

# 明渠中轉動螺槳模型試驗與水力特性之分析

## The Analysis of Model Tests and Hydraulic Characteristics of a Rotating Propeller in an Open Channel

臺灣大學農工系講師

王如意

### 一、緒言

灌溉水質污染為灌溉實施過程中甚易遭遇之嚴重問題。當灌溉水由溝渠引入農田，有時攜帶大量之懸浮質 (Suspended materials)，影響施灌效果頗鉅。是故倡議採用諸如簾網等物理排污法以解決此問題者甚夥，然較省力、省時，尤其應用河渠水力之簡易機械設施仍有待研討者。

本文乃設想於灌溉溝渠中安置一螺槳葉片，此螺槳受水力而自行轉動。因之，滿佈於整個河渠上下如枯枝雜物等懸浮物質，可經由螺槳葉片之轉動而集中河渠之上層。緊接螺槳再平舖一網簾，可將污物簡易排除之。

為初步了解明渠中安置螺槳之種種現象與水力特性，筆者先行模型試驗。利用一自動控制之玻璃模型槽，其內安設一輕質小型之螺槳，藉以觀測，分析若干基本水理現象。

### 二、試驗裝置簡介

一鋁質螺槳，含三葉片，重 57.2 克，其尺寸、形狀如圖 1 所示，安置於自動控制模型槽之下游處。此螺槳葉片中孔由一長 6 吋圓滑黃銅釘穿入並平妥裝置於 6 吋寬模型槽之兩壁。此裝置之簡單位置圖示之於圖 2。

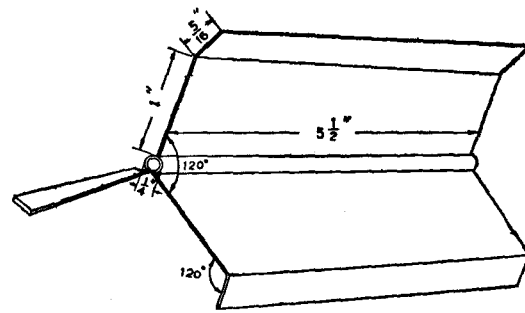


圖 1 鋁製螺槳葉片尺寸圖

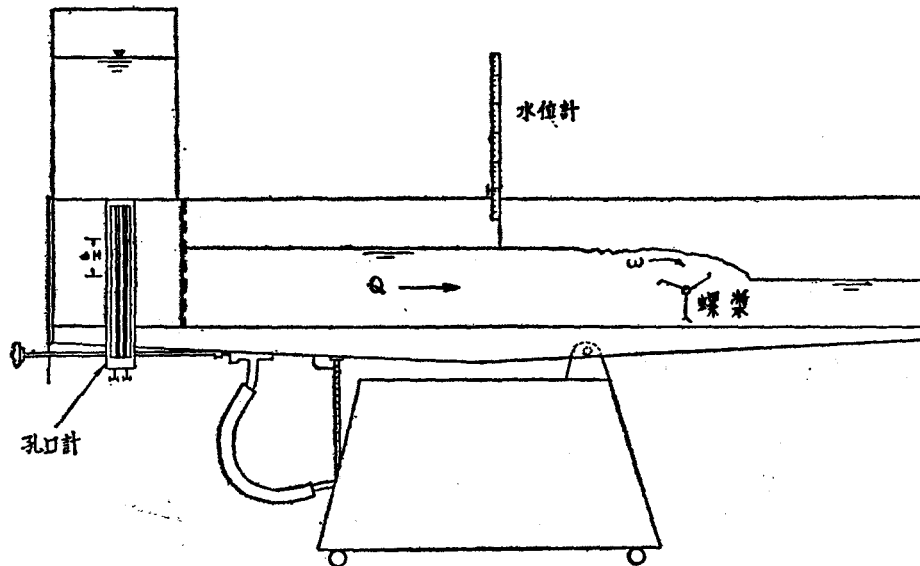


圖 2 自動試驗模型槽

### 三、因次分析對模型試驗之應用

甚多流體運動之問題若純由數學分析時會遭遇困難，蓋每一流體分子運動之複雜行徑實不易用微分方程式正確、完美地表示出。尤其於明渠水流中，大多為紊流 (Turbulent flow) 現象，倍增數學分析之繁雜性。

