

二向度滲入率之分析

Analysis of Two-Dimensional Infiltration

美國德州水權委員會技術處水文組長

霍 雨 時

Dr. Yu-Si Fok

ABSTRACT

The study reported in here found that the two-dimensional infiltration can be expressed in terms of several simple power functions with respect to the infiltration time. Also, it is found that the two-dimensional soil water movement from a single source can be approximated by knowing the one-dimensional soil water movement and the shape of wetting patterns. In this study the shape of wetting patterns are found to be closely resemble with the semi-ellipses.

緒 言

滲入現象有爲二向度者，易言之，滲入於土壤中之水份其移動之方向係向下及向左右兩方面同時進行。舉例言之，溝灌法之滲入現象與渠道滲漏之情況均屬二向度。

Toksoz, Kirkham, 及 Baumann 三氏曾作二向度滲入率之實測報告，其結論認爲二向度之滲入量與時間之關係可以用指數函數以表之如公式 (1)

$$I = St^B \dots \dots \dots (1)$$

式中 I 爲滲入水量， S 與 B 爲實驗常數， t 爲時間。爲進一步研求此二向度滲入問題，筆者曾就滲入水量與土壤剖面水份向下及向左右方向之移動情形作實驗觀察。因此，獲知其間之關係及土壤特性與土壤水份含量之影響。故爲文以供讀者研討。

分 析

爲求便於說明及由簡入繁計，本分析先討論單向度之土壤水份移動情形，然後敘述二向度滲入之最簡單情形——滲入水源係來自一定點 (Point Source)，最後分析流水溝渠形狀對二向度滲入量之影響。

根據實驗及理論分析 (見 Hansen 氏論文) 水平土壤水份移動距離 X 與時間 t 之關係可以用簡單之指數表示，如式(2)：

$$X = at^b \dots \dots \dots (2)$$

式中 a 及 b 爲實驗常數。

又垂直下滲之土壤水份移動距離 Y 與時間之關係亦可以用簡單之指數式表示，如式(3)：

$$Y = ct^d \dots \dots \dots (3)$$

式中 c 及 d 爲實驗常數。以上兩式爲土壤水份單向度移動之實驗式。合併此兩單向度水分移動公式，可得二向度水分移動公式。其合併所遵循之原則在依據實驗觀察所得。

從實驗結果，得知滲入水源左右土壤水份之移動情形，倘滲入水源係來自一定點，則土壤水份之兩向度移動，其浸潤面係成半橢圓形。如圖(1)。因此根據

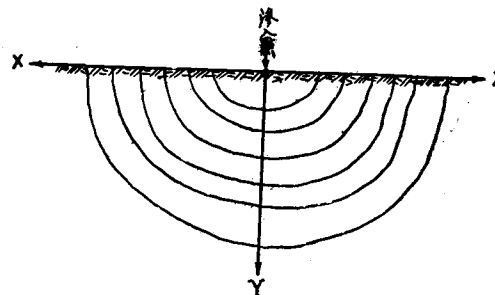


圖 1. 二向度滲入自土壤表面之一定點之浸潤擴散圖。

橢圓面積公式，推定得二向度土壤水份浸潤面 A 可利用水平及垂直兩方向之單向度土壤水份移動公式表示之如式(4)：

$$\text{因 } A = \frac{\pi}{2} XY \quad (\text{半橢圓面積})$$

$$\text{故得 } A = \frac{\pi}{2} act^{b+d} \dots \dots \dots (4)$$

因此可進一步推求此二向度土壤水份浸潤面積與二向度滲入量之關係，易言之，浸潤面內所含之增加土壤水份量與滲入水量該相等。因此可以用公式(5)表示其關係：(單向度浸潤長度與滲入水深之關係，已見前筆者發表于本刊之文獻中，特叙及之)

$$I = \omega A_s A$$

$$I = \frac{\pi}{2} \omega A_s \text{act}^{b+d} \dots \dots \dots (5)$$

式中 $\omega = W_a - W_b$ 為土壤水份之淨增加量, W_a 為滲入浸潤後之土壤水份含量, W_b 為浸潤前之土壤水份含量。 A_s 為土壤之假比重。從式(5)可知二向度滲入水量與時間為簡單之指數式, 其指數係水平及垂直土壤水份移動指數式指數值之和。為印證公式(2), (3)及(5)之可靠性, 藉實驗所得之數據。可以驗算證明之。茲舉實驗兩例及實驗方法於后, 俾助瞭解。

