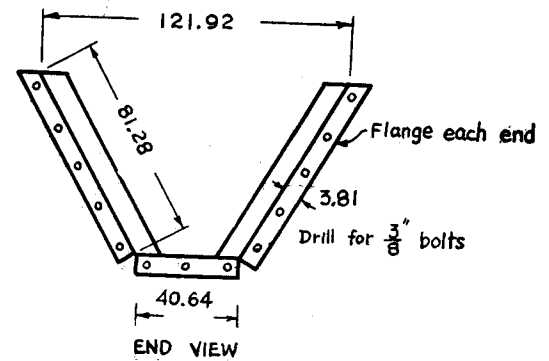
單位：公分



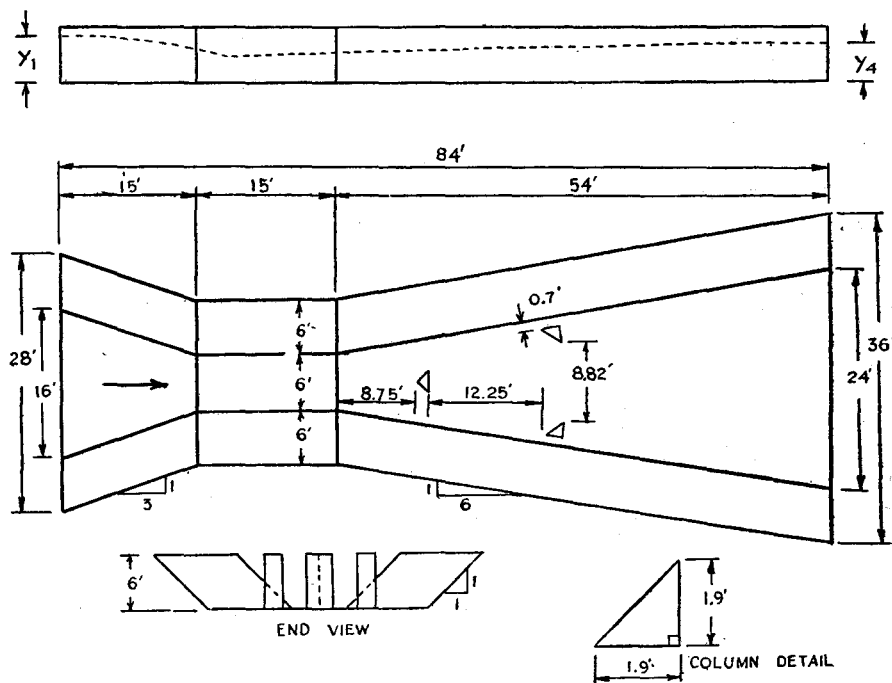
圖五 F₂ 型梯形量水槽尺寸



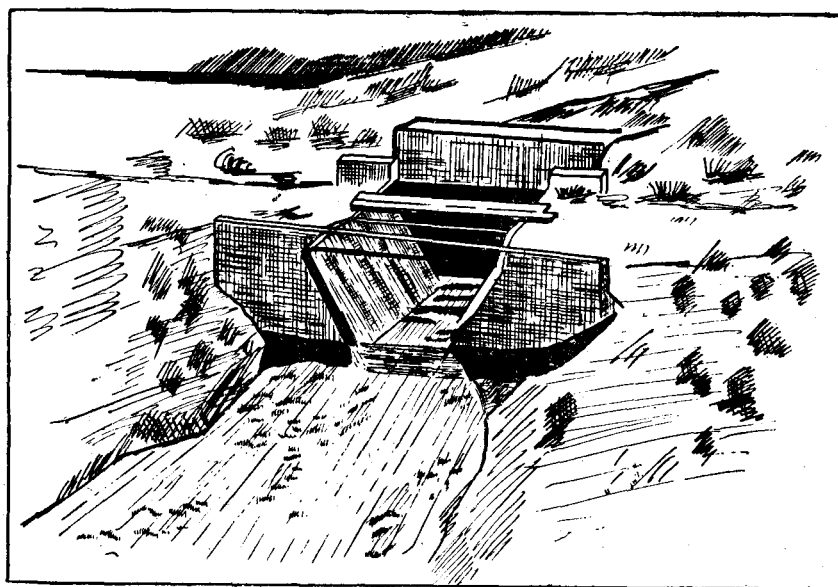
單位：公分



圖六 F₂ 型梯形量水槽尺寸



圖七 F₈ 梯形平底量水槽尺寸



圖八 F₈ 梯形量水槽裝置實況

又令

$$\pi_1 = \frac{y_4}{y_1} \dots\dots\dots(15)$$

$$\pi_2 = \frac{y_1 - y_4}{y_2} \dots\dots\dots(16)$$

式中

N_F : 佛勞指數

π_1 : 相對水深

π_2 : 能量損失變數

y_4 : 出口段水深

試驗 6 ft 大型梯形量水槽，觀測 Q 與 y_1, y_2, y_4 ，得下列之關係式

$$\frac{y_4}{y_1} = \frac{a}{10^{m(y_1 - y_4)/y_2}} \dots\dots\dots(17)$$

$$\frac{y_1 - y_4}{y_2} = C \cdot N_F^n \dots\dots\dots(18)$$

$$C_1 = y_2 N_F^s \dots\dots\dots(19)$$

及 $Q = C_2 C_1^r \dots\dots\dots(20)$

由 (19)、(20) 消去 C_1 得

$$Q = C_2 y_2^r N_F^{sr} \dots\dots\dots(21)$$

由 (18)、(21) 得 Q 與 y_1, y_2, y_4 之關係為

$$Q = \frac{C_2}{C^{sr/d}} \cdot y_2^r \left(1 - \frac{S}{d}\right) \cdot (y_1 - y_4)^{sr/d}$$

$$= C_3 \cdot y_2^p \cdot (y_1 - y_4)^t \dots\dots\dots(22)$$

由 (17)、(22) 消去 y_2 ，得

$$Q = \frac{C_3 \cdot m^p \cdot (y_1 - y_4)^{p+t}}{\left(-\log \frac{y_4}{y_1} + \log a\right)^p}$$

$$= \frac{C_4 \cdot (y_1 - y_4)^\beta}{\left(-\log \frac{y_4}{y_1} + \log a\right)^p} \dots\dots\dots(23)$$

