明渠變速定流之有關理論與應用

The Theory and Application for Open Channel Varied Steady Flow

曾文水庫工程局　　助理工程師

翁　　進　　壽

凡在明渠內之水流，若自橫截面至橫截面之平均流速，各各不同，而水流係定流時，則各橫截面之流量係一定不變，即

$$Q=a_1V_1=a_2V_2=a_3V_3\cdots\cdots$$

則水流因變速流所生之情形有二：

1. 水沿下游流下，而其流速逐漸增加時，即水面降低。

2. 水沿下游流下，而其流速逐漸減小時，即水面壅高。

水面降低之情形

設水路極短區間 $\Delta\ell'$，在 BB′ 斷面上m點之流速為 V_2，AA′ 斷面上 n 點之流速為 V_1，其二點間之落差為 Δh，則 mn 二點間適用 Bernoulli 定理得，如圖 1 所示。

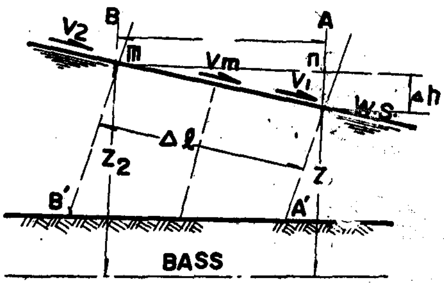


Fig. 1

$$\frac{V_2^2}{2g}+\frac{P_1}{W}+Z_2=\frac{V_1^2}{2g}+\frac{P}{W}+Z_1+hr$$
$$=\text{const.}$$

式中：$\frac{V^2}{2g}$＝流速水頭

$\frac{P}{W}$＝壓力水頭

Z　＝高度水頭

hr　＝A B二點間水流之損頭

設 $P_1=P_2$，$Z_2-Z_1=\Delta h$ 則

$$\text{損失水頭 } hr=\Delta h+\frac{V_2^2}{2g}-\frac{V_1^2}{2g}\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

但 $\frac{V^2}{2g}=\frac{\alpha}{2g}\left(\frac{Q}{A_1}\right)^2$

$$\frac{V^2}{2g}=\frac{\alpha}{2g}\left(\frac{Q}{A_2}\right)^2$$

$$hr=\Delta h+\frac{\alpha Q^2}{2g}\left(\frac{1}{A_2^2}-\frac{1}{A_1^2}\right)\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

但 $\alpha\doteqdot\frac{10}{9}$

如圖 1，中間斷面水理為：

$$A_m=\frac{A_1+A_2}{2}\qquad P_m=\frac{P_1+P_2}{2}$$

$$R_m=\frac{R_1+R_2}{2}\qquad C_m=\frac{C_1+C_2}{2}$$

$$V_m=\frac{V_1+V_2}{2}$$

而流速 V_m 之水流在均等斷面 Am 之假定水路 $\Delta\ell$ 間流下，此時所產之損失水頭 hr 為。

$$V_m=C_m\sqrt{\frac{A_m}{P_m}\cdot\frac{hr}{\Delta\ell}}$$

$$\therefore\ hr=\frac{Q^2\cdot P_m\cdot\Delta\ell}{C_m^2\cdot A_m^3}\cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

又 $\Delta\ell\doteqdot\Delta\ell_1$

$$hr=\frac{Q^2\cdot P_m\cdot\Delta\ell'}{C_m^2\cdot A_m^3}\cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

(4)式代入(2)式中得：

$$\frac{Q^2\cdot P_m\cdot\Delta\ell}{C_m^2\cdot A_m^3}=\Delta h+\frac{\alpha Q^2}{2g}\left(\frac{1}{A_2^2}-\frac{1}{A_1^2}\right)$$

$$\therefore\Delta h=\frac{Q^2\cdot P_m\cdot\Delta\ell'}{C_m^2\cdot A_m^3}-\frac{\alpha Q^2}{2g}\left(\frac{1}{A_2^2}-\frac{1}{A_1^2}\right)\cdots(5)$$

如圖 2，在 B 斷面，水深為 d_2，A 斷面為 d_1。此二斷面之水位差為 Δh，渠底傾度為 α

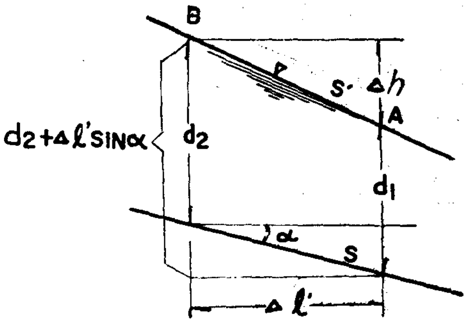


FIG. 2

$\therefore\ \Delta h=d_2+\Delta\ell'\mathrm{Sin}\alpha-d_1$

則(5)式演變如下：

$$\Delta h=d_2+\Delta\ell'\sin\alpha-d_1$$

$$=\frac{Q^2\cdot P_m\cdot\Delta\ell'}{C_m^2\cdot A_m^3}-\frac{\alpha Q^2}{2g}\left(\frac{1}{A_2^2}-\frac{1}{A_1^2}\right)\quad\cdots\cdots\cdots(6)$$

令 $\alpha\doteqdot 1$ 則上式可改寫爲

$$\Delta h=d_2+\Delta\ell'\sin\alpha-d_1=\frac{V_1^2}{2g}-\frac{V_2^2}{2g}+\frac{1}{C_m^2\cdot R_m}\left[\frac{V_1+V_2}{2}\right]^2\Delta\ell'\cdots\cdots(7)$$

計算 Δh 值。假定 d_2，其計算結果須與假定值須相符，求眞值 Δh。

壅水之情形

在公式(6)，Back water 之情形，Δh 爲(一)號。一般 $\sin\alpha\doteqdot 1$，$\frac{\alpha Q^2}{2g}\left(\frac{1}{A_2^2}-\frac{1}{A_1^2}\right)$ 之項，倘無太大之影響者，可予省略，則：

$$\Delta h=d_2+s\Delta\ell-d_1=\frac{Q^2\cdot P_m\cdot\Delta\ell'}{C_m^2\cdot A_m^3}\quad\cdots\cdots\cdots(8)$$

回水曲線之計算法

若槽中之水流被壩或其他障礙物所壅起，則向上游極大距離內之水面將被升高：此由壅水而致之水面曲線，謂之回水曲線。按學理；原有（正常）水面與雍水曲線應相遇於無限遠之處；但事實上雍水與正常水深間之差數，在壩上有限距離處卽微渺已甚；故爲實用起見，雍水可假設爲終止於一點，蓋該點之差數已不足數厘米，且因波浪之作用而無法確定耳。苟假設水流爲勻流，已屬充分精確，故可應用普通關係計算之。

