

雨量流量資料可用性及正確性之評價

Evaluation on the Accuracy and Availability of Rainfall and Flow Data

臺灣省水利局工程師

中華民國派赴非洲
水利工作隊副隊長

李 應 選

臺灣大學農業工程學系副教授

易 任

前 言

水利工程計劃，其為單目標或多目標，單項工程或多項連合工程，在各種不同之開發程度中，勿論規劃設計時應採用之計劃洪水量或計劃需水量，施工中所需之臨時排水量，以及完工後，營運水量控制等，首先遭遇困難而不可遽然決定者乃是水文問題；水量問題完滿合理解決後，始有完善之工程計劃，順利安全之施工，發揮經濟有效之工程效能。水文問題解決之程序為水文資料之搜集整理研究及計算，但雨量流量等基本水文資料搜集後不能逕作計算之根據，水文資料記錄年期有長有短，記錄年期愈長愈佳，但記錄年期愈長，客觀環境易於變遷，而發生不一致現象之機會增加，應就其一致性，加一研究；記錄年期短暫，計算結果，難以可靠，應就計算結果可能發生誤差之大小，加以研究。如須同時考慮數個水文站之記錄資料，應就其均一性，加以研究，然後將不合用部份除去，再作分析計算，結果必較精確；最後仍須研究結果之正確或可靠程度。一般從事水文工作人員往往收集資料後，對於資料之能否利用不先加研究，而逕予計算，並將結果用為設計，而忽略該項極重要之考驗工作，以致計劃結果與真值間發生意料不到之誤差；誤差可能使估計值過小，也可能使估計值過大，估計值過小，根據設計之水工結構物欠安全，損壞及發生災害之危險可能性較大；估計值過大則浪費而不經濟，茲就下列各項對水文資料之可用性及正確性加以討論：

- 一、雙累積曲線及F-驗算。
- 二、常態分配及機率。
- 三、水文頻率曲線及可信曲線。
- 四、利用方程式 $\log Q = M + KS$ 計算流量頻率曲線及限界曲線。
- 五、雨量流量關係曲線之可信曲線。
- 六、區域頻率曲線均一性之驗算。

一、雙累積曲線及F-驗算

(一)雙累積曲線(Double-Mass Curve)

雙累積曲線為核算各項水文資料一致性 (Consistency) 之最簡捷方法，在一區域內若有數個水文站，則可將某一水文站某項水文資料與該區域內其他各站同時期該項水文資料，加以比較，如發現前後有不一致情形，並求出前後不一致之合理人為因素後，可利用雙累積曲線加以校正，否則應求出不一致性之意義。又如某一水文站之資料中斷，亦可利用雙累積曲線補充之。

若兩個變數 (Variables) 間之關係為固定或成一定比例，則其中一個變數之累積資料與同時期中其他變數之累積資料之關係圖係一直線，即所為雙累積曲線，直線坡度即表示其關係常數。其中之變數，可為一站之水文資料，或為數站水文資料之平均值。累積曲線之坡度 (Slope) 如有折點 (Break)，即表示兩變數間之關係在此點有所變化而非為一常數。前後直線坡度變更之大小，表示兩者間關係變化程度。該項變化之發生原因甚多，有人為因素，亦有氣象之因素。雨量站位置變更，曝露程度變更及搜集方法變化等，均為人為之因素。

水文資料或為某一河流某測站之流量記錄，或為某區域內某站之雨量記錄，一般言之水文研究所需資料記錄期間愈長愈佳，但須注意者，記錄期間愈長，在某一區域之天然條件或資料收集方法變更之機會愈多，此項前後變更，即發生所謂不一致性 (Inconsistency)。前後不一致性之資料不能用作分析，如利用作為規劃設計之根據時，將導致甚大之誤差。故所有資料，在收集後分析前，應利用雙累積曲線加以校正，即該項校正工作為分析長期水文資料之第一步。除非特殊情形而無法辦到時，均須作此項驗核工作。又因為不一致性之因素甚多，吾人須將所有雙累積曲

線上所示之不一致性，均認為係由於資料搜集方法之改變，應進一步研查發生不一致性之原因及因此項原因對於資料之影響程度，俟人為之正當理由找出後，始可利用雙累積曲線校正之。

計算並繪製雙累積曲線時所用測站，如僅有兩個，則不能獲得顯明之結果，因如有坡度發生變化，則不知其變化原因係由於該兩站中何一測站之資料不一致性使曲線坡度發生變化。如欲獲得一確定之答案，繪製雙累積曲線所採用者，其一變數為一測站，其他一變數則須為一組站數 (A Pattern) 之平均值。組站數不宜太多，亦不宜太少，太多則易將水文氣象天然條件不同之測站包括在內，太少則不一致性站之水文資料易於影響組站之平均值。

雙累積曲線之關係方程式隨資料類別不同而異，例如：

1. 雨量：雙累積曲線可以下列直線方程式表之
$$y = bx \dots\dots\dots(1)$$
式中之 x 、 y 代表一站之雨量及組站之平均雨量， b 代表直線坡度。

2. 流量：雙累積曲線可以下列數個方程式表之
$$y = a + bx \dots\dots\dots(2)$$
$$y = a + bx + cx^2 \dots\dots\dots(3)$$