大型梯形量水槽之流量公式一般像上式之複雜指數式，至於小型梯形量水槽 (1ft、2ft)，其流量公式經率定一般形式為

$$Q = ah_1^a + bh_1^\beta + ch_1^r \dots\dots\dots(24)$$

式中 $h_1 = \sqrt{2} y_1$

(23)、(24)式皆為複雜之指數式，野外計算繁複又不便，以觀測 y_1 、 y_4 值應用下列圖表直接查用較為簡便。

圖四至圖七為各種梯形量水槽之各部尺寸構築圖表一至表四、圖九至圖十三為各型梯形量水槽之水頭

一流量圖表及潛流流量校正值。

實例：面積50公頃的小區一塊，小給水路渠首埋設 F2 型梯形量水槽一座，上游水尺讀數 $h_1 = 50\text{cm}$ ，下游水尺讀數 $h_4 = 40\text{cm}$ ，求其流量。

由表三， $h_1 = 50\text{cm}$ 查得 $Q_0 = 0.5273\text{c.m.s}$ ；又 $\frac{h_4}{h_1} = \frac{40}{50} = 0.8 = 80\%$ ，由圖十二查得 $\frac{Q}{Q_0} = 0.97$ ，故 $Q = 0.5273 \times 0.97 = 0.5115\text{c.m.s}$ 。

梯形量水槽雖有上述之好處，然亦有如下之缺點。

(1)水頭一流量關係複雜，不若矩形量水槽容易表示。

(2)水頭稍微變動，則流量改變很大，靈敏度不若矩形量水槽高，然梯形量水槽之水尺安裝在槽壁斜面上，水頭微小變動，亦容易讀出。

表一 F1 型梯形水槽流量表

h_1 (cm), Q (c.m.s)

h_1	Q	h_1	Q	h_1	Q
		16	0.0270	31	0.1148
		17	0.0306	32	0.1235
3	0.0013	18	0.0345	33	0.1328
4	0.0021	19	0.0386	34	0.1424
5	0.0031	20	0.0431	35	0.1524
		21	0.0480	36	0.1629
6	0.0041	22	0.0531	37	0.1738
7	0.0055	23	0.0580	38	0.1851
8	0.0069	24	0.0643	39	0.1969
9	0.0087	25	0.0705	40	0.2093
10	0.0105				
		26	0.0770	41	0.2219
11	0.0127	27	0.0837	42	0.2353
12	0.0151	28	0.0910	43	0.2490
13	0.0176	29	0.0985	44	0.2632
14	0.0205	30	0.1066	45	0.2780
15	0.0236				