1. 不等斷面渠道之回水曲線

本法依據 Bernoulli 定理，係用局部逐步計算之精算方法。

計算例：設渠內流量 Q=40c.m.s，而 No.1 水位標高爲 25m，求壅水時，No.2 及 No.3之水位。

解：已知 No.1 水位 El=25m（參照圖3, No.1 斷面）。計算得：

$P_1=13.484\text{m}\qquad A_1=24.0\text{m}^2$

$R_1=\frac{A_1}{P_1}=\frac{24.0}{13.484}=1.779\text{ m}$

使用 Manning 氏指數公式：

$C_1=\frac{1}{n}R_1^{1/6}=\frac{1}{0.02}\times 1.779^{1/6}=55.1$

假定 No.1 及 No.2 之水位相等，則

No.2 之水深 H=25−23=2m

設底寬 b=5m，側坡爲 1:1 時。

$P_2=10.656\text{m}\qquad A_2=14.0\text{m}^2$

$R_2=\frac{14}{10.656}=1.313\text{m}$

$C_2=\frac{1}{n}R^{1/6}=\frac{1}{0.02}\times 1.313^{1/6}=52.35$

求No.1 與 No.2 間之 $P_m\ A_m\ R_m\ C_m$ 諸值

$P_m=\frac{P_1+P_2}{2}=\frac{13.484+10.656}{2}=12.07\text{m}$

$A_m=\frac{24+14}{2}=19\text{m}^2$

$R_m=\frac{1.779+1.313}{2}=1.546$

$C_m=\frac{55.1+52.35}{2}$

$=53.725$

已知 $\Delta\ell'=40\text{m}$

$\therefore\ \Delta h=\frac{Q^2\ P_m\ \Delta\ell'}{C_m^2\ A_m^3}$

$=\frac{40^2\times 12.07\times 40}{53.725^2\times 19^3}=0.039\text{ m}$

No.2 水位之近似值

El.=25+0.039=25.039m

求該斷面之 A. P R C 諸值。

$P_2'=1.414\times 2.039\times 2+5=10.766\text{m}$

$A_2'=14.352\text{m}^2$

$R_2'=\frac{14.352}{10.766}=1.333\text{ m}$

$C_2'=\frac{1}{0.02}\times 1.333^{1/6}=52.45$

上值與 No.1 斷面求平均值如下：

$P_m'=\frac{13.484+10.766}{2}=12.125\text{ m}$

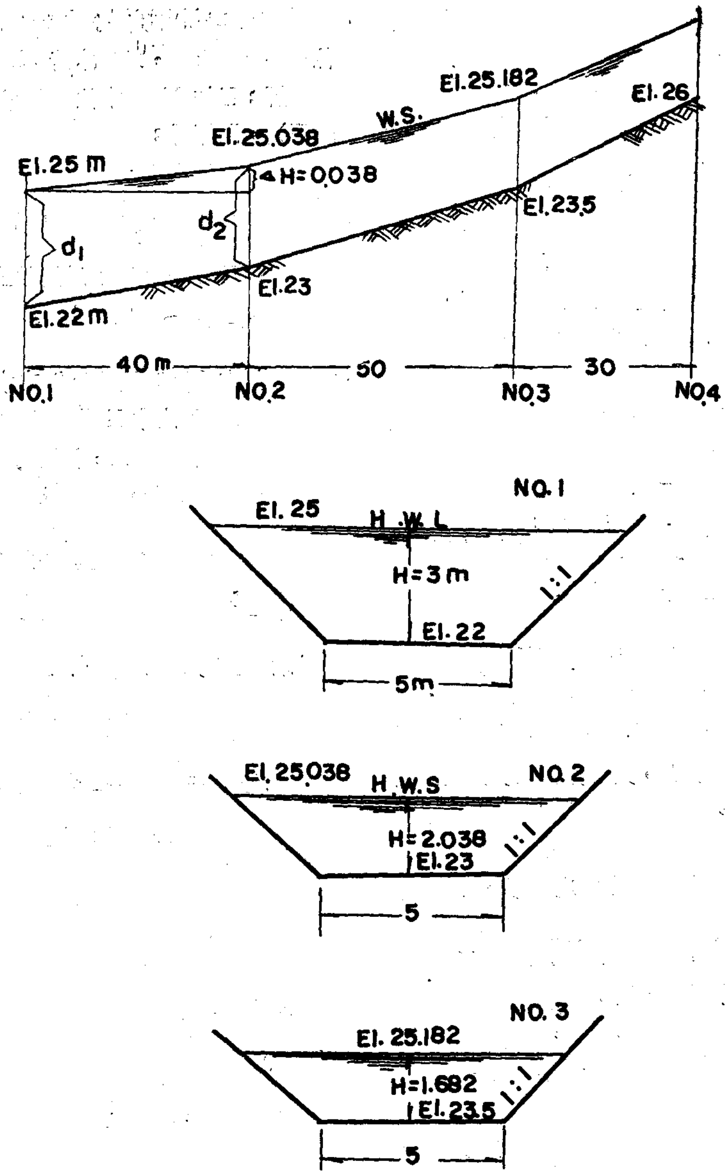


Fig. 3

$$A'_m = \frac{24+14.352}{2} = 19.176 \text{ m}$$

$$R_m' = \frac{1.779+1.333}{2} = 1.556 \text{ m}$$

$$C_m' = \frac{55.1+52.45}{2} = 53.775$$

$$\Delta h_1' = \frac{40^2 \times 12.125 \times 40}{53.775^2 \times 19.176^3} = 0.038 \text{ m}$$

故 No.2 水位近似値爲。

El.$=25+0.038=25.038$m

即 No.2 假定水位 25.039m 與本計算非常接近，故定 No.2 水位爲 25.038m。

其次係 No.2 與 No.3 區間之計算。No.2 水位 El.=25.038m，其水深 $H_2=25.038-23.00=2.038$m

$P_2=10.762$m $\qquad A_2=14.343\text{m}^2$

$$R_2 = \frac{14.343}{10.762} = 1.332\text{m}$$

$$C_2 = \frac{1}{0.02} \times 1.332^{1/6} = 52.45$$

爲推定 No.3 之水位。使 No.1～No.2 間之壅水面延長至 No.3。故 No.3 之水位爲

$El = 25.038 + 50 \times \frac{0.038}{40} = 25.085$ m

又 No.3 渠床高度為 El. 23.50m，底寬 $b=5m$，側坡為 1:1

水深 $H_3 = 25.085 - 23.50 = 1.585m$ 則

$P_3 = 9.482m$ $A_3 = 10.437m$

$R_3 = 1.100m$ $C_3 = \frac{1}{0.02} \times 1.1^{1/6} = 50.8$

故 No.2 與 No.3 平均值如次：

$$P_m = \frac{10.762+9.482}{2} = 10.122 \text{ m}$$

$$A_m = \frac{14.343+10.437}{2} = 12.390 \text{ m}$$

$$R_m = \frac{1.332+1.10}{2} = 1.216 \text{ m}$$

$$C_m = \frac{52.45+50.8}{2} = 51.65 \text{ m}$$

$\Delta\ell' = 50m$

$$\Delta h_2 = \frac{40^2 \times 10.122 \times 50}{51.625^2 \times 12.393} = 0.1597 \text{ m}$$

故 No.3 之水位為

El.$= 25.038 + 0.160 = 25.198m$

求 No.3 水位 El.25.198m 之 H P A R C 值。

但 No.3 之渠床標高 El.$=23.5m$

水深 $H = 25.198 - 23.5 = 1.698m$

斷面積 $A = 11.373m^2$

潤周 $P = 9.802m$

水力半徑 $R = 1.16m$

$C = 51.25$

而 No.2 中間斷面 A P R C 值如次

$$A_m' = \frac{14.343+11.373}{2} = 12.858m^2$$

$$P_m' = \frac{10.762+9.802}{2} = 10.282m$$

$$R_m' = \frac{1.332+1.16}{2} = 1.246m$$

$$C_m' = \frac{52.45+51.25}{2} = 51.85m$$

$$故\Delta h' = \frac{40^2 \times 10.282 \times 50}{51.85^2 \times 12.858^2} = 0.144m$$

而 No.3 水位 El.$= 25.038 + 0.144 = 25.182m$ 與假定值非常接近則 No.3 水位定為25.182m。

餘類推算，由下游逐步向上游計算其水位。本計算係定任意斷面回水曲線之高精度方法，故其計算區間需用短距離為之。

2. 回水曲線之概略算法

多數所發表有關回水曲線公式，其適用範圍僅限於特定斷面水路，故在一般任意斷面形；例如河川，自然排水路等均不適用。故對於變化較多之自然河川，水路或限於一定區間，其區間視為等速流，採用近似法計算。

(1)一定流量之任意斷面，回水曲線之計算方法。

A. 單式斷面

已知水路任意點 X_1 所對之流量 Q 及該點之水位 h_1，而 X_1 斷面之 A_1 P_1 R_1 為已知者。

但 X_1 點之流速 $V = \frac{Q}{A}$，使用 Manning 氏平均流速公式： $V_1 = \frac{1}{n} R_1^{2/3} S^{1/2}$

$$S_1 = \left(\frac{nV_1}{R_1^{2/3}}\right)^2$$

在 X_1 點 L_1 上游測點 X_2 之水位為 $h_2 = L_1S_1 +$〔X_1 點之水位（標高）〕，得知 X_2 點之水位 h_2，由 X_2 點得知斷面積 A_2，潤周 P_2，水力半徑 R_2，故 $S_2 = \left(\frac{nV}{R_2^{2/3}}\right)^2$，此 L_2 所對測點 X_3 之水位 h_3 可求得。

則由下游向上游段逐步求得每測點之水位，如圖 3 縱斷面圖所示，各水位變換點以 Free hand 做適當之修正，使之接近眞值。

本方法主要係對河川各測點不同斷面之自然水路計算計劃洪水位或回水曲線時使用。

計算例： 設河川 No.11 上游現狀之河幅，二岸堤防計劃加高，而 No.11 地點水位標高 El.$=18.29m$，河床高程 El.$=-0.665m$，水深 $H=2.494m$，底幅 $b=24m$，二岸側坡為 1:1.5 時。

潤周 $P = 32.988m$

水面幅 $B = 31.482m$

斷面積 $A = 69.186m^2$

水力半徑$R = 2.097m$

$$平均流速V = \frac{Q}{A} = \frac{137.76}{69.186} = 1.991 \text{ m/sec.}$$

糙率 $n = 0.02$

今以 Manning 氏公式，求坡降 S

$$S = \left(\frac{n\ v}{R^{2/3}}\right)^2 = \left(\frac{0.02 \times 1.991}{2.097^{2/3}}\right)^2 = 0.00059$$