或
$$y = x^b \dots\dots\dots(4)$$
式中之 x 、 y 分別代表一站流量及組站流量平均值， a 、 b 、 c 為常數。

在一區域內每站之雨量或流量資料均須加以驗算，並將欲驗算某一站之雨量或流量資料之累積值作為縱坐標，區域內其他各站同時資料平均值之累積值作為橫坐標，繪製雙累積曲線，如有不一致性發生，應加刪除，重行核算。校正所用公式如下：

$$p_a = \frac{b_a}{b_o} p_o \dots\dots\dots(5)$$

式中 p_a = 校正後之雨量

p_o = 未校正前之觀測雨量。

b_a = 校正後雙累積曲線所有之坡度。

b_o = 未校正前雙累積曲線之坡度。

雙累積曲線計算繪製時須注意以下各點：

1. 不適於山區 (Mountainous Area) 雨量資料一致性之驗算。

2. 一年四季雨量相差懸殊時，雙累積曲線之繪製以季節雨量為宜 (Seasonal Basis)。

3. 不適於日雨量 (Daily Precipitation) 及暴雨量 (Storm Precipitation)。

4. 組站數目 N 之範圍宜為： $10 \leq N < 20$ 。

5. 繪製於普通方格紙上 (Arithmetic Cross-Section Paper)。

6. 為便於坡度變更正確估計起見，普通選用縱橫坐標之尺度，以使繪製而成之曲線與橫坐標成 45° 為宜。

7. 在雙累積曲線上坡度變化少於五年期者，可視為係由於巧遇，不予重視。

8. 雙累積曲線可用於雨量、流量、淤積量及雨量與逕流量關係之驗算。

9. 雙累積曲線之校正，僅限於非氣象因素所造成曲線坡度之變化。

10. 雙累積曲線之繪製，可自最近資料開始，亦可自最早資料開始，各有利弊。

11. 雙累積曲線可以驗證任一之是否屬於均之一組系中。

12. 雨量資料校正時宜偏低 (Under Adjustment) 不宜偏高 (Over Adjustment)。

例一：一流域面積內 A、B、C、D、E 等五個觀測站十七年之年雨量記錄如表(一)，試以雙累積曲線方法校正其一致性。

解：利用雙累積曲線校正其一致性之步驟如次：

1. 各站年雨量記錄如表(一)中年雨量下之 A、B、C、D 及 E 各欄。

2. 計算五站年雨量平均值，填於表(一)中平均雨量欄中。

3. 計算各站年雨量及五站年雨量平均雨量之逐年累計值，填於累積項下之 A、B、C、D、E 及平均欄內。

4. 最後一欄之五站累積平均年雨量，作為驗算個別雨量站一致性之組站累積值。

5. 利用 A、B、C、D、E 站各累積雨量分別為縱坐標，而以平均累積雨量為橫坐標，繪製雙累積曲線。核驗各站前後雨量是否一致。茲僅以 A、B 兩站之驗核為例，繪如圖(一)。

6. 由圖(一)知 E 站在 1930 年前後雨量不一致，該站不應包括於組站內，即於驗算其他各站一致性時，應予刪除。設若作此項驗算時有數站均於同一年，有不規則現象，則表示不規則之數站屬於同一組系，並非表示各站前後之不一致。

經查詢發現該 E 站於 1930 年曾經調換觀測人員，而且將 E 站移動。

再觀 A 站雨量，因其累積曲線坡度為一 1.05 之直線，中間無任何坡度變化，故表示該站雨量在記錄期

間前後完全一致。

7. 當 E 站雙累積曲線坡度變化原因查明後，即可利用雙累積曲線校正之。即將不合用時期之年雨量校正至計劃使用條件下雨量之數值。如圖(一)中 E 將 1926—30 期間中觀測記錄乘以 1931—42 累積曲線坡度與 1926—30 間曲線坡度之比較正之，則 E 站 1926—30 年期中之年雨量校正後之數字如表(一)。

表(一) E 站雨量校正計算表

年 期	P_o, mm	$P_o \times \frac{b^a}{b_o} (= \frac{1.06}{0.79}) \text{mm}$
1926	84	102
1927	71	95
1928	85	114
1929	75	101
1930	58	78

8. 年雨量經過校正後，即可用作規劃設計計算之用。

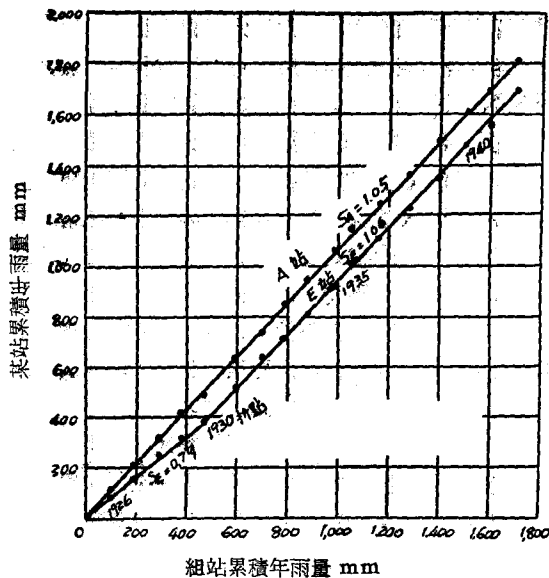
表(二) 雙累積曲線年雨量 (mm) 計算表

(Table 2. Annual precipitation in mm for double-mass curve)