因次分析 (Dimensional analysis) 適用於描述一般自然現象之通性，其理論在工程方面應用甚廣，尤是對流體力學，熱傳遞中較複雜現象之闡述，更為稱便合宜。

因次分析方法，顧名思義，乃謹慎考慮某現象或試驗中所牽及之因子以及此等變數之因次 (Dimension)，爾後應用模型試驗定律中著名之柏金漢 $\Pi$ 定理 (Buckingham's Pi-Theorem)，以引導出一組羣無因次之參數 (Dimensionless Parameters)， $\Pi_i$ ，成

$$f(\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_n) = 0 \quad (1)$$

$\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_n$  為考慮所有可能與適當變數之組合，各 $\Pi$ 項必為無因次者。

本模型試驗係應用柏金漢 $\Pi$ 定理，審慎考慮下列諸試驗因子。其關係式表示如：

$$f(F_D, n, D, \omega, \rho, \mu, v_1, y_1, g, m, E, I) = 0 \quad (2)$$

上式：

$F_D$ ：壓擠螺槳葉片轉動水之曳拉力 (Drag force)，其因次為 [F]

$n$ ：螺槳葉片之個數，[ $F^0 L^0 T^0$ ]

$D$ ：螺槳葉片之特徵長度 (Characteristic length)，[L]

$\omega$ ：螺槳葉片轉動之角速度，[ $T^{-1}$ ]

$\rho$ ：水之密度，[ $FL^{-3}T^2$ ]

$\mu$ ：水之動力黏滯性 (Kinetic viscosity)，[ $FL^{-2}T$ ]

$v_1$ ：螺槳葉片上游之水速，[ $LT^{-1}$ ]

$y_1$ ：螺槳葉片上游之水深，[L]

$g$ ：重力加速度，[ $LT^{-2}$ ]

$m$ ：螺槳葉片之質量，[ $FL^{-1}T^2$ ]

$E$ ：鉛質螺槳葉片之彈性模數 (Modulus of elasticity) [FL $^{-2}$ ]

$I$ ：螺槳葉片斷面之轉動慣量 (Moment of inertia) [L $^4$ ]

本試驗採 F, L, T 為三基本量，將上列12試驗

變數列表如：

	$F_D$	$n$	$D$	$\omega$	$\rho$	$\mu$	$v_1$	$y_1$	$g$	$m$	$E$	$I$
F	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0
L	0	0	1	0	-4	-2	1	1	1	-1	-2	4
T	0	0	0	-1	2	1	-1	0	-2	2	0	0

上表實具12未知數由3方程式表示之線性且齊次之系統 (Linear and homogeneous system)，可由矩陣 (Matrix) 方式解之。此矩陣之序列 (Rank) 為3，式(2)中12變數可消去3。應用柏金漢 $\Pi$ 定理顯示出本試驗為一含9個獨立且無因次 $\Pi$ 項之函數。其中一合適之型式為。

$$f\left(\frac{F_D}{v_1^2 D^2}, \frac{v_1}{g y_1}, \rho \frac{v_1 y_1}{\mu}, \frac{v_1}{\omega D}, n, \frac{y_1}{D}, \frac{F_D}{mg}, \frac{I}{D^4}, \frac{mgy_1}{EI}\right) = 0 \quad (3)$$

式中：

$$\frac{F_D}{\rho v_1^2 D^2} = C_D, C_D \text{ 為阻力係數 (Drag Coefficient)}$$

$$\frac{v_1}{\sqrt{g y_1}} = N_F, N_F \text{ 為福德數 (Froude's Number)}$$

$$\frac{\rho v_1 y_1}{\mu} = N_R, N_R \text{ 為雷諾數 (Reynolds'}$$

Number) 於明渠中， $N_R$  亦可表如

$$\frac{4\rho vR}{\mu}, R \text{ 為水流於明渠之水力半徑。}$$

式(3)無因次 $\pi$ 項組合可改寫為：

$$f\left(C_D, N_F, N_R, \frac{v_1}{\omega D}, n, \frac{y_1}{D}, \frac{F_D}{mg}, \frac{I}{D^4}, \frac{mgy_1^2}{EI}\right) = 0 \quad (4)$$