故該點 100m 上游處，No.12 點水位標高為

El.$= 0.00059 \times 100 + 1.829 = 1.888$ m

No.12 地點之河床高（標高）為 El.$=-0.622m$，故該點之水深 $H=2.510m$。

以下同樣由下游段逐步向上游求得水位。

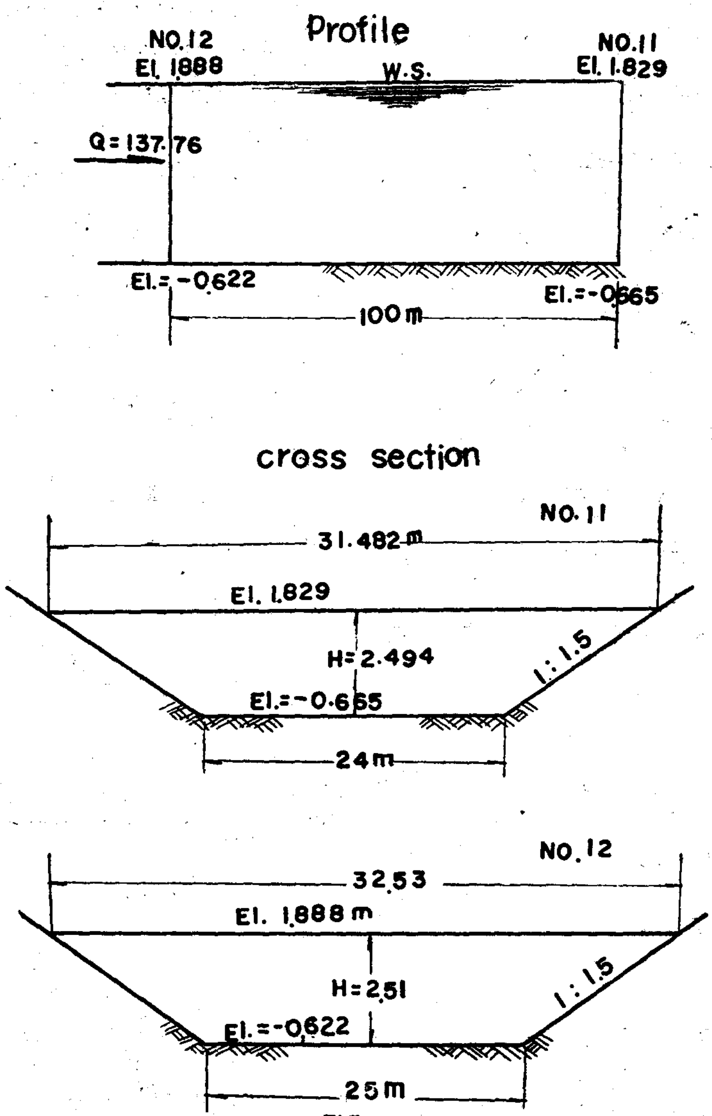


FIG. 4

B. 複式斷面

如圖5，備有低水面及高水面之複式斷面，在 BCFG 四點上引垂直線，其各段斷面積分別爲 A_1 A_2 A_3 A_4 A_5，對各斷面之潤周 P 之長度爲：

A_1 之潤周 $P_1=\overline{AB}$

A_2 〃 $P_2=\overline{BC}$

A_3 〃 $P_3=\overline{CO}+\overline{DE}+\overline{EF}$

A_4 〃 $P_4=\overline{FG}$

A_5 〃 $P_5=\overline{GH}$

各斷面之水力半徑 R 爲

A_1 之水力半徑 $R_1=\dfrac{A_1}{\overline{AB}}$

A_2 〃 $R_2=\dfrac{A_2}{\overline{BC}}$

A_3 〃 $R_3=\dfrac{A_3}{\overline{CD}+\overline{DE}+\overline{EF}}$

A_4 〃 $R_4=\dfrac{A_4}{\overline{FG}}$

A_5 〃 $R_5=\dfrac{A_5}{\overline{GH}}$

各斷面之糙率分別爲 n_1 n_2 n_4 n_5，全流量爲 Q，同一水面坡降下之水流，成立下列方程式

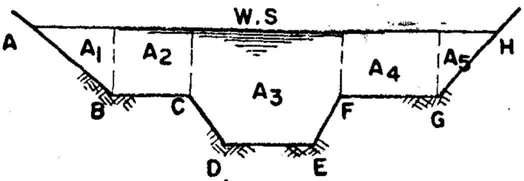


Fig. 5

$$Q=\frac{1}{n}R_1^{2/3}A_1S^{1/2}+\frac{1}{n_2}R_2^{2/3}A_2S_2^{1/2}+\cdots$$

$$\cdots\cdots\frac{1}{n_5}R_5^{2/3}A_5S_5^{1/2}$$

求水面坡降 $S=(Q/(\frac{1}{n_1}R_1^{2/3}A_1+\frac{1}{n_2}R_2^{2/3}A_2+\frac{1}{n_3}R_3^{2/3}A_3+\frac{1}{n_4}R_4^{2/3}A_4+\frac{1}{n_5}R_5^{2/3}A_5)$

與前記單式斷面之情形同，由下游逐步向上游段求得水位。

⑵既知抬高前水位，求抬高後之回水曲線計算法

本法係根據 **Meyriman** 氏解法計算回水曲線。如圖 6 之橫斷面圖，N_1-N_1 爲 A 點抬高前水位，其通水斷面積爲 a_1，潤周爲 P_1，流速係數爲 C_1。抬高後水位爲 M_1-M_1，其通水斷面積爲 a_2，潤周爲 P_2，流速係數爲 C_2，抬高前後流量 Q 同，則

$$Q=C_1a_1\sqrt{\frac{a_1}{P_1}\cdot S_1}=C_2\cdot a_2\sqrt{\frac{a_2}{P_2}\cdot S_2}$$

由上式　$S_1=\frac{h_1}{\ell_1}$　　$S_2=\frac{h_2}{\ell_2}$

前値代入上式平方之得：

$$C_1^2=\frac{a_1^3}{P_1}\cdot\frac{h_1}{\ell}=C_2^2\frac{a_2^3}{P_2}\cdot\frac{h_2}{\ell}$$

$$\therefore\ h_2=h_1\frac{C_1^2\cdot a_1^3}{C_2^2\ \ a_2^3}\frac{P_2}{P_1}$$

而 $C_1\doteqdot C_2$　　則

$$h_2=h_1\left(\frac{a_1}{a_2}\right)^3\frac{P_2}{P_1}$$

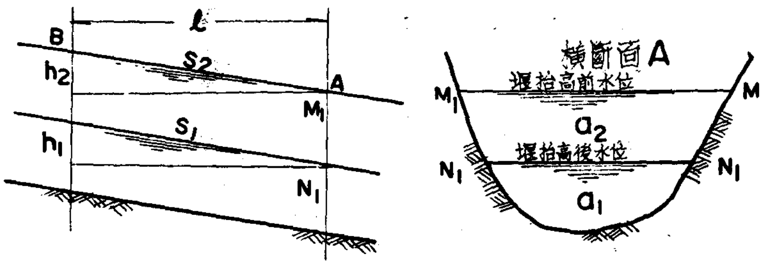


Fig. 6

降水及回水曲線有關公式

1. **Ruhlumann** 氏公式

矩形斷面之底寬比水深大者，以 **Chezy** 氏流速公式誘算之。如圖 7 所示。

設：$t_0=$ 抬高前水深

$S=$ 抬高前坡降

$Z_1=$ 堰至距離 X 上游段之堰水面高度。

$Z=$ 堰上之水深

$\ell=$ 回水長度

$B=$ 堰上前後平均水面寬度。

$$\frac{Sx}{\ell t}=\phi\left(\frac{Z}{t}\right)-\phi\left(\frac{Z'}{t}\right)\cdots\cdots\cdots\cdots(9)$$

設 $x=\ell$ 時　$\phi\left(\frac{Z_1}{t}\right)=0.006734$

則　$\ell=\frac{t}{S}[\phi\left(\frac{Z}{t}\right)-0.0067]$ 或 $\phi\left(\frac{Z}{t}\right)$

$$=\frac{S\cdot\ell}{t}+0.0067\cdots\cdots\cdots\cdots(10)$$

式中 $\phi\left(\frac{Z}{t}\right)$ 及 $\phi\left(\frac{Z_1}{t}\right)$ 値如表 1

$$t=\sqrt[3]{\frac{Q}{C^2B^2S}}$$

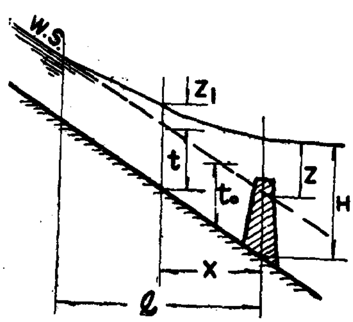


Fig. 7

表 1　回水曲線計算表　　(Ruhlumann氏公式)

$\frac{Z}{t}$	$\phi\left(\frac{Z}{t}\right)$	Δ	$\frac{Z}{t}$	$\phi\left(\frac{Z}{t}\right)$	Δ	$\frac{Z}{t}$	$\phi\left(\frac{Z}{t}\right)$	Δ
0.01	0.0067	—	0.36	1.4473	0.0167	0.92	2.1916	0.0233
0.02	0.2444	0.2377	0.37	0.4638	0.0165	0.94	0.2148	0.0232
0.03	0.3863	0.1419	0.38	0.4801	0.0163	0.96	0.2380	0.0232
0.04	0.4889	0.1026	0.39	0.4962	0.0161	0.98	0.2611	0.0232
0.05	0.5701	0.0812	0.40	0.5119	0.0157	1.00	0.2839	0.0228
0.06	0.6376	0.0675	0.41	0.5275	0.0156	1.10	0.3971	0.1132
0.07	0.6958	0.0582	0.42	1.5430	0.0155	1.20	2.5084	0.1113
0.08	0.7482	0.0524	0.43	0.5583	0.0153	1.30	0.6179	0.1095
0.09	0.7933	0.0451	0.44	0.5734	0.0151	1.40	0.7264	0.1085
0.10	0.8353	0.0420	0.45	0.5884	0.0150	1.50	0.8337	0.1073
0.11	0.8739	0.0386	0.46	0.6032	0.0148	1.60	0.9401	0.1064
0.12	0.9098	0.0359	0.47	0.6179	0.0147	1.70	3.0458	0.1057
0.13	0.9434	0.0336	0.48	0.6324	0.0145	1.80	0.1508	0.1150
0.14	0.9751	0.0317	0.49	0.6468	0.0144	1.90	0.2553	0.1045
0.15	1.0051	0.0300	0.50	0.6611	0.0143	2.00	0.3594	0.1041
0.16	0.0335	0.0284	0.51	0.6893	0.0282	2.10	0.4631	0.1037
0.17	0.0608	0.0273	0.52	0.7170	0.0277	2.20	0.5664	0.1033
0.18	0.0869	0.0261	0.53	0.7444	0.0274	2.30	0.6694	0.1030
0.19	0.1119	0.0250	0.54	0.7714	0.0270	2.40	0.7720	0.1026
0.20	0.1361	0.0242	0.55	0.7980	0.0266	2.50	0.8745	0.1015
0.21	0.1595	0.0234	0.56	0.8243	0.0263	2.60	0.9768	0.1023
0.22	0.1821	0.0226	0.57	0.8503	0.0260	2.70	4.0789	0.1021
0.23	0.2040	0.0219	0.58	0.8759	0.0259	2.80	0.1808	0.1019
0.24	0.2254	0.0214	0.59	0.9014	0.0255	2.90	0.2826	0.1018
0.25	0.2461	0.0207	0.60	0.9266	0.0252	3.00	0.3843	0.1017
0.26	0.2664	0.0203	0.61	0.9517	0.0251	4.00	5.3958	1.0115
0.27	0.2861	0.0197	0.62	0.9765	0.0248	5.00	6.4020	1.0062
0.28	0.3054	0.0193	0.63	2.0010	0.0245	6.00	7.4056	1.0036
0.29	1.3243	0.0189	0.78	2.0254	0.0244	8.00	9.4097	2.0041
0.30	0.3428	0.0185	0.80	0.0495	0.0241	10.00	11.4120	2.0023
0.31	0.3610	0.0182	0.82	0.0735	0.0240	15.00	16.4140	5.002
0.32	0.3789	0.0179	0.84	0.0975	0.0240	20.00	21.4150	5.001
0.33	0.3964	0.0175	0.86	0.1213	0.0238	30.00	31.4150	10.000
0.34	0.4136	0.0172	0.88	0.1449	0.0236	50.00	51.4160	20.0010
0.35	0.4306	0.0170	0.90	0.1683	0.0234	100.00	101.4200	50.0040