year	各 站 年 雨 量 (Annual Precipitation for stations indicated) m.m.						平均 Mean	各 站 累 積 年 雨 量 (Cumulative annual precipitation for stations indicated) m.m.						平均 Mean
	A	B	C	D	E	A		B	C	D	E			
1926	101	116	78	95	84	95	101	116	78	95	84	95		
1927	101	98	104	78	71	90	202	214	182	173	155	185		
1928	107	122	103	107	85	105	309	336	285	280	240	290		
1929	105	88	83	101	75	90	414	424	368	381	315	380		
1930	80	115	93	92	58	88	494	539	461	473	373	468		
1931	136	131	152	89	143	130	630	670	613	562	516	598		
1932	118	98	117	95	113	108	748	768	730	615	629	706		
1933	98	72	80	66	74	78	846	840	810	723	703	784		
1934	111	102	83	79	114	99	957	942	898	802	817	883		
1935	109	118	75	102	93	99	1,066	1,060	973	904	910	982		
1936	80	97	86	76	105	89	1,146	1,157	1,059	980	1,015	1,071		
1937	112	108	95	108	92	103	1,258	1,265	1,154	1,088	1,107	1,174		
1938	112	95	106	124	124	112	1,370	1,360	1,260	1,212	1,231	1,286		
1939	122	102	122	100	114	112	1,492	1,462	1,382	1,312	1,345	1,398		
1940	116	121	117	95	123	114	1,608	1,583	1,499	1,407	1,468	1,512		
1941	91	78	78	84	84	83	1,699	1,661	1,577	1,491	1,552	1,595		
1942	112	93	128	116	116	113	1,811	1,754	1,705	1,607	1,668	1,708		

(二) F-驗算 (F-Test)

如經調查後仍未求出雙累積曲線變動之人為因素，則不能利用雙累積曲線加以校正，必須利用變異分析考驗法 (An Analysis of Variance Test)。



圖一. 雨量雙累積曲線

評斷變更之真正意義。此項評判雙累積曲線上坡度變更意義之圖解法，係由 Weiss 及 Wilson 所作，通常利用 R.A. Fisher 之 Z 分配，或 F-分析驗算 (變動比較驗算 Variance-Ratio Test) 法，比較計算之 F 值

與分析表中F值之大小，以決定變化之意義。

對於全體某一未知常數，可先予以假定，然後再驗算實在樣料能否自此項假定之全體中隨機抽取。驗算假定，必須推算實得樣料，從假定之全體中抽取之機率如何，如其可能性甚大，則實際觀測所得之樣料，與前所提出之假定互相並存，因此在此種情形下，實得樣料常數與假定全體常數間之差異，可以認為係隨機抽樣而來之誤差，而無充份理由，可以推翻假定，故應承認假定之正確性。如實得觀測所得樣料，從假定之全體中隨機抽取之可能性甚小，即懷疑假定本身之正確性，而不予以承認。因之一種假定之承認與否，視可能性之大小而定。可能性究應大至何程度，始能承認，隨各人之觀點而不同。但一般所採用之適當標準有二，即5%及1%之顯著水準；5%為最低之水準，而1%則為較高之水準（5% and 1% Level of Significance）。如利用此標準驗算之某一常數，若實得樣料自全體隨機抽出之機率 $\geq 5\%$ 或 1% ，則可認為可能性够大，應接受此一假定。在此情形下認為樣料與全體間之常數差異為不顯著（Unsignificance）可認為係由隨機抽樣而發生之誤差，如 $< 5\%$ 或 1% ，則認為可能性甚小，應不承認假定。在此情形下，則認為其間常數之差異為顯著（Significance），不能解釋為是隨機抽樣而生之誤差。故此項驗算係事實與假定間之差異是否顯著之一種驗算。F-值驗算即利用上項原理進行，例如在5%顯著水準驗算時，計算之F值(5.69) > 表中所列之F值(4.30)，則雙累積曲線上1933與1939年間轉折點在5%顯著水準上具有意義，即表示水文站E與該組水文站間之雨量關係，在此時發生變化，而應予承認，不應再加校正之。如顯著水準採用1%時，則應與表列F值(7.94)比較，以決定是否合理。

如不一致性既不能求出人為之因素，又以F-驗算所計算之F-值小於表列數值，即不能證明其誤差係由機會而發生，則此站水文資料，應棄而不用。

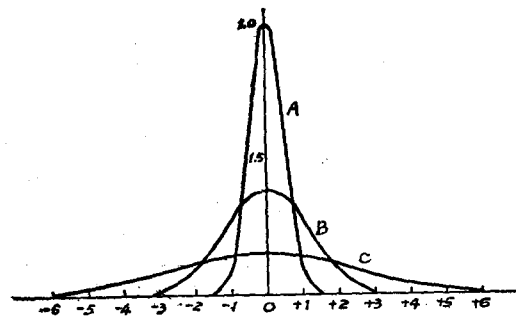
二、常態分配及機率

頻率分配之形態甚多，而常態分配（Normal Distribution）為最重要之一種分配形態，常態分配為一種理論分配（Theoretical Distribution），係根據若干假設而用數學方法推出者。常態分配不僅是一種單峯對稱分配，而且是一種連續分配（Continuous Distribution），故常態分配乃一種理論上之連續變量之頻率分配形態，因變量之各數值為連續者，數值之個數可視為無限多，而每一數值均各有其重複之次