實驗方法及步驟

土樣之處理係依據一般土壤實驗處理而為之, 故不多贅, 利用 61 cm. × 30 cm. × 5.4 cm. 之木箱, 以實試土。箱之前面砌以適尺度 61 cm × 30 cm 之玻璃板, 以便觀察土壤水份浸潤情形。利用 Mariotté tube 虹吸管裝置, 使有連續之供水來源及可讀出之下滲水量數與及維持滲入時土壤面有一定之水位。秤量定空木箱之重量, 土樣在浸潤前及浸潤後之重量, 與及容積均需秤量。據此自可求得試樣之假比重。土壤水份含量則由烘乾法量得。實驗開始後, 在一定時距間, 可在玻璃板用紅臘筆描出該時距之土壤浸潤圖及讀出 Mariotté Tube 之貯水圓筒水柱之高度。以備求出滲入水量, 及水平與垂直土壤水份移動情形。

實驗結果及計算結果

實驗 B: 一土樣: 沙質壤土

土樣容積 = 61 cm × 28 cm × 5.4 cm.

空木箱重 = 5434 grams

乾土樣及木箱重 = 18479 grams

濕土樣及木箱重 = 18980 grams

假比重 = 1.42

$W_a = 31.5\%$

$W_b = 10.5\%$

$\omega = 21.0\%$

實測得: $I = 14 t^{0.71}$

$X = 2.85 t^{0.32}$

$Y = 1.65 t^{0.40}$

計算得: $I = 8.4 \left(\frac{\pi}{2} \right) (0.21) (1.42) (2.85) (1.85) t^{0.73}$

$I = 13.8 t^{0.73}$

實驗 A: 一土樣: 沙質壤土

土樣容積 = 61 cm × 28 cm × 5.4 cm

空木箱重 = 5434 grams

乾土樣及木箱重 = 18029 grams

濕土樣及木箱重 = 18680 grams

假比重 = 1.365

$W_a = 30.60\%$

$W_b = 6.78\%$

$\omega = 23.82\%$

實測得: $I = 6 t^{0.89}$

$X = 1.87 t^{0.405}$

$Y = 1.28 t^{0.485}$

計算得: $I = (5.4) \left(\frac{\pi}{2} \right) (0.2382) (1.365) (1.87) (1.28) t^{0.89}$

$I = 6.6 t^{0.89}$

上列兩實驗之土壤水份浸潤分佈詳細情形見圖(2)。

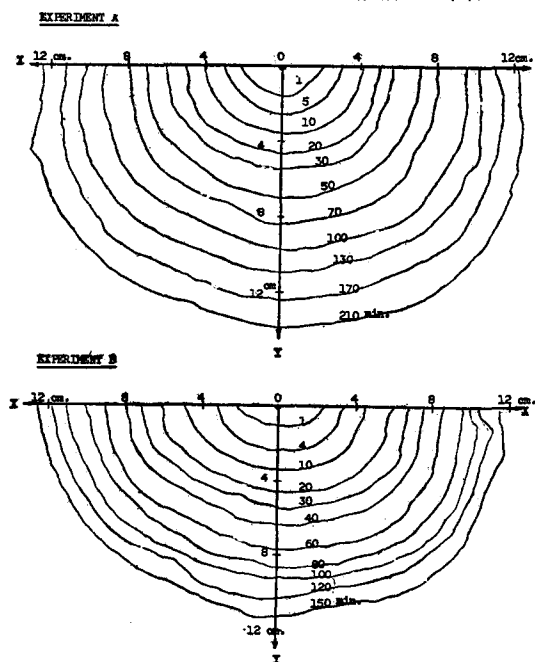


圖 2. Figure 2.—Wetting Patterns of Two-Dimensional Infiltration in the Patterns Soil Profile.

根據實測及計算而得之二向度滲入量與時間之關係式, 吾人可認為公式(2), (3)及(5)之假設有甚高之可靠性。在實用方面而言, 公式(2), (3)及(5)所表示之精確程度已足夠應用之要求。二向度水流問題之分析往往得利用較高深之數學方能求解, 其結果之精度自然提高, 在精粗繁簡之中, 為求便於容易了解及有效之應用, 筆者寧取本分析之方法以享讀者。至此, 吾人已有足夠之證明以單向度土壤水份移動之實驗式推算

二向度滲入水量與時間之關係式。(目前限于滲入水源係來自一定點) 尙待進一步分析者, 乃在如何應用以上分析之所得。以溝灌之滲入現象為例, 灌溉水流動於溝之中, 溝之斷面積形狀不一, 自矩形, 梯形, 半圓形, 半橢圓形, 拋物線形至其他之複合形狀幾不能盡舉。筆者有鑒於此, 爲節省篇幅計, 謹奉溝灌斷面積爲矩形一例於此作分析實例。敬盼讀者藉此一例, 視實際情形爲其他形式之斷面作二向度滲入分析以求舉一反三, 實筆者所厚望者也。