計算例：

說底寬 $b=40m$，水深 $t_0=2.0m$，水面坡降 $S=0.0005$，兩岸側坡為 1:2，（縱比橫），糙率 $n=0.035$，在水路上設堰，堰上抬高水位 3.00m 時，計算回水長度與 1500m 上游段所受回水高度 Z_1。

解：抬高前之水面寬 $=40+4+4=48m$

設堰後水面寬度 $=40+10+10=60m$

平均寬度 $B=\frac{48+60}{2}=54m$

水面抬高前斷面積 $A=\frac{48+40}{2}\times 2=88m^2$

潤　周 $P=40+\sqrt{2^2+4^2}\times 2=49m$

水力半徑 $R=\frac{A}{P}=\frac{88}{49}=1.8m$

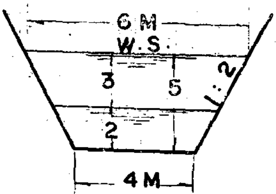


Fig. 8

$$C=\frac{23+\frac{1}{n}+\frac{0.00155}{S}}{1+\left(23+\frac{0.00155}{S}\right)\sqrt{\frac{n}{R}}}$$

$$Q=32.5\times 88\sqrt{1.8\times 0.0005}=85.8 \text{ c.m.s}$$

$$t=\sqrt[3]{\frac{Q}{C^2B^2S}}=\sqrt[3]{\frac{85.8}{32.5^2\times 54^2\times 0.0005}}$$

$$=3.85$$

而 $\frac{Z}{t}=\frac{3.00}{3.85}=0.8$　　$\frac{t}{S}=\frac{3.85}{0.0005}=7700$

由表 1 得：$\phi\left(\frac{Z}{t}\right)-0.0067=2.0495-0.0067$

$$=2.0428$$

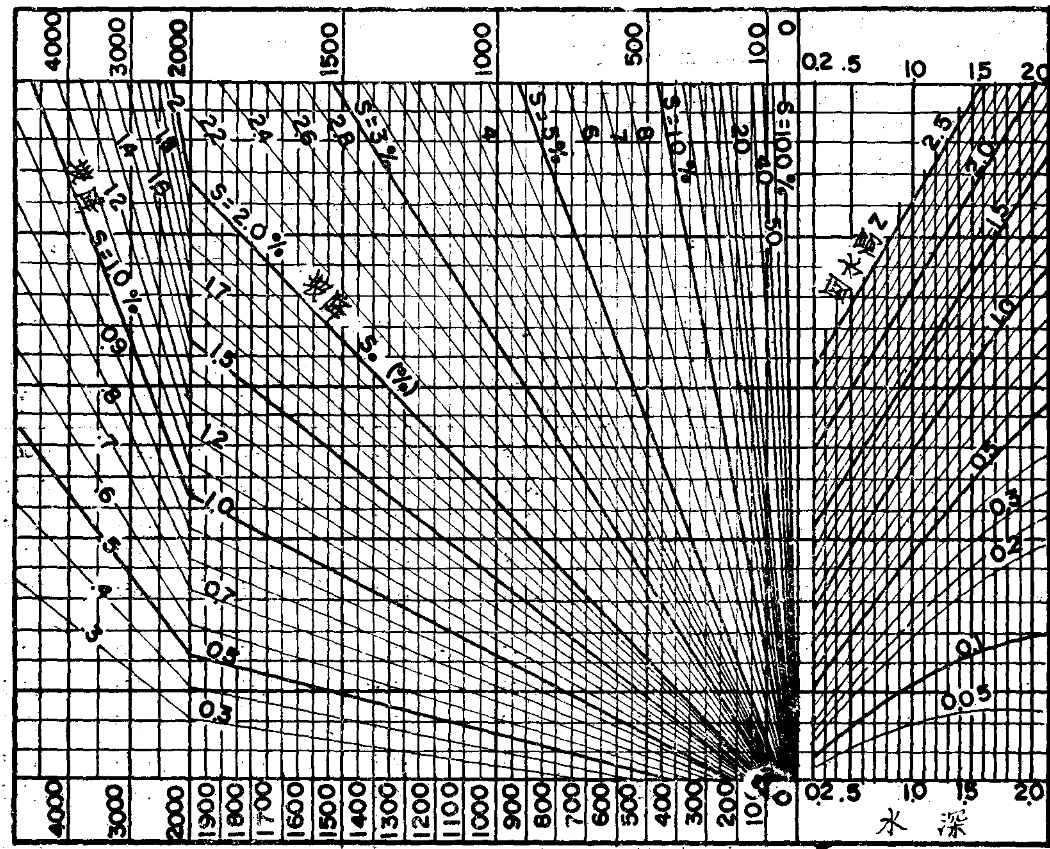
$\ell=2.0428\times 7700=15.730m$

$$\frac{Sx}{t}=\frac{0.0005\times 1500}{3.85}\doteqdot 0.2=\phi\left(\frac{Z}{t}\right)-\phi\left(\frac{Z_1}{t}\right)$$

$$=\phi\ (0.8-\phi\left(\frac{Z_1}{t}\right)=2.0495-\phi\left(\frac{Z_1}{t}\right)$$

故 $\phi\left(\frac{Z_1}{t}\right)=2.0495-0.2=1.8495$

由表 1 得 $\frac{Z_1}{t}=0.64$



回水曲線長度(M)

Fig. 9 Ruhlmann 氏回水曲線長度及回水高度

$\therefore\ Z_1=0.64\times t=0.64\times 3.85=2.463\text{m}$

Ruhlmann 氏回水曲線公式製成圖表，如圖9，計算公式示如下：

$$L=\frac{t}{J}\left[f\left(\frac{Z}{t}\right)-f\left(\frac{Z_1}{t}\right)\right]$$

式中： L ：回水曲線長度

t ：無堰時水深

S ：水路坡降

Z ：堰上水深高度

計算例：水路坡降 S=1.6%，水深 t=0.5m，回水高度 Z=1.5m。

(1)求回水曲線長度。

(2)求堰上游 360m 處之回水高度 Z_1。

(3)求回水高度 $Z_1=0.1$m 時之位置。

(1)求回水曲線長度 L

解：由圖 9，右側圖表得知，水深 t=0.5m 與回水高度 Z=1.5m 交點引一水平線與左側圖表之坡降 S=1.6% 相交得回水曲線之限界為 1,370m 。

(2)求堰上游 360m 處之回水高度 Z_1

解：回水曲線全長係根據上記(1)為L=1,370m，而 360m 處位置為 1370－360=1010m，故使用圖表左側 L=1010m 線，坡降 1.6% 之交點引一水平線與右側水深 t=0.5m 相交求 Z=0.9 與 1.0m 間，按比例分配法，得 Z=0.94m 係 360m 處之回水高度。

(3)求回水高度 $Z_1=0.1$m 時之位置。

解：由圖 9，右側圖表得：水深 t=0.5m 與回水高度 Z=0.1m 交點引一水平線與左側圖表之坡降 S=1.6% 相交得 L=355m故1370－355=1015m，係回水高度 Z=0.1m 時之距離。

2. Tolkmitt 氏公式

假定水路斷面為拋物線形，如圖 10 所示。

$$X=\frac{a}{s}\left[f\left(\frac{Z+a}{a}\right)-f\left(\frac{z+a}{a}\right)\right]\cdots\cdots\cdots\cdots(11)$$

$$\ell=\frac{a}{s}f\left(\frac{Z+a}{a}\right)\cdots\cdots\cdots\cdots(12)$$

$$a=\frac{3}{2}\cdot\frac{A}{b}=\frac{3}{2}t=\frac{3}{2}\sqrt[3]{\frac{Q^2}{C^2b^2s}}\cdots\cdots\cdots\cdots(13)$$

拋物線公式為$\left(\frac{b}{2}\right)^2=2aP$

$$\left(\frac{B}{2}\right)^2=2P\left(a+\frac{Z+z}{2}\right)=\frac{\left(\frac{b}{2}\right)^2}{a}$$

$$\left(a+\frac{Z+z}{2}\right)\cdots\cdots\cdots\cdots(14)$$

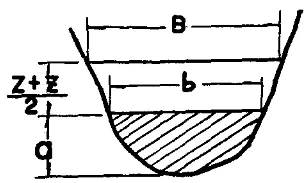


Fig. 10

由上式可計算 B 值後，使用 B 求 a 值。

$\frac{a+z}{a}$所對函數 $f\left(\frac{a+z}{a}\right)$之值，如表 2 所列。

表 2 回水曲線計算表 (Tolkmitt 氏公式)