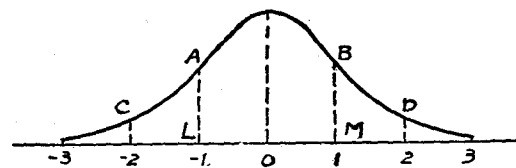
數，故在圖形上代表各數值頻率之點據，可連結成一條平滑而連續之曲線。簡言之，代表常態頻率分配之形態者，乃一條單峯對稱之連續曲線，其曲線通稱為常態曲線（Normal Curve）或常態頻率曲線（Normal Frequency Curve），常態機率曲線（Normal Probability Curve）。常態分配之圖形不僅一種而有無數種，各種常態分配雖皆為單峯對稱之連續分配，皆具有同樣之各種特性，但其圖形並非完全一律，而隨其平均數與標準差數值之大小而異，

標準差相同而平均數不同的幾種常態分配，其曲線之形狀雖毫無差異，但圖形在橫坐標上之位置則各有不同。

平均數相同而標準差不同之數種常態分配，其圖形之中心部份在橫坐標上之位置雖無變動，但曲線之



圖二 三種常態分配之圖形變量Z值



變量Z值

圖三 常態曲線之標準形式

扁平或高聳程度及向左右兩端之延伸情形則有差別，標準差愈小者曲線愈高聳，集中於平均數左右之數值愈多。標準差愈大者，曲線愈扁平，集中於平均數左右之數值愈少，例如圖(二)內之三條頻率曲線係代表三種不同之常態分配，此三者之平均數皆等於零，惟標準差不同，其中A之標準差為0.4，B之標準差為1，C之標準差為2.5。有時須將常態曲線繪於某種實在頻數分配之直方圖（Histogram）上如（圖六）以資比較，有時須某種實在次數之分配與理論上之常態分配作一綜合比較，以觀察彼此間之差異（表七）。

如某一群數值之次數分配，合於常態分配，並知其平均數及標準差之值，均可按照常態機率曲線之方程式確定某一數值佔總數之分數，介於某兩數間之數值佔總數之分數。在此群數值中隨機抽取一數，則抽

出某一數值之可能性機率為何？在此群數值中隨機抽取一數，抽出之數將介於某兩數之間之可能性為何？

代表平均數為零，標準差為1之標準常態分配之標準常態曲線 (Standard Form of the Normal Curve) (如圖三) 之方程式為

$$\phi(Z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{Z^2}{2}} \dots\dots\dots(6)$$

式 $\phi(Z)$ 為連續之標準變量 (Standard Variable)，範圍可自 $-\infty$ 變至 $+\infty$ 。

$\phi(Z)$ 為標準常態曲線在Z上之高度，亦即標準常態曲線上之縱坐標，標準常態曲線某些部份之面積，在研究水文基本資料雨量及流量之實際問題時，常感需要，惟其計算甚繁，為應用便利計，茲將其計算值列表如表三，俾便隨時查用。

表三 標準常態曲線之面積表

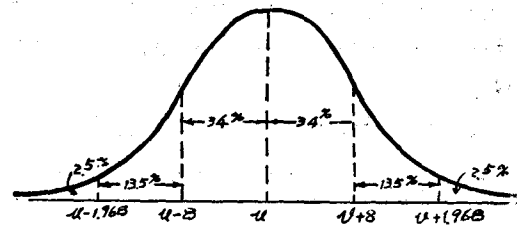
$Z = \frac{x-\mu}{\delta}$ 之值	曲線下由0至Z之面積	備註
0.00	0%	x = 變量 μ = 變量之平均值 δ = 變量之標準誤差
± 0.50	38%	
± 0.67	50%	
± 1.00	68%	
± 1.50	86%	
± 1.64	90%	
± 2.00	95.45 %	
± 2.50	98.76 %	
± 2.58	99.0 %	
± 3.00	99.73 %	
± 3.50	99.954%	
± 4.00	99.974%	
± 4.50	99.999%	
± 5.00	100%	

常態曲線有兩個轉向點 (Point of Inflection)，一在平均數減一個標準差之處，一在其平均數加一個標準差之處，如為標準常態曲線，則其轉向點，一在 $Z = -1$ 處，一在 $Z = +1$ 處，轉向線左邊之曲線如向上彎曲，其右邊之曲線則向下彎曲。

如一群數值完全合於常態分配，其平均數為 μ ，標準差為 δ ，則曲線各部份佔總數百分數如表四及圖四。

表四 常態分配各區間所佔總數之百分數表

在 \pm 各值間	在左列兩數間數值之個數佔總數之百分數或頻率
$\mu \pm 0.67\delta$	50%
$\mu \pm 1.5\delta$	68%
$\mu \pm 1.64\delta$	90%
$\mu \pm 1.96\delta$	95%
$\mu \pm 2.00\delta$	95.45%
$\mu \pm 2.58\delta$	99%



圖四. 常態分配圖

常態分配不僅可用以代表少數自然現象之頻率分配形態，並可作為許多單峰分配之第一近似形態，且為一種重要之抽樣分配 (Sampling Distribution)，可用以推算其中樣料出現可能性 (機率) 之大小，在抽樣已證明樣本甚多常數之頻率分配，皆合於或近於常態分配，因此可依常態法則，推算某種樣料被抽選出之可能性。