### 四、水力特性之探討

螺槳葉片於試驗模型槽中轉動之曳拉力可應用動量原理 (Momentum Principle) 闡釋之。其現象，如圖3所示，可由下式表之。

$$\begin{aligned} \rho Q(v_2 - v_1) &= P_1 - P_2 + W \sin \theta - F_D - F_f \\ &= \frac{1}{2} \gamma b (y_1^2 - y_2^2) + W \sin \theta - F_D - F_f \end{aligned} \quad (5)$$

式中：

$Q$ ：水流流量，cfs

$\gamma$  : 水之單位重量, 75°F水為 62.4 lbs/ft<sup>3</sup>

$b$  : 河槽之寬度, ft

$F_f$  : 水流運動之摩擦力, lbs

$W$  : 第1、2段面間水之重量, lbs

$\theta$  : 試驗水槽之斜角

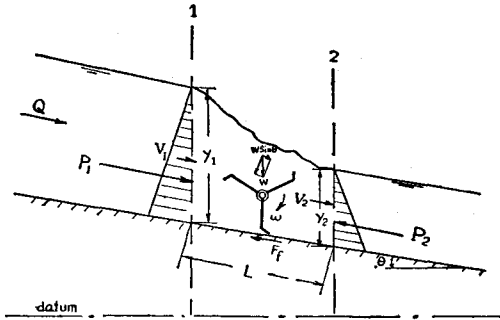


圖 3 動量原理圖解

為簡化問題, 將水槽橫模型水平安置, 即  $\theta=0^\circ$ 。  
再者, 水流流過一距離甚短且底部十分平滑之玻璃模型試驗槽, 假設無顯著之摩擦力存在, 即  $F_f$  可予忽略。故式(5)可化簡為

$$F_D = \frac{1}{2} \gamma b (y_1^2 - y_2^2) - \rho Q (v_2 - v_1) \quad (6)$$

其次, 如圖 4 所示, 第1、2段面之能量可由百努利公式 (Bernoulli's equation) 表示:

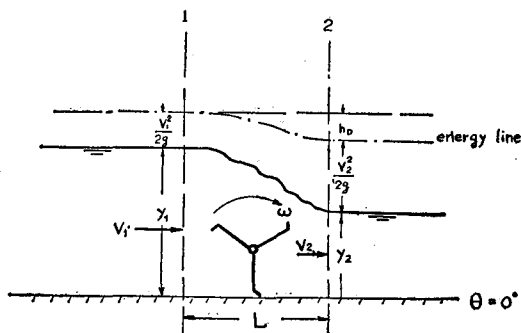


圖 4 水流能量坡線

$$\frac{v_1^2}{2g} + y_1 = \frac{v_2^2}{2g} + y_2 + h_D$$

$$h_D = \frac{1}{2g} (v_1^2 - v_2^2) + (y_1 - y_2) \quad (7)$$

式中,  $h_D$  為水流經過螺槳後之能量損失。

水流由第 1 段至第 2 段消失之功率 (Power),  $P$  為:

$$P = \gamma Q h_D \quad (8)$$

事實上功率  $P$  為促使螺槳葉片旋轉之能量。即

$$P = k T \omega \quad (9)$$

上式:

$k$ : 螺槳葉片之轉動係數

$T$ : 螺槳葉片之轉力矩 (Torque)

### 五、試驗結果與統計分析

不同流量經由本自動試驗槽, 可直接由孔口計 (Orifice meter) 讀數求得如:

$$Q = \frac{C A_2}{\sqrt{1 - \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2}} \sqrt{2g \left(\frac{P_1 - P_2}{\gamma}\right)}$$

$$= \frac{C A_2}{\sqrt{1 - \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2}} \sqrt{2g(\Delta H)}$$

上式:

$A_1$ : 試驗槽之斷面積,  $\frac{9.0}{144}$  ft<sup>2</sup>

$A_2$ : 孔口之開口面積,  $\frac{3.75}{144}$  ft<sup>2</sup>

$C$ : 流量係數, 0.61

$\Delta H$ : 孔口計水頭差

故實際流量:

$$Q = \frac{0.61 \times \frac{3.75}{144}}{\sqrt{1 - \left(\frac{3.75}{9.0}\right)^2}} \sqrt{2g} \sqrt{\Delta H} = 0.16 \sqrt{\Delta H}$$

所得基本試驗資料與計算結果列於表 1

表 1 模型試驗記錄

試驗次序 No.	水位差 $\Delta H$ (ft)	流量 $Q$ $= 0.16 \sqrt{\Delta H}$ (cfs)	上游水深 $y_1$ (in)	下游水深 $y_2$ (in)	上游流速 $v_1$ (fps)	下游流速 $v_2$ (fps)	螺槳轉速 $\omega$ (rpm)
1	0.48	0.110	4.25	1.70	0.628	1.550	82
2	0.56	0.120	4.35	1.70	0.661	1.695	90
3	0.64	0.128	4.45	1.75	0.690	1.755	93
4	0.70	0.134	4.55	1.80	0.708	1.790	98
5	0.75	0.139	4.65	1.85	0.717	1.800	102
6	0.82	0.145	4.75	1.90	0.734	1.833	106

7	0.88	0.150	4.85	1.95	0.744	1.845	110
8	0.94	0.155	4.90	2.00	0.760	1.865	113
9	1.00	0.160	4.95	2.10	0.777	1.830	117
10	1.06	0.165	5.00	2.25	0.794	1.763	121
11	1.13	0.170	5.10	2.30	0.802	1.780	126
12	1.21	0.176	5.15	2.45	0.821	1.730	132
13	1.28	0.181	5.25	2.55	0.829	1.710	137
14	1.37	0.187	5.30	2.70	0.847	1.760	143
15	1.48	0.194	5.35	2.80	0.875	1.670	146
16	1.56	0.200	5.40	2.85	0.890	1.690	149

理論言之，大多明渠水流為紊流。本模型試驗中，第1段面流速界於 0.628 fps 與 0.890 fps 之間。75°F 水之密度為 1.933 slug/ft<sup>3</sup>，75°F 水之動力黏滯

性為  $1.92 \times 10^{-5}$  lb-sec/ft<sup>2</sup>。故第一段面最小與最大之雷諾數分別為：

$$(N_R)_{\min} = \frac{4\rho v_1 R}{\mu} = \frac{4 \times 1.933 \times 0.628 \times \frac{4.20 \times 6}{144}}{1.92 \times 10^{-5}} \cdot \frac{(6+2 \times 4.20)}{12} = 36960$$

$$(N_R)_{\max} = \frac{4 \times 1.933 \times 0.890 \times \frac{5.40 \times 6}{144}}{1.92 \times 10^{-5}} \cdot \frac{(6+2 \times 5.40)}{12} = 57700$$

吾人已知雷諾數  $N_R$  為表示一已知水流中慣性力 (Inertia force) 對摩擦力之比。雷諾數大者即表示慣性力優先，一般言之，河渠中水流現象，可以雷諾數予以判定。雷諾數大於 2,100，則其為紊流。由上演算知，本模型試驗之水流形狀為紊流。對紊流而言， $N_R$  即為不重要之試驗因子。因之，式(4)演導出柏金漢  $\Pi$  項中之  $N_R$  項可捨去。