$\frac{a+z}{a}$	$f\left(\frac{a+z}{a}\right)$	Δ	$\frac{a+z}{a}$	$f\left(\frac{a+z}{a}\right)$	Δ	$\frac{a+z}{a}$	$f\left(\frac{a+z}{a}\right)$	Δ
1.000	－∞	－	1.23	1.003	0.018	1.55	1.453	0.061
1.005	－0.102	－	1.24	1.021	0.018	1.60	1.513	0.060
1.010	+0.074	0.176	1.25	1.038	0.017	1.65	1.571	0.058
1.015	0.179	0.105	1.26	1.055	0.017	1.70	1.628	0.057
1.020	0.254	0.075	1.27	1.071	0.016	1.75	1.685	0.057
1.025	0.313	0.059	1.28	1.087	0.016	1.80	1.740	0.055
1.030	0.362	0.049	1.29	1.103	0.016	1.85	1.795	0.055
1.035	0.403	0.041	1.30	1.119	0.016	1.90	1.850	0.055
1.040	0.440	0.037	1.31	1.134	0.015	1.95	1.904	0.054
1.045	0.473	0.033	1.32	1.149	0.015	2.00	1.957	0.053
1.050	0.502	0.029	1.33	1.164	0.015	2.10	2.063	0.106
1.060	0.554	0.052	1.34	1.178	0.014	2.20	2.168	0.105

1,070	0,599	0,045	1,35	1,193	0,015	2,30	2,272	0,104
1,080	0,639	0,040	1,36	1,207	0,014	2,40	2,376	0,104
1,090	0,675	0,036	1,37	1,221	0,014	2,50	2,478	0,102
1,100	0,708	0,033	1,38	1,235	0,014	2,60	2,581	0,103
1,110	0,738	0,030	1,39	1,249	0,014	2,70	2,683	0,102
1,120	0,766	0,028	1,40	1,262	0,013	2,80	2,785	0,102
1,130	0,793	0,027	1,41	1,276	0,014	2,90	2,886	0,101
1,140	0,818	0,025	1,42	1,289	0,013	3,00	2,988	0,102
1,150	0,842	0,024	1,43	1,302	0,013	3,50	3,492	0,504
1,160	0,865	0,023	1,44	1,315	0,013	4,00	3,995	0,503
1,170	0,887	0,022	1,45	1,328	0,013	4,50	4,496	0,501
1,180	0,908	0,021	1,46	1,341	0,013	5,00	4,997	0,501
1,190	0,928	0,020	1,47	1,354	0,013	6,00	5,998	1,001
2,000	0,948	0,020	1,48	1,367	0,013	8,00	7,999	2,001
2,100	0,967	0,019	1,49	1,379	0,012	10,00	10,000	2,000
1,220	0,985	0,018	1,50	1,392	0,013	∞	∞	∞

計算例： 設 $a=2.75m$ $b=48m$ $S=0.0005$ $n=0.035$ 之水路上設堰回水高度 $Z=3.0m$ 求回水長度 ℓ 與 1500m 上游之 z 水深。

解：$A=\frac{2}{3}b\cdot a=\frac{2}{3}\times48\times2.75=88m^2$

$$R=\frac{2}{3}\cdot a=\frac{2}{3}\times2.75=1.85m$$

$$C=\frac{23+\frac{1}{n}+\frac{0.00155}{S}}{1+\left(23+\frac{0.00155}{S}\right)\frac{n}{\sqrt{R}}}=32.6$$

$$Q=32.6\times88\sqrt{1.83\times0.0005}=86.92c.m.s$$

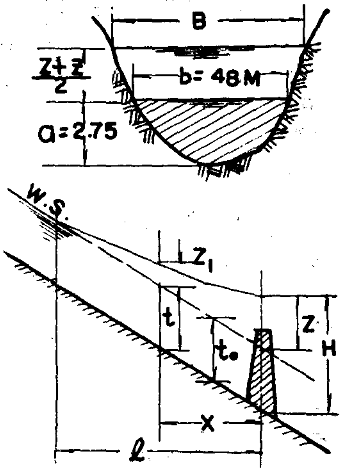


Fig. 11

拋物線公式 $\left(\frac{b}{2}\right)^2=2aP$

$$\therefore\left(\frac{48}{2}\right)^2=2\times2.75P=5.510$$

$$P=576\times\frac{1}{5.5}=104.7$$

$$X=\frac{a}{S}\left[f\left(\frac{Z+a}{a}\right)-f\left(\frac{z+a}{a}\right)\right]$$

$$=\frac{2.75}{0.0005}\left[f\left(\frac{3+2.75}{2.75}\right)-f\left(\frac{z+a}{a}\right)\right]$$

$$=5500\left[f(2.1)-f\left(\frac{z+a}{a}\right)\right]$$

由表2，查得：$\frac{a+z}{a}=2.1$時$f\left(\frac{z+a}{a}\right)=2.063$

$$X=5500\left[2.063-f\left(\frac{z+a}{a}\right)\right]$$

又 $X=1500$ 時

$$1500=5500\left[2.063-f\left(\frac{z+a}{a}\right)\right]$$

$$\frac{1500}{5500}=\left[2.063-f\left(\frac{z+a}{a}\right)\right]$$

$$\therefore\frac{3}{11}=\left[2.063-f\left(\frac{z+a}{a}\right)\right]$$

$$\therefore f\left(\frac{z+a}{a}\right)=1.793\qquad\frac{z+a}{a}=1.85$$

$$z+a=1.85a\qquad z=1.85a-a=1.85\times2.75-2.75=2.34m$$

假定水路斷面爲拋物線時，卽距堰 1500m 上游段處回水高度 z=2.34m 。

$$\ell=\frac{a}{S}\,f\left(\frac{z+a}{a}\right)=\frac{2.75}{0.0005}\times f\left(\frac{3+2.75}{2.75}\right)$$
$$=5500\,f\,(2.1)$$
$$=5500\times 2.063=11.447\ \mathrm{m}$$

同様 $Z=3.0\mathrm{m}$ $z=2.34\mathrm{m}$ $a=2.75\mathrm{m}$

$$\frac{Z+z}{2}+a=\frac{3+2.34}{2}+2.75=5.42$$

$$\left(\frac{B}{2}\right)=\sqrt{1134.948}=33.67$$

$$\therefore\ B=67.34\ \mathrm{m}$$

$$a=\frac{3}{2}\times\frac{A}{B}=\frac{3}{2}\,t=\frac{3}{2}\sqrt[3]{\frac{Q^2}{C^2\,B^2\,S}}$$
$$=\frac{3}{2}\sqrt{\frac{86.92^2}{32.6^2\times 67.34^2\times 0.0005}}\ \fallingdotseq 2.2$$

$$1500=\frac{2.2}{0.0005}\left[f\left(\frac{3.00+2.2}{2.2}\right)-f\left(\frac{z+2.2}{2.2}\right)\right]=4400\left[f\,(2.36)-f\left(\frac{z+2.2}{2.2}\right)\right]$$
$$=4400\left[2.376-f\left(\frac{2+2.2}{2.2}\right)\right]$$

$$0.341=2.376-f\left(\frac{z+2.2}{2.2}\right)$$

$$f\left(\frac{z+2.2}{2.2}\right)=2.035$$

$$\frac{z+2.2}{2.2}=2.1\qquad\therefore\ z=2.42\mathrm{m}$$

卽第二次計算依水路斷面假定爲拋物線形，堰起 1500m 上游段之回水高度爲 2.42m

$$\ell=\frac{a}{s}\,f\left(\frac{z+a}{a}\right)=\frac{2.2}{0.0005}\,f\left(\frac{z+2.2}{2.2}\right)$$
$$=4400\,f\left(\frac{3.0+2.2}{2.2}\right)=11.454\ \mathrm{m}$$

卽回水曲線之限界爲 11,454 m。

3. Schoklitsch 氏公式

本式圖解法，使用於水路斷面底幅與水深比非常大之矩形水路，用任何指數公式，流速水頭之變化可忽視之，（參照圖 12 ）。

$$L=\frac{h_0}{S_0}\left[\phi\left(\frac{h}{h_0}\right)-\phi\left(\frac{H}{h_0}\right)\right]\ \cdots\cdots\cdots(15)$$