具有均一性數列 (Homogeneous Series) 之雨量及流量記錄多屬於或近於正常分配 (Normal Distribution)，而正常分配係均稱分配 (Symmetrical Distribution) 之特別形式。正常分配數列，其平均值 (Mean) 與中值 (Median) 相等，如實際觀測之雨量或流量資料計算結果，其平均值與中值不相等即表示其非均稱分配或為近於均稱分配，常態分配有群集於中間數值 (Central Value) 之傾向，即在中央部份有最大之頻率，而大多數值均靠近於此中心 (Center)，因此吾人需要計算中央數值，同時諸數值對中央任何一側分散 (Dispersion) 或遠離 (Scattering) 亦須計算，而諸觀測數值之算術平均法 (Arithmetic Mean of the Observation) 為一適當而滿意估量數列或中央值 (The Mean or Central Value of the Population) 之方法。

(一) 平均值

平均值亦稱算術平均 (Arithmetic Mean)，設由全體中取出一組雨量或流量資料，其算術平均為

$$M = \frac{\sum X}{n} \dots\dots\dots(7)$$

式中 M = 雨量或流量之平均值。

$X_1, X_2, X_3 \dots$ 為雨量或流量之觀測值。

n = 雨量或流量觀測總數。

M 被認為全體真平均 (The True Mean of the Population) 之最佳量度法。由任何雨量站僅有短時間之雨量記錄，自不能決定真正長期平均值 (True Long Term Mean)，若記錄年期超過30年，由之所計算之平均值與真平均值 (True Mean) 相差無幾。

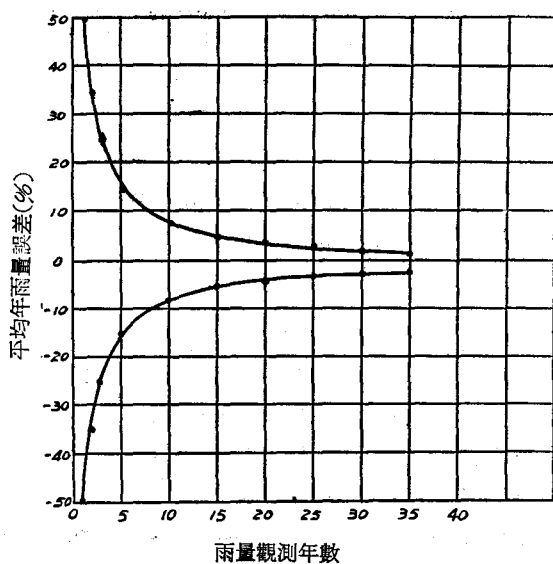
Alexander Binnie 研究不同長短雨量記錄變化 (Periodic Variation in Rainfall)，計算平均值與真平均值之誤差列如表(四)及圖(五)

表(四) 平均年雨量誤差與觀測年數關係表

觀測年數	年平均雨量與估計值真值之差 %
1	± 50
2	± 35
3	± 25
5	± 15
10	± 8.2
15	± 5.0
20	± 3.3
25	± 3.0
30	± 2.0
35	± 2.0

即以由任何五年記錄所計算之平均值作為真值，其誤差為15%，即比真值小或大15%，任何十年記錄所計算平均值之誤差可能在8.2%，任何二十年記錄所計算平均值之誤差應在3.3%以內。如有三十年到四十年之記錄，對任何頻率之誤差均為2%，此項誤差對於任何實際問題，均相當準確。

上項研究結論，觀測年期5—35年之結果均由觀測雨量記錄年期50—59年之26個雨量站所計算之平均值。1—3年之結果則由觀測雨量記錄33—97年之135雨量站計算之平均值，所採用之雨量站分佈在歐洲、美國、加拿大、南美洲、非洲、印度及亞洲，其



圖五：雨量觀測年數與年雨量誤差關係曲線

數值為所有站之平均值，個別站雨量與各該站平均值最大差約大至頂上項結果之2.35倍，並且發現上項結果不因設站地區及平均雨量大小而變化。

(二) 標準偏差

標準偏差為用來估算群數中個別數值對其平均值之離散分佈情形之標準，其值可以下式表示之。

$$S = \sqrt{\frac{\sum(x^2)}{n-1}} \dots\dots\dots(8)$$

平均值平均分配之標準偏差(The Standard Deviation of a Distribution of Means) 稱為標準誤差(Standard Error) 之算式為

$$S_x = \frac{S}{\sqrt{n}} \dots\dots\dots(9)$$

相對標準偏差或變異係數(The Relative Standard Deviation or Coefficient of Variation) C之計算式為

$$C = \frac{S}{\sqrt{n}M} \dots\dots\dots(10)$$

式中

S = 標準偏差。

S_x = 標準誤差。

C = 相對標準偏差或變異係數。

x = X - M，個別數值與平均值之差。

n = 群數個數

M = 群數之算術平均值。

資料之平均值M及標準偏差S值與觀測數目無關，而標準誤差則因觀測數目多少而有變動，觀測數目愈多，標準誤差愈小。

雨量及流量資料之頻率分佈可以視作正常分佈，流量及雨量資料之分佈如表(四)

即位於M - S_x與M + S_x間之X值約佔 $\frac{2}{3}$ 或68%，而M - 1.96S_x與M + 1.96S_x間之X值，佔全部資料之95%。

例二：大甲溪五十三年八月之流量為已知，試計算八月流量之分佈情形。參閱表(六)

1. 大甲溪等站五十三年八月份之流量記錄如表(六)中之1、2、3各欄。
2. 計算全月流量之平均值得M = 53.6cms × 10³。
3. 計算每日流量與平均值之差，如表(六)中4、5、6各欄，並平方之填入7、8、9各欄中。
4. 將各值代入上式中求得 S = 8.4、S_x = 1.51。
5. 流量分佈情形計算如表(六)。
6. 流量之頻率曲線及豎直坐標分佈計算如表(六)，