再者，單就本螺旋葉片模型試驗，係採用固定鋁質三葉片，其形狀、長度、重量、質地為一定，即式(4)中之  $n$ ， $D$ ， $mg$ ， $EI$  皆為固定者。故於此基本模型試驗，式(4)柏金漢  $\Pi$  項中只考慮  $C_D$ ， $N_F$ ，及  $\frac{v_1}{\omega D}$  諸項。

$$\text{即 } C_D = f(N_F, \frac{v_1}{\omega D}) \quad (10)$$

為進一步了解旋轉螺旋之水力特性，筆者將試驗資料再行統計分析。計算而得之  $C_D$ ， $N_F$ ， $\frac{v_1}{\omega D}$  列如表 2，並將  $C_D$  對  $N_F$ ， $C_D$  對  $\frac{v_1}{\omega D}$  之最佳適合曲線 (Best-fit curve) 繪於圖 5。由繪出之圖形可知， $C_D$ ， $N_F$ ， $\frac{v_1}{\omega D}$  具良好之線性關係。因之，利用統計方法中之複迴歸 (Multiple regression) 加以分析。

表 2  $C_D$ ， $N_F$ ， $\frac{v_1}{\omega D}$  計算值

試驗 次序 No.	曳 拉 力 $F_D$ $= [\frac{\gamma b}{2}(y_1^2 - y_2^2) - \rho Q(v_2 - v_1)]$ (lbs)	阻力係數 $C_D$ $= \frac{F_D}{\rho v_1^2 D^2}$	福德數 $N_F$ $= \frac{v_1}{\sqrt{g y_1}}$	比 速 $\frac{v_1}{\omega D}$
1	1.399	196	0.193	0.880
2	1.500	189	0.194	0.834
3	1.544	179	0.200	0.734
4	1.609	177	0.205	0.715
5	1.648	174	0.204	0.696
6	1.742	178	0.205	0.685
7	1.820	182	0.206	0.668
8	1.839	176	0.211	0.665
9	1.844	168	0.215	0.661
10	1.841	162	0.217	0.658
11	1.918	165	0.220	0.624
12	1.910	156	0.222	0.626
13	1.971	159	0.220	0.612
14	1.930	149	0.224	0.588
15	1.971	143	0.232	0.594
16	1.991	138	0.234	0.599