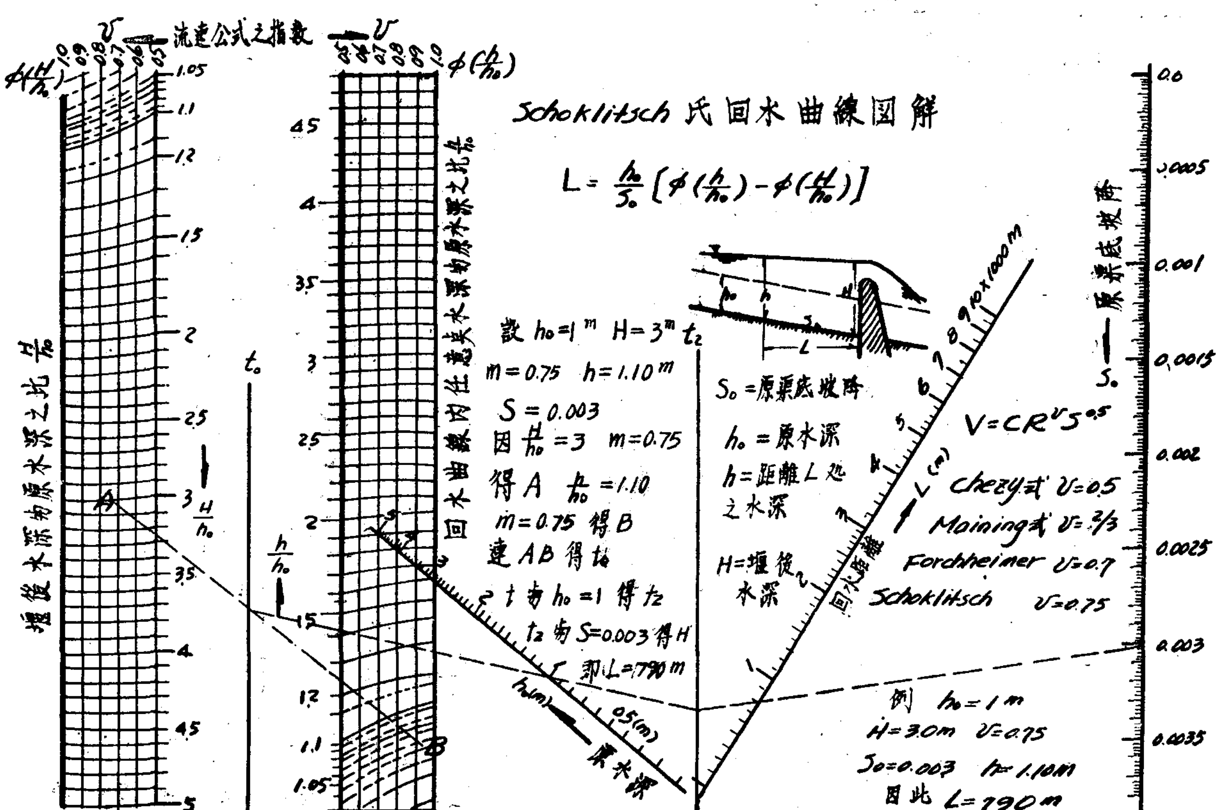


Fig. 12

4. Tolkmitt 降水曲線公式

$$X=\frac{a}{s}\left[f\left(\frac{a-z}{a}\right)-f\left(\frac{a-z}{a}\right)\right]\cdot\left[1-S\frac{C^2}{g}\right]-\frac{Z-z}{S}\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(16)$$

水路斷面爲抛物線形，使用 chezy 氏公式誘導之。

計算例： 設 B＝40m t＝0.8m S＝0.0005 之水路降水深 Z＝0.4m，求 z＝0.3m 處之距離 X 值。如圖 13 。

解：水路斷面積 $A=0.8\times40=32m^2$

$$a=\frac{3}{2}\cdot\frac{32}{40}=1.2$$

$P=41.6m$ $R=0.76m$

當 $m=1.5$ 時 $C=36.6$

$$\frac{a-z}{a}=\frac{0.9}{1.2}=0.75 \quad \therefore f\left(\frac{a-z}{a}\right)=0.808$$

$$\frac{a-Z}{a}=\frac{0.8}{1.2}=0.667 \quad \therefore f\left(\frac{a-Z}{a}\right)=0.696$$

差 ≑ 0.112

$$X=\frac{1.2}{0.0005}\times0.112\left[1-0.0005\times\frac{36.6^2}{9.81^2}\right]-\frac{0.1}{0.0005}=54m$$

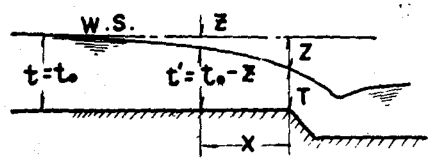


Fig. 13

表 3 Tolkmitt 降水曲線計算表

$\frac{a-z}{a}$	$f\left(\frac{a-z}{a}\right)$	表 差	$\frac{a-z}{a}$	$f\left(\frac{a-z}{a}\right)$	表 差	$\frac{a-z}{a}$	$f\left(\frac{a-z}{a}\right)$	表 差
1.00	∞	—	0.90	1.103	0.014	0.70	0.739	0.013
0.995	1.889	∞	0.89	1.075	0.028	0.69	0.726	0.013
0.990	1.714	0.175	0.88	1.049	0.026	0.68	0.713	0.013
0.985	1.610	0.104	0.87	1.025	0.024	0.67	0.701	0.013
0.980	1.536	0.074	0.86	1.002	0.023	0.66	0.688	0.013
0.975	1.479	0.055	0.85	0.980	0.022	0.65	0.676	0.012
0.970	1.431	0.048	0.84	0.960	0.020	0.64	0.664	0.012
0.965	1.391	0.040	0.83	0.940	0.020	0.63	0.652	0.012
0.960	1.355	0.036	0.82	0.922	0.018	0.62	0.640	0.012
0.955	1.324	0.031	0.81	0.904	0.018	0.61	0.628	0.012
0.950	1.296	0.028	0.80	0.887	0.017	0.60	0.617	0.011
0.945	1.270	0.026	0.79	0.870	0.017	0.55	0.561	0.056
0.940	1.246	0.024	0.78	0.854	0.016	0.50	0.506	0.055
0.935	1.224	0.022	0.77	0.838	0.016	0.45	0.454	0.052
0.930	1.204	0.020	0.76	0.823	0.015	0.40	0.402	0.052
0.925	1.185	0.019	0.75	0.808	0.015	0.35	0.351	0.051
0.920	1.166	0.019	0.74	0.794	0.014	0.30	0.300	0.051
0.915	1.149	0.017	0.73	0.780	0.014	0.20	0.200	0.100
0.910	1.133	0.016	0.72	0.766	0.014	0.10	0.100	0.100
0.905	1.117	0.016	0.71	0.752	0.014	0.00	0.000	0.100

5. 陡坡水路之水理計算

(1)應用 Bernoulli 定理求臨界點之方法。

一般貯水池之溢水道，設有溢流堰之流入口，其放水路底坡，通常開始係緩坡次第漸變爲陡坡。但常有不設溢流堰，有流入口端垂直，以陡坡水路放水之情形。前者發生臨界水深，該點稱爲臨界點

(Hydraulic Control Pont)，即發生在緩坡變移爲急坡附近。後者之情形發生在流入口。

A　後者情形（明渠式流入口）

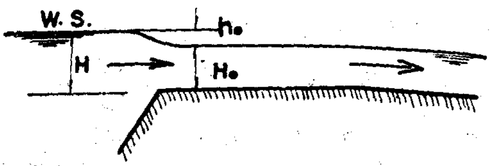
溢流道流入口如無溢流堰或其他特別調節構造物者，放水路之水流在流入口，恰爲廣頂堰溢流形態，其溢流水深 H_0 及流入速度 V_0 所產生之水頭爲 h_0 則

$$H_0=\frac{2}{3}H \qquad h_0=\frac{H}{3}$$

又　$B_m=\frac{1}{2}(B+b)$

流入量　$Q=C\,B_m\,H_0\cos\theta\sqrt{\frac{2}{3}gH}$

但　$C\doteqdot0.65$



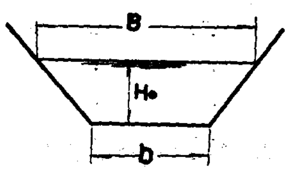


Fig. 14

流入口之上游有漸近流速時，應加計在水深H上，應用 Bernoulli 定理得：

$$h_1+\frac{V_0^2}{2g}=\frac{V_1^2}{2g}+\frac{1}{C_m^2\,R_m}\left(\frac{V_0+V_1}{2}\right)^2\ell$$

既知 Q 及斷面形，先假定 H_1 求 $R_1\,C_1\,V_1$ 及 No. 0～No. 1 間之平均值，依右邊第二項計算得：

$h_1=H_0+\ell_1\sin\theta-H_1$

求 H_1 値，其次 H_1 既知，次一區間用同樣方法計算〔參照，1項計算例〕。

B. 前者之情形

先計算緩坡至陡坡點斷面所流下計劃洪水量時之臨界水深 H_c，臨界流速 V_c，臨界通水斷面積 A_c，臨界坡降 S_c。應用 Bernoulli 定理逐步由本點向上下游段計算水深。

計算例：　設某貯水池之側渠溢道放水路之計算例。計劃洪水量 Q＝76.42 c. m. s.，水路極限放水量 $Q_{max}=115$ c. m. s.，其計劃放水路之縱斷面坡降如圖 15 所示。

側渠末端放水路測點 EC 爲緩坡，其下游爲1:10之陡坡，EC 爲控制斷面，求 EC 點之 $Q_{max}=115$ c. m. S. 所對 $H_c\,V_c$ 次求 S_c，其計算如下：

Q＝115 c. m. s　b＝4m　m＝0.3

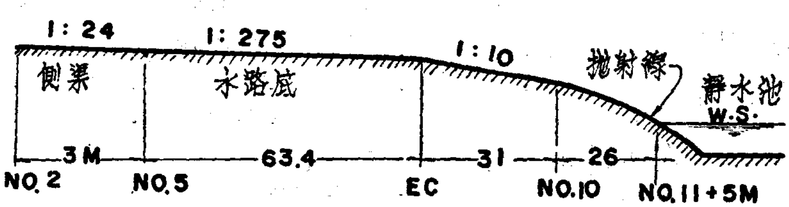


Fig. 15　放水路縱剖面圖

使用公式：$\frac{Q^2}{b^5}=g\left(\frac{H_c}{b}\right)^3\frac{\left(1+m\frac{H_c}{b}\right)^3}{\left(1+2m\frac{H_c}{b}\right)}$

計算既知數 $\frac{Q^2}{b^5}$ 値，依據試算法計算 $\frac{H_c}{b}$，求臨界水深 H_c 値，今假定 $H_c=3.953$m

$$\frac{115^2}{4^5}=9.8\left(\frac{3.953}{4}\right)^3\frac{\left(1+0.3\times\frac{3.953}{4}\right)^3}{\left(1+2\times0.3\times\frac{3.953}{4}\right)}$$

12.915＝9.8×0.964×1.367＝12.915　二者相符

故測點 EC 臨界水深 $H_c=3.953$m

臨界流速　$V_c=\sqrt{g\,H_c}\sqrt{\frac{b+m\,H_c}{b+2m\,H_c}}$

$=\sqrt{9.8\times3.953}\sqrt{\frac{4+0.3\times3.953}{4+2\times0.3\times3.953}}$

＝5.657 m/sec.