(出)及(內)、並繪如圖(內)。

標準偏差代表流量或流量等分佈範圍，就計算例而言，平均值為 $53.6\text{cms} \times 10^3$ 標準偏差為 $8.4\text{cms} \times 10^3$ ，若流量記錄係屬正常分佈者，總數 $N=31$ 之 68% 即 21 天應在 $M-S=45.2\text{ cms} \times 10^3$ 與 $M+S=62.0\text{cms} \times 10^3$ 之間，其餘 32% 即 10 天之流量非大於 $62.0\text{cms} \times 10^3$ ，即小於 $45.2\text{cms} \times 10^3$ ，因為流量甚少係正常分佈，故實際上有 23 天流量在 $45.2\text{cms} \times$

10^3 與 $62.0\text{cms} \times 10^3$ 之間，而僅有 8 天流量大於 $62.0\text{ cms} \times 10^3$ 或小於 $45.2\text{cms} \times 10^3$ 之間餘類推。因此平均值 $53.6\text{cms} \times 10^3$ 小於中值 (Median) $58\text{cms} \times 10^3$ ，其相差不大，應用之亦可在正確範圍之內，因之在水文資料之分佈常有為歪曲分佈，而表示分佈不能全部一致，但標準偏差及變異係數仍不失為極有價值之變異指示數值，而在某些水文資料中，則係正常分佈者。

表(內) 大甲溪流量表 (52年8月1日至31日)

(cms × 10 ³)											
date n	1-10 1	11-20 2	21-31 3	X-M 4	X-M 5	X-M 6	(X-M) ² 7	(X-M) ² 8	(X-M) ² 9	Median = 58. Nr = 13 < 58 Nr = 13 > 58	
1	61	44	58	7.4	- 9.6	4.4	54.76	92.16	19.36	$M = \frac{\sum X}{n} = 53.6$ $S = \sqrt{\frac{\sum (X-M)^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{2204.16}{30}}$ $= 8.4$ $C_v = \frac{S}{M} \times 100\% = \frac{8.4}{53.6} \%$ $= 15.8\%$ $S_x = \frac{S}{\sqrt{n}} = \frac{8.4}{\sqrt{31}} = 1.51$	
2	58	45	61	4.4	- 8.6	7.4	19.36	73.96	54.76		
3	61	54	58	7.4	+ 0.4	4.4	54.76	0.16	19.36		
4	65	51	54	11.4	- 2.6	0.4	129.96	6.76	0.16		
5	76	54	54	22.4	+ 0.4	0.4	501.76	0.16	0.16		
6	68	58	51	14.4	4.4	- 2.6	207.36	19.36	6.76		
7	58	54	51	4.4	0.4	- 2.6	19.36	0.16	6.76		
8	51	51	51	- 2.6	- 2.6	- 2.6	6.76	6.76	6.76		
9	54	51	48	+ 0.4	- 2.6	- 5.6	0.16	6.76	31.36		
10	44	54	41	- 9.6	0.4	- 12.6	92.16	0.16	158.76		
11			29			- 24.6			605.16		
Σ	596	516	556				987.48 98.92	22.00 186.40	93.80 815.56	1103.28 1100.88	
							1086.40	208.40	909.36	2204.16	
Grand Total			1668								
M			53.6								
difference $1668 - 53.6 \times 31 = 6.4$											

表(出) 記錄分配計算表

(Computation of record-distribution)

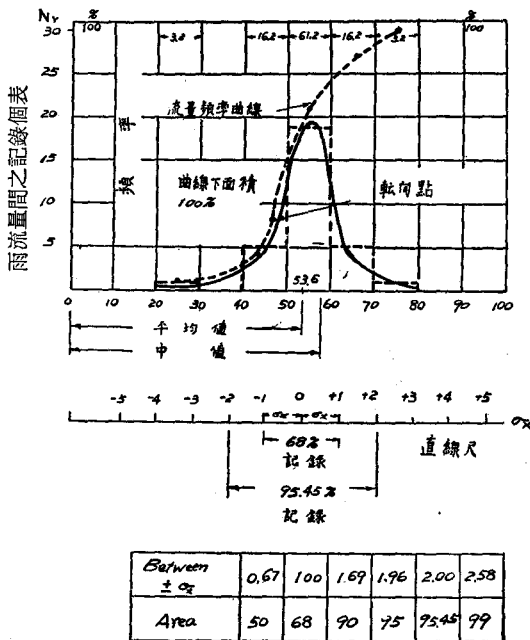
A	M-AS	M+AS	Area	Record Expected	Record Actual
0.67	48.0	59.2	50%	16	20
1.00	45.2	62.0	68%	21	23
1.64	39.8	67.4	90%	28	28
1.96	37.1	70.1	95%	29	29
2.00	36.8	70.4	95.45%	30	29
2.58	32.0	75.2	99%	31	29
3.00	28.4	78.8			
4.00	20.0	87.2			
5.00	11.6	95.6			

常態分配如圖四
(Normal distribution)

表(六) 直方圖計算表
(Computation of Histogram)

Flow cms $\times 10^3$	Nr. of record between intervals	% of record	m	Frequency $\frac{m100}{n+1}\%$	Remarks
20-29	1	3.2	1	3.1	n=31
30-39	0		1	3.1	
40-49	5	16.2	2-6 4	12.5	
50-59	19	61.2	7-25 16	50.0	
60-69	5	16.2	26-30 28	87.5	
70-79	1	3.2	31	96.7	
total	31				