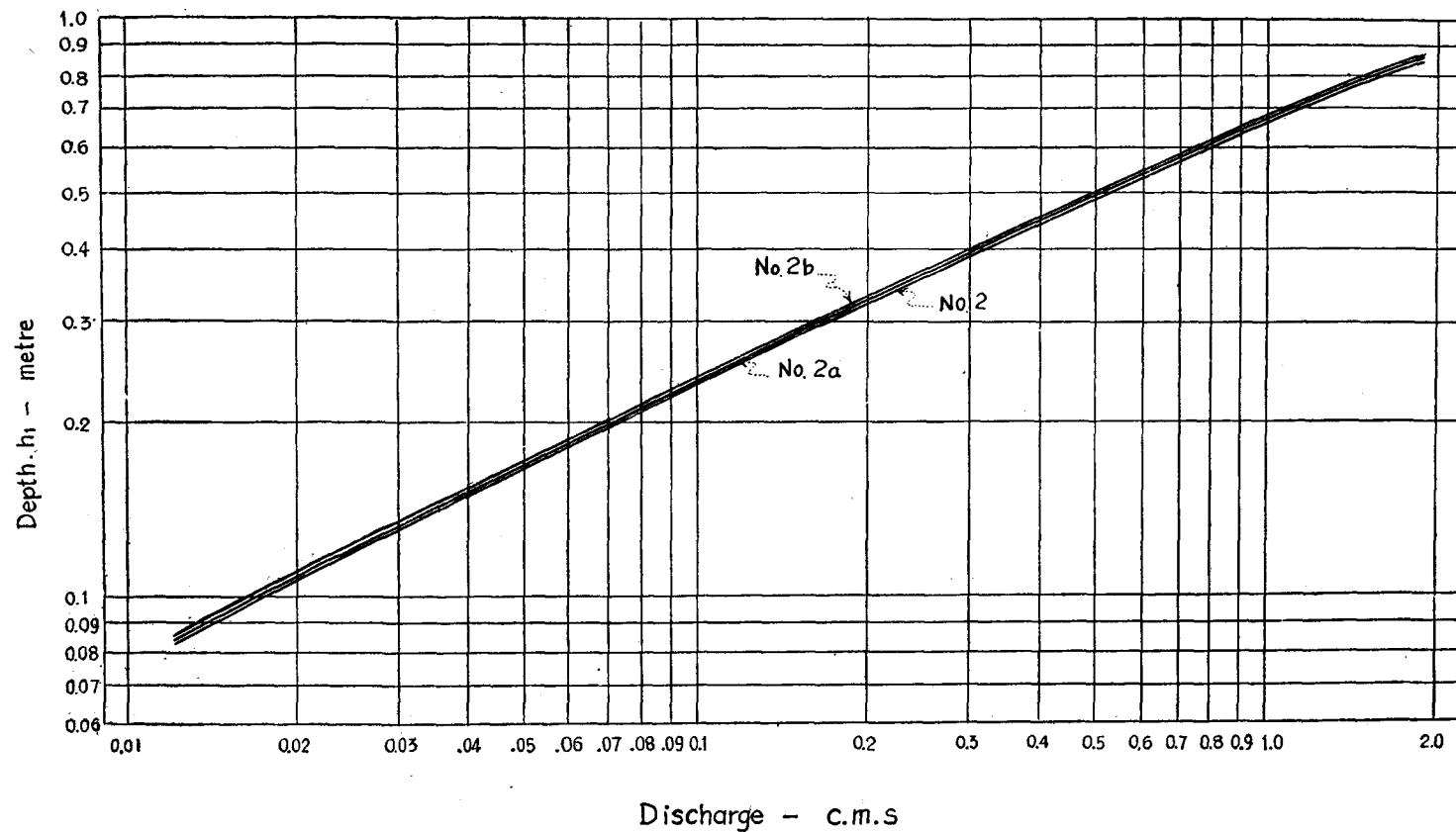
$$Q = 0.0242h_1 + 0.671h_1^2 + 1.440h_1^3$$