臨界坡降　$S_c=\frac{n^2\,V_c^2}{R_c^{3/4}}$

式中：　n＝0.015　　A＝20.498m²

P＝12.254m　　$R_c=1.672$

$$\therefore\ S_c=\frac{0.015^2\times5.675^2}{1.672^{4/3}}=\frac{0.0072}{1.984}\doteqdot\frac{1}{275}$$

依據上記計算 EC 點臨界水深 H_c 所對臨界坡降 $S_c=\frac{1}{275}$，而側溝末端 EC 點之計劃坡降使之等於 $\frac{1}{275}$，次求側溝末端之水深，應用 Bernoulli

定理試算如次：

由公式(7)得：

$$\Delta h=d_2+\Delta \ell' \sin\alpha-d_1$$

$$\Delta h=\frac{V_1^2}{2g}-\frac{V_2^2}{2g}+\frac{1}{C_m^2 R_m}\left(\frac{V_1+V_2}{2}\right)^2\Delta \ell'$$

式中： $\Delta\ell'$ = 上下游間之水平距離 (59.60m)

d_2 = 上游端之水深（假定4.85m）

d_1 = 下游端之水深（3.953m）

α = 水路之傾斜角（0°～13'）

V_1 = 下游端之流速（5.657m/s）

V_2 = 上游端之流速（假定3.431m/s）

Δh = 上下游水面落差

C_m R_m 係用 Kutter 氏公式計算之 C 及 R 之平均值

由上記計算值爲基準：

假定 $d_2=4.85$m

$$\Delta h=d_2+\Delta\ell\sin\alpha-d_1=4.85+0.215-3.953=1.112\text{m}$$

次爲 $A_2=33.514\text{m}^2$（値坡一邊爲 1:0.7 他岸爲 1:0.5，水路底幅 4m，水深4.85m 時之斷面積）

$$V_2=\frac{Q}{A}=\frac{115}{33.514}=3.431\ \text{m/sec.}$$

$$\frac{V_2^2}{2g}=\frac{3.431^2}{2\times9.8}=0.601$$

$$\frac{V_1^2}{2g}=\frac{5.657^2}{2\times9.8}=1.633$$

$$P_2=(2.338\times d_2)+b=(2.338\times4.85)+4.00=14.339$$

$$R_2=\frac{A_2}{P_2}=\frac{33.514}{14.339}\cdot2.34$$

$$P_1=12.2\cdots\cdots(2.088\times d_1+b\cdot2.088\times3.953+4)$$

$$A_1=20.500$$

$$R_1=\frac{A_1}{P_1}=\frac{20.50}{12.20}=1.68$$

$$Rm=\frac{1}{2}(2.34+1.68)=2.01$$

$$C_2=\frac{100\sqrt{R_2}}{m+\sqrt{R_2}}=\frac{100\sqrt{2.34}}{0.35+\sqrt{2.34}}=81.38$$

$$C_1=\frac{100\sqrt{R_1}}{m+\sqrt{R_1}}=\frac{100\sqrt{1.68}}{0.35+\sqrt{1.68}}=78.26$$

$$Cm=\frac{1}{2}(81.38+78.26)=79.82$$

上值代入(7)式得：

$$\Delta h=1.633-0.601+\frac{1}{79.82^2\times2.01}\left(\frac{5.657+3.431}{2}\right)^2\times59.6$$

$$=1.633-0.601+0.096=1.128$$

但其誤差僅 1.128－1.112＝0.016m 差值很小，則採用假定值 $d_2=4.85$m 爲側溝末端之水深，由此逐步計算側溝內之水位。但 Crest 之終點潛沒度之檢討省略。

(2) Ernest Prescot Hill 氏公式

本式使用下列假定誘導之。

A. 流速公式（Chezy 氏公式）適用於急速度之情形

B. 急坡降水路之水力半徑採用平均值。

$$V=\left[\frac{2g}{K}-e^{-KH}\left(\frac{2g}{k}-V^2\right)\right]^{1/2}\cdots\cdots(17)$$

使用上式決定上游 V 値順序，定斷面

但 H. Wadsworth 氏公式比較上式簡單，其公式如下：

$$V=\left[V_1^2-\frac{1}{e\left(\frac{VH}{V_1}\right)^2}(V_1^2-\mu^2)\right]^{1/2}\cdots(18)$$

因 Hill 氏公式與 Wadsworth 氏公式其形與結果同，但 Wadsworth 氏，其坡降 S 與 $\tan\theta$ 相反，而 Hill 氏爲 $\sin\theta$ 點不同。

但 H＝陡坡水路或任意點之垂直下降高度

V＝ H距離落下點之流速

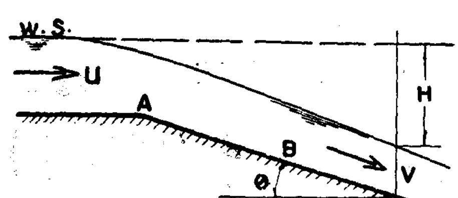


Fig. 16

，即急坡降水路之流速

μ＝最初之漸近流速，但渠床坡降在途中有變化時，個別區間分開計算，μ 値使用上游端之流速。

R＝急坡降水路之水力半徑（水路全區間之平均值）

C＝ Chezy 氏公式 $V=C\sqrt{RS}$之C值。

e＝自然對數之底數

θ＝急坡水路與水平線所成之角度

$$k=\frac{2g}{RC^2\ \mathrm{Sin}\ \theta}$$

V_H=H 高度之物體下降速度

$$\therefore\quad V_H=\sqrt{2gH}$$

V_1= Chezy 氏公式之流速

本式係一定水深時，水路幅至下游端縮小之陡坡降水路斷面之計算。先使用上游端之水力半徑，但水深一定時，其水深等於 R 値

$V_1=C\sqrt{R\cdot S}$ 略算之。

使用上式計算下游端之水力半徑與上游端水力半徑平均，再度精算 V_1 値，V_1 及 V_H 値代入(18)式，求該點之流速。

計算例： 設陡坡水路 A 點所對洪水量Q= 5.6c.m.s，水深 0.6m 底寬 4.96m，通水斷面積 29.76m²，水力半徑0.483m，而漸近流速 $V_0=\frac{5.6}{2.976}\fallingdotseq 1.9$m/s，求 A 點稍下游 10m，B 點之徒坡水路流速V 及所需寬度 B。

但水路坡降爲 1:25，水深上下游一定爲 0.60m，A 點之平均流速依據 Kutter 公式計算

$$C=\frac{23+\frac{1}{0.02}+\frac{0.00155}{0.04}}{1+\left(23+\frac{0.00155}{0.04}\right)\frac{0.02}{\sqrt{0.483}}}=43.78$$

$$\therefore\ V=43.78\sqrt{0.483\times0.04}$$
$$=6.33\ \text{m/s}$$

以此流速假定 B 點之幅度 $B=\frac{Q}{V.D}$

$$=\frac{5.60}{6.33\times0.60}=1.47\text{m}$$

假定 B 點斷面積 $A=1.47\times0.60$

$$=0.882\text{m}^2$$

潤　周 P=2.67m

水力半徑 R=0.33m

求 A,B 二斷面之平均水力半徑 R

$$R=\frac{0.488+0.33}{2}\fallingdotseq 0.4065\text{ m}$$

求平均流速 V_1

$$C=\frac{23+\frac{1}{0.02}+\frac{0.00155}{0.04}}{1+\left(23+\frac{0.00155}{0.04}\right)\frac{0.02}{\sqrt{0.4065}}}=42.25$$

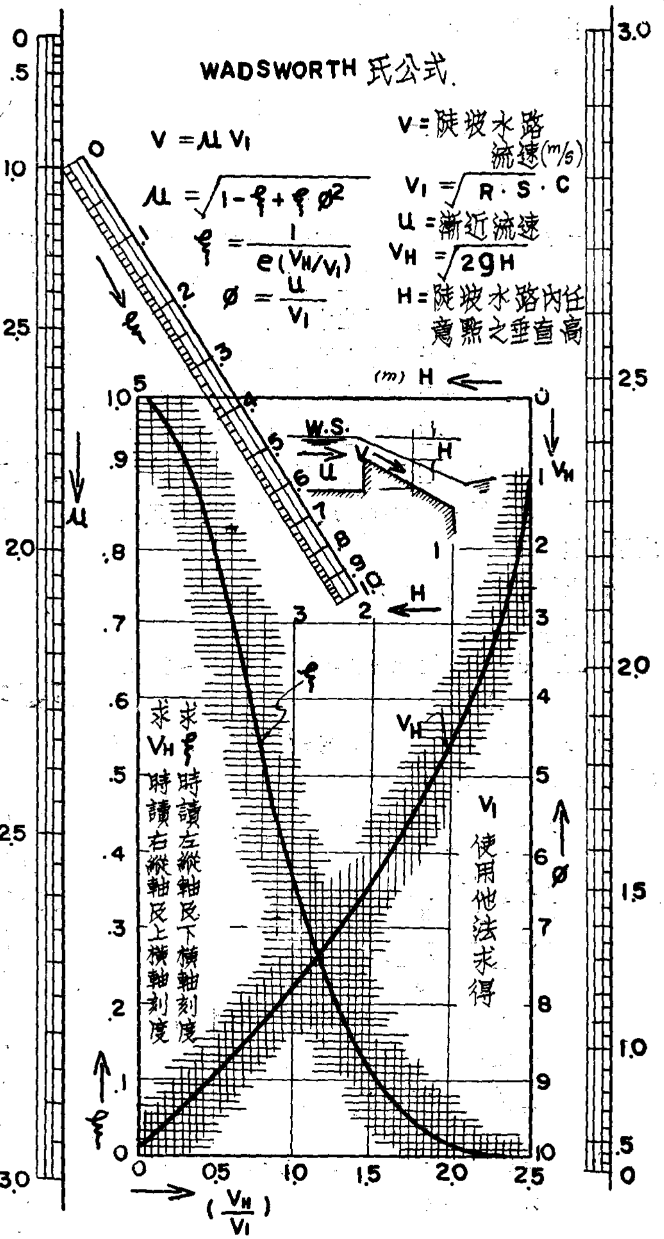


Fig. 17

$$V_1=42.25\sqrt{0.4065\times0.04}=5.49$$

$$H=S\cdot L=\frac{1}{25}\times10=0.40$$

$$V_H=\sqrt{2gH}=\sqrt{2\times9.8\times0.40}=2.8$$

代入(18)式得：

$$V=\left[5.49-\frac{1}{e\left(\frac{2.8}{5.49}\right)^2}(5.49^2-1.9)^2\right]^{1/2}$$