直方圖



圖六 流量頻率曲線

三、水文頻率曲線及可信曲線

在計算設計雨量或流量數值時，根據計算之樣本愈多，則所計算之設計雨量或流量愈正確。例如吾人欲計算某河流十年發生一次之洪水量，如果所根據之流量資料僅有十年，則計算結果誤差必大，蓋因計算結果係根據一個樣本 (Sample)。如用一百年之洪水記錄計算同樣十年一次之洪水，則所得結果誤差必減少甚多，因計算所根據之樣本是十個而非一個。如再用一千年之洪水資料或一百個樣本計算，則所得結果之誤差必小至可以忽略不計。反之，如所用之洪水

記錄僅有五年，則平均十年發生一次之洪水誤差，可能達到 100% 或更大，蓋因所根據之樣本不足一個。質言之可能發生之錯誤，完全由於樣本個數，而非由於資料之運用。

雖然在決定洪水量大小時，所用之樣本愈多，所計算之結果愈正確，但一般言之，大約十個獨立樣本，即可以得到相當滿意之結果。亦即利用機率方法，可以用五十年之洪水流量記錄，以決定一年一次，二年一次，甚至五年一次之計劃洪水量，但僅用五十年洪水之記錄而決定一百年一次或一千年一次設計洪水量時，此項方法，實顯不足，甚至造成甚大之誤差。由此可知，利用純統計方法，以計算洪水量頻率曲線，須有相當長期之資料方屬正確。

研究某項事物之全部範圍 (或全部個體) 稱為全體 (Population)。在全體中選取一部份個體，加以觀察，而用此一部份資料作為研究全體整個情況之根據，則此一部份資料，稱為全體之一個樣料 (Sample)。用隨機抽樣法，獲得之樣料，稱為隨機樣料 (Random Sample)。樣料又有大小之分，包括甚多數值之樣料，稱為大樣料 (Large Sample)。包括少數數值之樣料，則稱為小樣料 (Small Sample) 唯大小之分，無一定之客觀標準，一般認為包括三十項以上之數值樣料，即成為大樣料。但亦有採用五十或一百為劃分大小樣料之標準者。

樣料內各數值之頻率分配之形態，稱為樣料分配 (Sample Distribution)。全體內各數值之頻率分配形態，則稱為全體分配 (Population Distribution)。全體內之諸數值，如合於常態分配，則稱為常態全體 (Normal Population)。為便於識別起見，樣本之各常數，以拉丁字母表之，如 M、S 及 P。全體或理論分配之各種常數，以對應之希臘字母表之，如 μ 、 σ 及 π 。

根據樣料之資料，以推斷或估計全體之特性或相互關係，即由局部推論全體，由已知推論未知，稱謂統計推論 (Statistical Inference)。例如根據樣料之平均數，以估計其全體之平均數；根據樣料之標準差，以估計其全體之標準差，此項推論之根據，為抽樣之分配。所謂抽樣分配，即從同一全體中，所抽取之各種可能樣料某種常數之頻率分配，應用數學方法，可以推論其抽樣分配之方程式，平均值及標準差。根據某項事物之此三者，則各種可能樣料之分佈狀況完全了解，任何一個或數個樣料被抽出之可能性 (機率) 為何，均能推估。抽樣分配之標準誤差 (Standard Error) 十分重要，即將全體常數 (Param-

ter) 視為真值，而將樣料常數 (Statistic) 視為估計值，並將樣料常數與全體常數之差，視為由隨機抽樣而生之誤差，普通欲估計全體之常數 (Estimating Population Parameters) 時，採用以下兩個步驟：

(一) 點估計 (Point Estimation)：根據樣料常數求其全體常數之一最佳估計值 (The Best Single Estimate)。獲得一最佳估計值，常利用大樣料之理論，即採用樣料之某種常數作為其全體之某種常數估計值。

(二) 範圍估計 (Interval Estimate)：以估計值為中心，確定一段範圍，使全體常數之真值，包括在此範圍內之可能性甚大，換言之以估計值為中心，確定一段可信範圍 (Confidence Interval)。蓋由樣料所求得之估計值與其真值相較，總不免有誤差，但誤差究為若干，無法確定，因之只能用機率之方式，表示出估計值與真值可能相差之限度，可能相差之限度愈小，則估計值之可靠性愈高。

例如根據樣料之平均值 M ，以估計其全體之未知平均值 μ ，則第一步以 M 為 μ 之估計值，第二步則可依據 M 之抽樣分配形態及標準差，確定誤差 e 之值。估計值變為 $M \pm e$ 之形式，並顯示全體之平均值 μ ，包含於 $M - e$ 與 $M + e$ 兩限界內之機率為何。

上例中由 $M - e$ 與 $M + e$ 之一段範圍，即所謂可信範圍。而 $M - e$ 與 $M + e$ 兩者，則稱為可信限界 (Confidence Limits)。如估計值非一點，而為一曲線，則可信範圍之上下兩限界亦為曲線，稱為可信曲線 (Confidence Curve)，或限界曲線 (Limit Curve)。估計值可用之範圍有 50%、90%、95%、99% 多種。50% 之可信範圍，表示全體常數之真值，包含在此範圍內之機率為 50%。95% 之可信範圍，則表示真值包含在此範圍內之機率為 95%。