表二 F1a 型梯形水槽流量表

h_1 (cm), Q (c.m.s)

h_1	Q	h_1	Q	h_1	Q
6	0.0059	16	0.0350	26	0.0965
7	0.0077	17	0.0395	27	0.1047
8	0.0096	18	0.0444	28	0.1135
9	0.0118	19	0.0496	29	0.1227
10	0.0143	20	0.0552	30	0.1323
		21	0.0611	31	0.1423
11	0.0170	22	0.0673	32	0.1529
12	0.0201	23	0.0733	33	0.1639
13	0.0234	24	0.0811		
14	0.0269	25	0.0887		
15	0.0308				

$$Q = 0.0427h_1 + 0.844h_1^2 + 1.610h_1^3$$



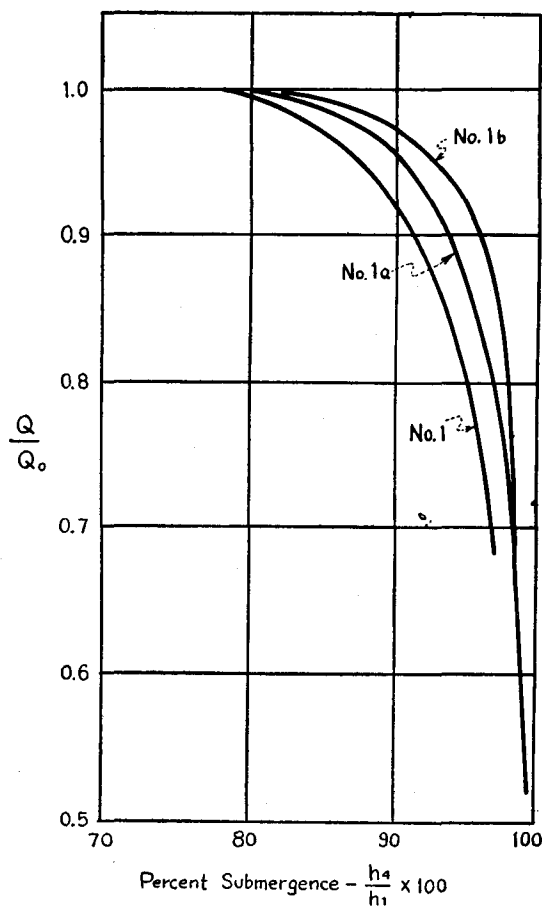
圖九 F_2 、 F_{2a} 、 F_{2b} 梯形量水槽流量曲線

表三 F2 型梯形水槽流量表

h_1 (cm), Q (c.m.s)

h_1	Q	h_1	Q	h_1	Q	h_1	Q
		25	0.1250	51	0.5512	76	1.3818
		27	0.1354	52	0.5763	77	1.4245
		28	0.1460	53	0.6018	78	1.4680
		29	0.1569	54	0.6280	79	1.5124
		30	0.1699	55	0.6546	80	1.5575
		31	0.1824	56	0.6823	81	1.6036
		32	0.1956	57	0.7106	82	1.6503
		33	0.2091	58	0.7394	83	1.6978
9	0.0149	34	0.2231	59	0.7690	84	1.7463
10	0.0183	35	0.2378	60	0.7994		
11	0.0218	36	0.2530	61	0.8301		
12	0.0259	37	0.2685	62	0.8619		
13	0.0302	38	0.2850	63	0.8941		
14	0.0349	39	0.3020	64	0.9273		
15	0.0401	40	0.3193	65	0.9610		
16	0.0456	41	0.3374	66	0.9956		
17	0.0916	42	0.3560	67	1.0307		
18	0.0579	43	0.3752	68	1.0668		
19	0.0649	44	0.3950	69	1.1036		
20	0.0720	45	0.4155	70	1.1411		
21	0.0797	46	0.4366	71	1.1793		
22	0.0878	47	0.4582	72	1.2182		
23	0.0965	48	0.4805	73	1.2578		
24	0.1054	49	0.5037	74	1.2982		
25	0.1151	50	0.5273	75	1.3395		