$$=5.3\ \text{m/sec.}$$

B 斷面所需寬度

$$B=\frac{Q}{V.D}=\frac{5.60}{5.3\times 0\,6}=1.76m$$

本計算可使用圖 17 之 Nomogram 簡便查得之。

6 渠內水躍

(1)矩形斷面水路之水躍

矩形水路所生之水躍，

其射流水深 h_1 與常流水深 h_2 間有下列之關係：

$$\left.\begin{aligned} h_1&=-\frac{h_1}{2}+\sqrt{\frac{h_1^2}{4}+\frac{2\alpha' Q^2}{g\ b^2 h_2}} \\ h_2&=-\frac{h_1}{2}+\sqrt{\frac{h_1^2}{4}+\frac{2\alpha' Q^2}{g\ b^2 h_1}}\end{aligned}\right\}\text{(19)}$$

式中： b＝ 水路底寬

$\alpha \doteqdot 1.1$

g ＝重力加速度＝9.8

Q ＝流量

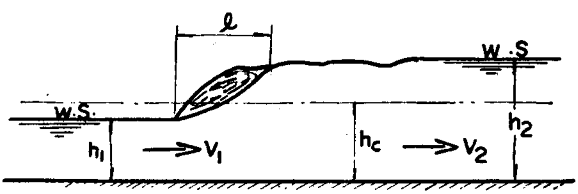


Fig. 18

假定 $\alpha'=1$ 時，上式演變如下：

$$h_2=-\frac{h_1}{2}+\sqrt{\frac{h_1^2}{4}+\frac{2V_1^2h_1}{g}}$$

$$=\frac{h_1}{2}\left(\sqrt{\frac{8V_1^2}{gh_1}+1}-1\right)=\frac{h_1}{2}\left(\sqrt{8\lambda+1}-1\right)\cdots\cdots\text{(20)}$$

式中：$\lambda=\frac{V_1^2}{gh_1}$ V_1＝ 水躍前之流速 m/s

水躍長度根據 Einwachther 氏之實驗式如次：

$$\ell=a\ (h_2-h_1)\cdots\cdots\cdots\cdots\text{(21)}$$

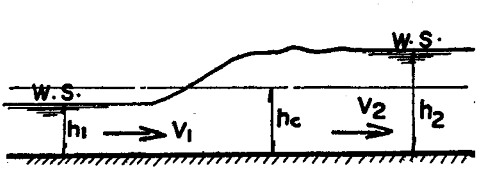


Fig. 19

式中：a ＝4.0～6.4 平均值 5.5

又水躍發生至終止之損失水頭爲：

$$\Delta h=\frac{(h_2-h_1)^3}{4\ h_1\ h_2}\cdots\cdots\cdots\cdots\text{(22)}$$

上項損失水頭包括於 (19) 式內，而射流變至常流，其水深 $\frac{h_2}{h_1}$ 小時，發生水躍之定常數波（standing wave），渦流僅發生在初波前段，此種情形謂之波狀水躍。

理論的 $1\leq\lambda<3$ 時爲波狀水躍，$3\leq\lambda$ 時爲良好水躍。

計算例：單位寬度流量爲5.6c.m.s時水深$h_1=0.7m$之射流水躍後變爲常流狀態，則下游端發生何種水深，並計算水躍所生之渦流長度。

解：由(19)及(20)式得：

$$h_2=-\frac{0.7}{2}+\sqrt{\frac{0.7^2}{4}+\frac{2\times1.1\times5.6^2}{9.8\times0.7}}=2.84m$$

$$\ell=5.5(2.84-0.7)=11.77m$$

(2)水路任意斷面之水躍

設水路任意二斷面，單位時間通過水流 Q_1 Q_2 之運動量（Momentam）爲Mass velocity，即 $\frac{W_0}{g}$，Q，V及 $\frac{W_0}{g}$，Q，V_2 其差等於二斷面作用之靜水壓力。

$$\frac{\alpha\,W_0\,Q}{g}V_1-\frac{\alpha\,W_0}{g}\ V_2=P_2-P_1$$

$$=W_0\ Hg_2\ A_2-W_0\ Hg_1\ A_1$$

$$\therefore\frac{\alpha\,W_0\,Q}{g}V_1+W_0\,Hg_1\,A_1$$

$$=\frac{\alpha\,Q\,W_0}{g}\ V_2+W_0\ Hg_2\ A_2=Fi$$

$$\therefore Fi=\frac{\alpha QV}{g}+Hg\,A \text{ 又}$$

$$Fi=\frac{\alpha Q^2}{gA}+Hg\ A\cdots\cdots\cdots\cdots\text{(23)}$$

式中： A＝ 通水斷面積 m^2

Q＝ 流量 c. m. s.

V＝平均流速 m/sec.

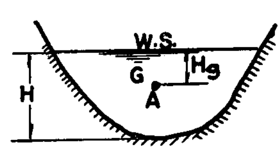


Fig. 20

Hg_1 及 Hg_2＝各斷面重心點G之水深

各斷面 Fi 上端之軌跡稱爲力積線或衝力線（Impulse line）。

水深在急變時多少伴有能量損失 $f\left(\frac{V_1-V_2}{2g}\right)^2$ 即

$$He = H_1 + \frac{V_1^2}{2g} = H_2 + \frac{V_2^2}{2g} + f\left(\frac{V_1 - V_2}{2g}\right)^2 \cdots$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (24)$$

同一底幅之水路，依據實驗決定。

$$\left(\frac{V_1 - V_2}{2g}\right)^2 = \Delta H = \frac{(H_2 - H_1)^3}{4H_1\ H_2}$$ （參照(22)式）

今對於一定流量 Q ，求各種水深 H 所對之 Fi，劃得 H, Fi 圖表時，只有一個臨界水深之外，則同一力積 Fi 所對有二個水深，此種水深爲射流所對常流水深。

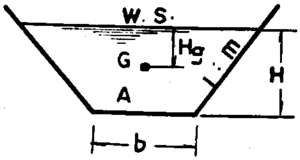


Fig. 21

故在梯形斷面時

$$Hg = \frac{H}{3}\left(\frac{3b+2mH}{2b+2mH}\right)$$

$$A = (b+m \cdot H)\ H$$

$$Hg \cdot A = \frac{H^2}{3}\left(\frac{3b+2mH}{2b+2mH}\right)(b+mH)$$

$$= \frac{H^2}{8}(1.5b+mH)$$

$$\frac{\alpha \cdot Q^2}{g \cdot A} = \frac{\alpha Q^2}{g\,(b+mH)\,H}$$

$$\therefore\ Fi = \frac{\alpha\ Q^2}{g\ (b+mH)\ H} + \frac{H^2}{3}(1.5b+mH) \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (24)$$

在矩形斷面時

$$Fi = \frac{\alpha\ Q^2}{g\ b\ H} + \frac{H^2 b}{2} \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (25)$$

以上得悉；射流水深 H_1 及常流水深 h_2，求 $\frac{\alpha V^2}{2g}$ 之射流水深 H_1 之能量水頭 He_1 及常流水深 H_2 之能量水頭 He_2 。

$$\therefore\ He_1 - He_2 = hse \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (26)$$

He_1 及 He_2 之差係水躍所生之損失水頭

參 考 書 目

1. 開渠，暗渠及び河川の流量，斷面算定例解　原澳造著
2. 水理公式集　（增補改訂版）　日本土木學會編
3. 土地改良事業設計基準
   第二部第五編水路工日本農林省編
4. 農業土木手册　日本農業土木學會編
5. Hydraulics and fluid mechanics
   by RANALD V. GILES
6. Handbook of hydraulics　by HORACE WILLAMS KING
7. Open channel hydraulics by VEN TE CHOW

上接 35 頁

10. W. A. Hall and W. S. Butcher 'Optimale Timing of Irrigatien" Journal of the Irrigation and Drainsge Division, ASCE, Vol. 94 NO2. June 1968
11. W. O. Pruitt, and M. C. Jesen, "Determine When to Irrigate" Agricuttural Fngineering, June 1955,
12. J. E. Christiansen "Pan Evaporation and Evapotranspinatwn from Clinatic Data" Journal of the Irrigation and Drainage Division ASCE Vof 94, No. IRL Juae 1968,
13. 台灣省水利局　作物灌漑試驗紀錄
    民國五十七年七月
14. 水利局旱作灌漑苗栗推行站　工作簡報
    民國五十七年十一月
15. 張建勛　嘉南地區及臺大旱作灌漑試驗報告
    民國五十三年六月
16. 張建勛
    嘉南學甲地區旱作灌漑研究試驗與示範報告
    民國五十四年一月
17. 台灣省水利局
    台灣省旱作灌漑推行計劃1967年度試驗成果摘要
    五十七年十一月
18. 台灣省水利局
    台灣旱作灌漑推行計劃歷年試驗成果摘要報告
    民國五十六年十二月
19. 台灣省水利局　台灣省旱作灌漑推行計劃
    民國五十六年四月