矩形渠道斷面形狀與二向度滲入函數之關係

前述之二向度滲入水量與時間之關係式僅考慮水平及垂直向下之土壤水份移動情形, 並未考慮毛細管水向上移動之實況。在矩形渠中, 倘水流非爲全滿之情況時, 當有部份之土壤水份藉毛細管力向上移動。倘水源係來自一定點, 而此定點係在土壤剖面之中, 則圖(1)之土壤水份分佈形狀該爲不限止於一族半橢圓形所能代表, 而爲兩族之半橢圓形所代表, 見圖(3)。

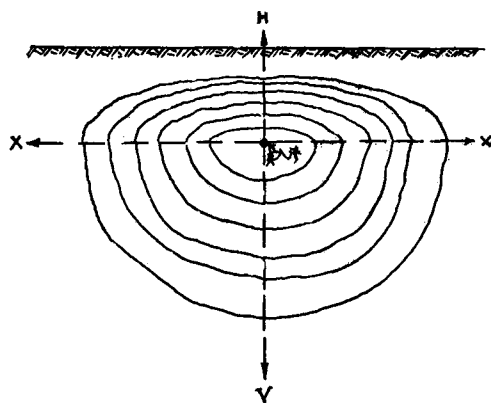


圖3. 二向度滲入自土壤剖面中一定點之浸潤面擴散圖

有此項之分析, 則本節討論之矩形渠道二向度滲入量與時間之關係方能進行。今假定圖(3)中, 土壤水份向上移動部份之浸潤面積 A_1 可以用式(6)代表: (仍用半橢圓形代表之)

$$A_1 = \frac{\pi}{2} a e t^{b+f} \dots\dots\dots(6)$$

又垂直向上移動水份浸潤高度 H , 與時間之關係亦可以用簡單之指數形式表示如式(7)

$$H = e t^f \dots\dots\dots(7)$$

式中 e 及 f 爲實驗常數。則二向度之滲入公式(水源來自一定點)——公式(5)該改爲如公式(8)

$$I = \frac{\pi}{2} \omega A_s (a c t^{b+d} + a e t^{b+f}) \dots\dots(8)$$

式(8)之可靠性未有實驗作證明, 但照原理原則作上述

之推理作結論, 諒不致有太大之差誤。有如上之分析後, 吾人可以進一步對矩形溝斷面之二向度滲入量與時間之關係作推演。見圖(4), 渠中流水位以上之滲入

$$I = \omega A_s \left(\frac{\pi}{2} a e t^{b+f} + 2D a t^b + W c t^d + \frac{\pi}{2} a c t^{b+d} \right)$$

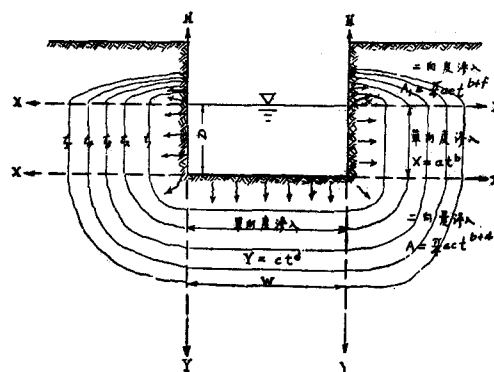


圖4. 矩形溝二向滲入浸潤斷面構想圖

部份, 爲藉毛細管力向上移動之土壤水份。(如以渠道長度爲單位長度作計算) 則左右兩側之浸潤面積, 可以用公式(6)乘以 ωA_s 表示之。渠中水位以下及渠底以上部份之兩側浸潤面積可視爲水平單向滲入部份, 故可用公式(2)乘以水深 $2D$ 及 ωA_s 表示之。渠底之正下方部份, 則可視爲垂直單向之滲入部份, 可用公式(3)乘以渠底寬, W , ωA_s 及表示之。最後在渠底兩角之扇形部份(1/4 橢圓部份), 可視作二向度向下之滲入部份, 可以用公式(5)表示之。至此, 在恒流狀態時, 每單位長度矩形溝渠之二向度滲入量, 可以將上述各部份之滲入綜和而得, 如公式(9):

$$I = \omega A_s \left(\frac{\pi}{2} a e t^{b+f} + 2D a t^b + W c t^d + \frac{\pi}{2} a c t^{b+d} \right) \dots\dots\dots(9)$$