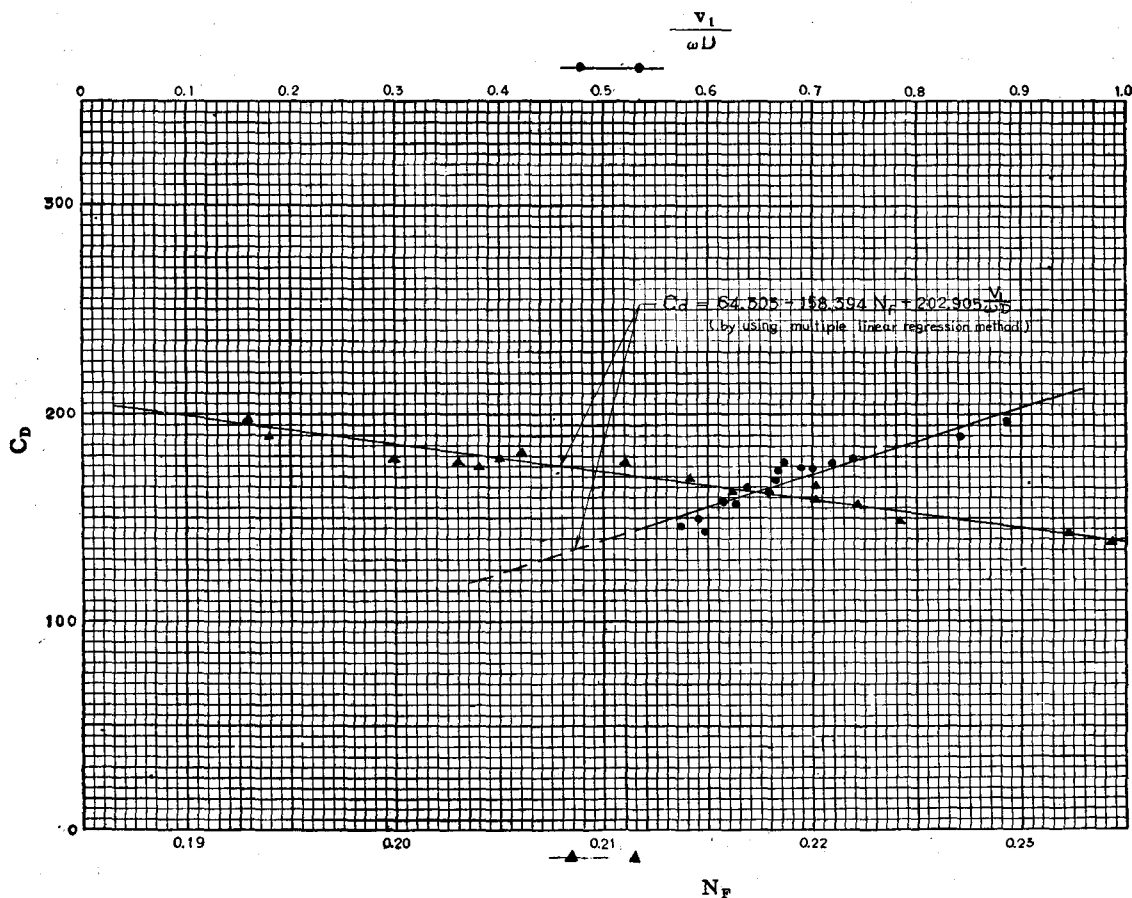


圖 5  $C_D$  與  $N_F$ 、 $\frac{V_1}{\omega D}$  之相關圖

選擇  $N_F$ 、 $\frac{V_1}{\omega D}$  與  $C_D$  相關之原因為：

(1) 福德數  $N_F$  在明渠河流中為一舉足輕重，甚為重要之因子。

(2) 螺槳葉片旋轉之角速度  $\omega$  與  $C_D$  有一甚佳之線性趨向。

上列試驗資料，代入 BMD 02 R 之副程式，(Subroutine) 由 IBM 360/65 電子計算機解之，所得線性迴歸方程式為：

$$C_D = 64.303 - 158.394 N_F + 202.905 \frac{V_1}{\omega D} \quad (11)$$

其次，如將不同流量  $Q$  與相對應螺槳葉片之旋轉角速度  $\omega$  繪於算術座標紙上，一甚佳之線性相關亦可顯示如圖 6。將試驗資料委之於電子計算機，最佳適合之迴歸直線可表示如：

$$\omega = -8.605 + 796.61 Q \quad (12)$$

再者，將表 3 試驗所得螺槳葉片轉動角速度  $\omega$  與

其對應產生功率  $P$  值繪於半對數紙上，仍可得一甚佳之線性趨向。由圖 7 知，功率  $P$  與螺槳旋轉角速度  $\omega$  有一指數關係存在。最佳迴歸曲線之方程式經解得為：

$$\omega = 39.71 e^{0.5699P} \quad (13)$$

## 六、討 論

1. 因限於人力、時間，本模型試驗只考慮水平明渠水力現象。至於分析安置螺槳葉片於有坡度之溝渠之水力特性，理論言之，與水平明渠者相似，唯螺槳轉動之水流漸變段水平水重  $W \sin \theta$  於計算過程中須予以加入。

2. 錫鋅合成之鋁製螺槳葉片仍不甚平滑，且其重量可能有些微過重。是故，螺槳葉片於小於 0.1 cfs 之流量並不轉動。使用輕質、塑膠製成之螺槳葉片或能令此類模型試驗獲得更佳之效果。