$$Q = 2.286h_1^{2.5} + 0.348h_1^{1.8}$$



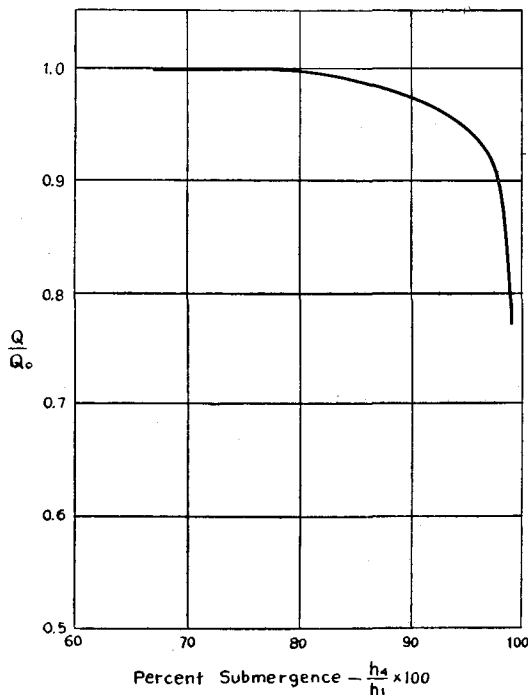
圖十 F_1 、 F_{1a} 、 F_{1b} 梯形量水槽潛流流量校正值

表四 F3 梯形水槽流量表

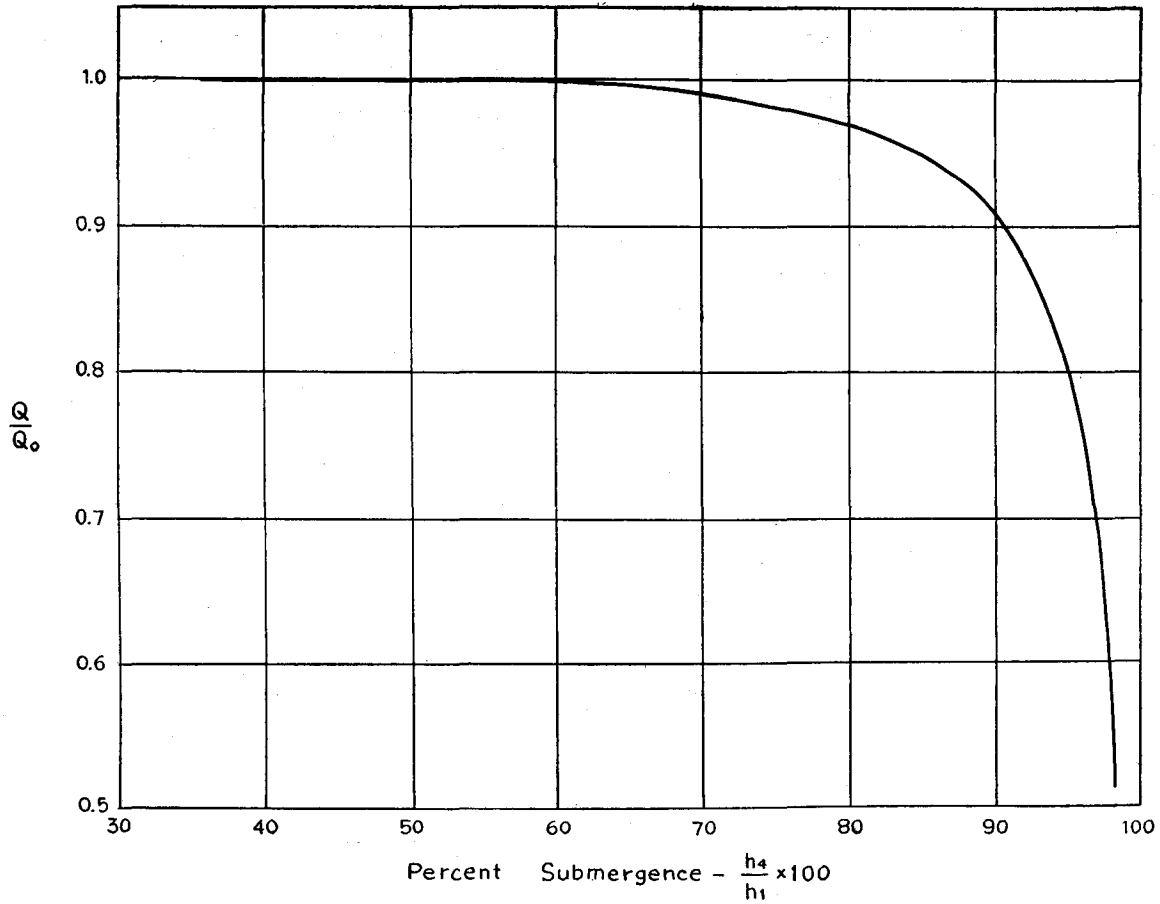
h_1 (cm), Q (c.m.s)