公式(9)爲多項指數方程式。因此 I 與 t 之關係或仍可用簡單指數函數表示。

結論及結論

本文所列舉之分析, 着重簡便於應用爲原則, 故避免用較高深數學上之推演。二向度滲入量之應用, 多在溝灌法方面, 雖然, 在學理上牽涉所及之物理因素至多, 但如能作簡單之田間試驗, 確定向上, 向水平及向下三方向之單向土壤水份移動情形, 則循本文介紹之分析, 亦可獲得可靠之數式以助設計之用。本文假設自一定點向下之二向度滲入其浸潤面之形狀可用半橢圓族代表, 已有實驗實例證明其可用。(雖然

自一定點向上之二向度滲入浸潤面之爲半橢圓之假定未有實測證明，但照推理，該不致有太大誤差，但亦盼讀者中有不煩其詳作實驗以證明之者在）。

矩形溝灌之情形遠不如梯形或拋物形斷面之普遍，其分析與本文所列論者當大同小異，倘能一併在實驗室作試驗體察，自必有助於分析之證實。

又溝灌法之水流多爲非恒定流，溝中水深自零漸增至水力學上之正常水深（Normal Depth），然後視斷水時間之到臨，再趨下降至零。研究溝灌法中各定點之水位歷程線（Hydrograph），可知其特性。因此在非恒定流之溝灌中，其二向度之滲入率亦與水深之變化而更改。此方面之分析，有待研究之處正多，筆者於是謹啓其一端而已。

~~~~~  
(上接第38頁)

爲改善這種農業耕作環境，技術之研究不可缺少。但臺灣目前之技術及資料收集，均尙屬開始，故其研究須從基本研究開始，以基本研究來支推動地區應用性之個案研究，兩者不可偏廢，澈底地研究水在土壤中之保持，運動，以及作物如何利用之真相，而後吾人憑對真相之認識，決定最經濟最有效的調整措施，使作物有優裕的環境與供應，而達增產之目的。

但目前臺灣有能力及有權責從事此方面之單位機構不多，亦不健全，以往的研究，大多屬零碎的個別研究，因此，可引用之資料不多，也難以分析其較大的適用性。是以筆者有如下之建議，寄望能引起注意而共同的參與有計劃的研究。

(一)由長科會、科委會、農復會等機構成立一農業灌溉排水或農業灌溉土壤基礎研究部門或小組，或成立長期計劃，從事此方面之有關基礎研究，此項基礎研究由學術機構專才參與協助指導，並配合研究教學，以訓練及培養此方面之研究專才，由於基礎研究未臻成熟，故從事實際應用之專題研究時，必會受基本理論了解之限制，將無法得到完滿的理想成果，故此項基礎研究必須有人來研究，有固定經費來支持，且此基礎研究應爲其他應用問題研究之先。

(二)另由政府有關之行政及執行機構配合研究單位

## 參 考 文 獻

1. Toksoz, Kirkham and Baumann "Two-Dimensional Infiltration and Wetting Fronts," Journal of the Irrigation and Drainage Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers, Vol. 91, No. IR 3, Paper 4477, Sept. 1965.
2. Hansen (1955) "Infiltration and Soil Water Movement During Irrigation" Soil Science, Vol. 79, No. 2, Feb., 1955
3. 霍雨時 (1966) 土壤物理性與滲入率關係之研究  
農工學報 (12-4): 6-13.
4. 霍雨時 (1968) 略論土壤滲入率之指數函數式  
農工學報 (14-1): 18-22, 28.

，組織一耕地土壤基本資料之調查隊，將臺灣目前所有耕地詳加調查，並分析各土壤之分佈及土壤之特性且分類之，最後整理列出各分類土壤之特性，並指出存在之問題。以爲研究人員從事專題研究之參考。

(二)另與水土等有關之機構；如水資會、水利局水利會、農復會、糖試所…等，撥出研究資金，成立屬於自己各有關之專題之研究計劃，遴選優秀之研究人員從事試驗研究，調查分析。其技術上之困難或資料之分析可借重學術機構之研究專家指導協助。以收事半功倍效果。

設由上述三項同時進行研究，則不難解決第三節所列之各項研究，不數年，即有全部可用資料，藉以爲合理調整運用水土資源，發展農業增加生產。到時，欲從事合理的科學管理，技術困難已可解決了。

最後，我想說「我們對它們所知愈多，我們對它們所做愈多，而它們對我們的滿足也愈多！」

## 伍、謝 誌

本文之完成，承指導教授徐玉標老師耳提面授教益良多，文中內容係由呈交徐教授所開灌溉土壤課之期中報告及期末報告重新整理，稿成又承徐老師漏夜修改指正，謹於此致最大謝意。