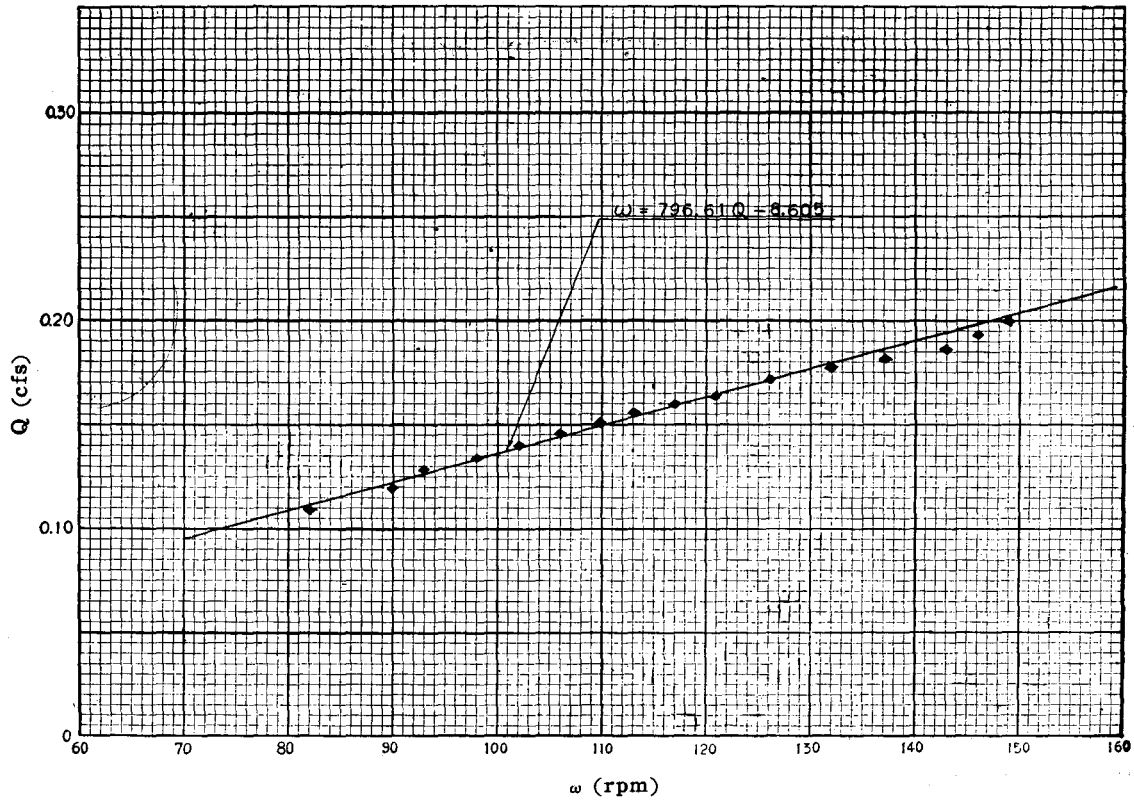


圖 6  $\omega$  與  $Q$  之關係

表 3 螺槳角速與對應功率計算值

試驗次序 No.	能量損失 $h_D$ (ft)	功 率 $P = \gamma Q h_D$ (ft-lb/sec)	螺槳轉速 $\omega$ (rpm)
1	0.1767	1.210	82
2	0.1810	1.355	90
3	0.1860	1.465	93
4	0.1870	1.563	98
5	0.1906	1.654	102
6	0.1920	1.746	106
7	0.1977	1.850	110
8	0.1970	1.900	113
9	0.1944	1.942	117
10	0.1907	1.961	121
11	0.1937	2.055	126
12	0.1890	2.075	132
13	0.1900	2.145	137
14	0.1893	2.210	143
15	0.1830	2.180	146
16	0.1792	2.240	149