h_1	Q	h_1	Q	h_1	Q	h_1	Q
		21	0.0519	41	0.1838	61	0.4106
		22	0.0564	42	0.1928	62	0.4246
		23	0.0613	43	0.2020	63	0.4389
		24	0.0662	44	0.2114	64	0.4536
		25	0.0714	45	0.2211	65	0.4685
6	0.0061	26	0.0769	46	0.2311	66	0.4837
7	0.0077	27	0.0825	47	0.2412	67	0.4991
8	0.0099	28	0.0883	48	0.2517		
9	0.0119	29	0.0943	49	0.2624		
10	0.0143	30	0.1005	50	0.2733		
11	0.0167	31	0.1070	51	0.2844		
12	0.0194	32	0.1137	52	0.2960		
13	0.0223	33	0.1205	53	0.3067		
14	0.0253	34	0.1277	54	0.3195		
15	0.0285	35	0.1350	55	0.3317		
16	0.0319	36	0.1427	56	0.3442		
17	0.0355	37	0.1504	57	0.3569		
18	0.0393	38	0.1584	58	0.3699		
19	0.0433	39	0.1667	59	0.3833		
20	0.0475	40	0.1752	60	0.3968		

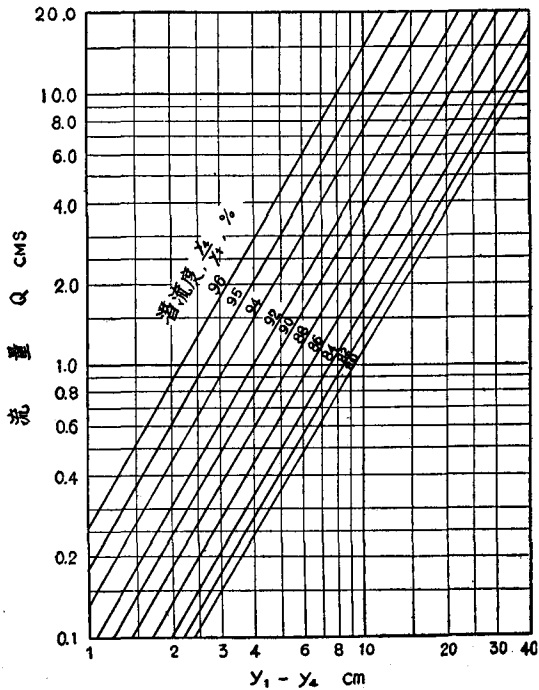
$$Q = 0.8061h_1^{2.5} + 0.3700h_1^{1.5}$$



圖十一 F_3 梯形量水槽潛流流量校正值



圖十二 F₂ 梯形量水槽潛流流量校正值



圖十三 F₂ 梯形量水槽潛流流量

參 考 文 獻

1. Clyde, C.G., G.V. Skogerboe and M.L. Hyatt
Submerged Trapezoidal Measuring Flumes
Transactions of the ASAE, 1966
2. Utah Water Research Laboratory, Utah
State University
Design and Calibration of Submerged Open
Channel Flow Measurement Structures
3. Israelsen, Orson W. and Vaughn E. Hansen
Irrigation Principles and Practices