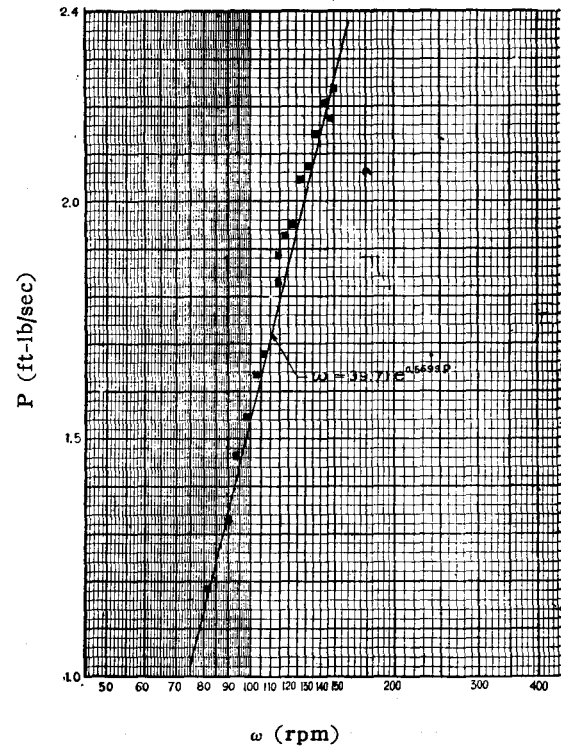


圖 7  $\omega$  與  $P$  之半對數關係

3. 自動試驗模型槽之孔口計所顯示之水頭差異，  
 隅而或因水流循環回轉過速而擾動不隱，致量測之水  
 頭差  $\Delta H$  無法達到百分之百之準確，故計算而得之流  
 量  $Q$  可能含些微誤差，此可解釋為何有一、二試驗結  
 果有小偏異。

4. 筆者曾於模型試驗中將若干小鋸木片浸濕再放  
 入試驗流槽中。於甚多次重覆試驗中發現超過80%之  
 碎木片，勿論流經明渠之上層或下層，藉螺槳葉片之  
 轉動，可順利由螺槳上部流過。緊接螺槳下旁如再平  
 放一網狀物，浮木碎片即可推擠其上。再定時加以排  
 除，則下游可獲得較潔淨之灌溉水也。

5. 本文祇為一構想，仍未經田野實地施測其效果  
 。筆者藉此應用柏金漢  $\Pi$  定理以初步分析安置轉動螺  
 槳於明渠河流中之水力特性。事實證明，該定理於模  
 型試驗中為一極實用，可效行之方法。

### 七、結 論

1. 試驗設計中應用因次分析之最大優點為試驗者  
 於整個試驗過程中客觀歸納所有試驗有關因子，審慎  
 分析諸因子因次，以最小之勞力以得到試驗之結果，  
 並應用於最佳之效用。分析明渠中轉動螺槳紊流之水  
 力特性，利用因次分析方式尤具去繁存菁之功效。

2. 本試驗結果顯示出：

$$C_D = A + B_1 N_F + B_2 \frac{V_1}{\omega D}$$

$$\omega = a + bQ$$

$$\omega = a' e^{b'P}$$

式中， $A$ ， $B_1$ ， $B_2$ ， $a$ ， $b$ ， $a'$ ， $b'$  皆為試驗常  
 數。即阻力係數  $C_D$  與福德數  $N_F$ ，比速  $\frac{V_1}{\omega D}$  成線性複  
 相關。螺槳轉動角速度  $\omega$  與明渠流量  $Q$  成線性正比。  
 螺槳轉動角速度  $\omega$  與其產生功率  $P$  成指數相關。

3. 由模型試驗可知，安置一輕質螺槳葉片於渠道  
 中為解決灌溉水質污染簡便機械可行方法之一。

### 八、謝 誌

文中插圖由臺灣大學農工系湯松義先生協助繪製  
 ，謹以致謝。

### 九、文獻參考

1. Chow, Ven Te, "Open Channel Hydraulics," McGraw-Hill, New York, 1959.
2. Freund, John E. and Frank J. Williams, "Modern Business Statistics," Prentice Hall,

- New Jersey, 1966.
3. Gilbrech, Donald A., "Fluid Mechanics," Wadsworth, California, 1965.
4. Hansen, Arthur G., "Fluid Mechanics," Wiley, New York, 1967.
5. Henderson, F. M., "Open Channel Flow," 1966.
6. Langhaar, Henry L., "Dimensional Analysis and Theory of Models," Wiley, New York, 1967.
7. Morris, Henry M., "Applied Hydraulics in Engineering," Donald, New York, 1963.
8. Murphy, Glenn, "Similitude in Engineering," Ronald, New York, 1950.
9. Snedecor, George W. and William G. Cochran, "Statistical Methods," The Iowa State University Press, Iowa, 1967.
10. Wood, Glenn M. and others, "Cavitation in Fluid Machinery," ASME Winter Annual Meeting, Chicago, Illinois, 1965.

順 利

鐘 式 水 門 機 器 工 廠

鐵 器 工 廠

鐘 吉 銘

地址：南投縣草屯鎮中正路七八六號  
 電話：草屯二〇七一

經濟部中央標準局核准專利