任何形狀之頻率曲線，可以計算其真正頻率曲線 (Real Frequency Curve) 之變遷，確信限於其對應之上下兩限界曲線之內。任何頻率曲線繪出，並知其記錄年期後，可以下式計算上下限界曲線與頻率曲線在任何部份之距離。

$$d = \frac{1.224}{\sqrt{n}} \dots\dots\dots(11)$$

式中 d = 可信曲線與上下兩限界曲線間之水平 (頻率) 距離。

n = 資料年期或個數。

1.224 = 理論常數，相當於 90% 可信曲線。

相當於其他各種不同尺度可信之常數如表 (內)

表 (內)：可信尺度及可信常數表

可 信 尺 度 %	可 信 常 數
50	0.828
80	1.073
90	1.224
95	1.358

頻率曲線之正確性，可以上下兩可信曲線之寬度表示之，其值視數值 n 及可用資料而定，如欲決定正確性 7.5% 頻率單位之頻率，則在上下兩可信曲線與頻率曲線間之距離，必須小於 $d = 0.075$ 單位，在此情形下，並採用 80% 之可信尺度 (Confidence Level)，則最少所需之資料個數為

$$n = \left(\frac{1.073}{d} \right)^2 = \left(\frac{1.073}{0.075} \right)^2 = 204$$

此可信曲線，可以用為驗算與此相同頻率曲線之新資料。

Gumble 氏計算對於最大值分佈 (Extreme Value Distribution) 之 $\frac{2}{3}$ (68% 之可信限界如下：

(一) 在中值附近之可信限界——適用於頻率 0.15 至 0.85 間部份——上下限界以下式表之：

$$\frac{1}{\alpha} \left(\frac{T}{n} \right)^{\frac{1}{2}}$$

式中 T = 再發生年數。

n = 資料個數。

$$\alpha = \text{常數} = \frac{1}{0.77970s}$$

(二) 頻率 0.96 至 0.999 之間部份，上下限界則由式 0.00966S 表之。

式中 S = 標準偏差。

一般言之，若所有之觀測值，描繪點位於上下可信限界範圍內時，則極大值之理論可以應用，即頻率曲線可以採用而不致發生較大之誤差。而各種頻率之水文資料實際發生之機會，可以下式計算之，

$$P_n = (1 - J)^n \dots\dots\dots(12)$$

式中 $J = \frac{1}{T_r}$ = 在任何一年內該事項所發生之機會 $\dots\dots\dots(13)$

$$T_r = \frac{n+1}{m} = \text{序次為 } m \text{ 之事項平均再發生之機會} \dots\dots\dots(14)$$

n = 年數或次數

m = 事項之序次。按大小排列，最大者為1，次大者為2，再小者為3……，依次類推。

J = 再發生年數 T_r 或發生機會為 F 在 n 年內為最大之發生機會。

$P = 1 - J$ = 事項在任何一年內所不發生之機會。

P_n = 事項在 n 年內所不發生之機會。

$J_n = 1 - P_n = 1 - P^n$(15)

式中 J_n = 事項在 n 年內發生之機會。

以上之公式可以五十年洪水在十年內發生機會之多寡解釋之，並誘導如下：

50年一次之洪水，在任何一年內有等於或大於0.02之發生機會，即五十年洪水在任何一年內有等於或小於 $1 - 0.02 = 0.98$ 不發生之機會。如在連續十年期中，每年一次之洪水等於或小於五十年一次洪水時，則五十年之洪水在十年內將成爲最大。因每年發生或不發生之機會，彼此不相關連，即各自獨立，其發生或不發生之或然率等於其乘積。因此 0.98^{10} 代表在十年內五十年洪水爲最大洪水之機會，即五十年洪水在十年內不發生之機會。 $1 - 0.98^{10}$ 爲五十年洪水在十年內實際發生之機會，故一般公式可以寫作式(12)及式(15)。式中之三項，任二項已知，則可計算第三項。故由上二式則對於以下四項問題，可以作進一步之了解：

問題	已知	欲知	表號
1	$P_n J$	n	表(十)
2	$n.P_n$	J	表(十一)
3	$P_n.n$	J	表(十二)
4	$T_r.n.P_n$	J	表(十三)

根據以上各項情形，計算得表(十)、表(十一)、表(十二)及表(十三)，茲舉例計算說明如下：

(一)已知 P_n 及 J ，求 n 。

根據式(12)即可計算各種不同大小洪水在指定年期內實際發生機會若干之年期如表(十)。茲以再發生年數100之洪水在29年內實際發生之機會爲25%，舉例計算如次：

例三：因 $T_r = 100$ ，則 $J = 0.01$ ， $P_n = 0.75$ ，

$$\text{則 } 0.73 = (1 - 0.01)^n$$

$$n \log 0.99 = \log 0.73$$

$$n = \frac{\log 0.73}{\log 0.99} = \frac{-0.124949}{-0.004365} = 29$$

即表示平均100年一次之洪水在29年內不發生之

機會爲75%，發生之機會爲25%。

表十 再發生年數之理論分佈

平均再發生年數	實際發生年數，超過各種時間之百分數						
	1%	5%	25%	50%	75%	95%	99%
T_r							
2	8	5	3	1	0	0	0
5	22	14	7	3	1	0	0
10	45	28	14	7	3	0	0
30	137	89	42	21	8	2	0
100	459	300	139	69	29	5	1
1,000	4,620	3,000	1,400	693	288	51	10
10,000	46,200	30,000	14,000	6,932	2,880	513	100

(二)已知 n 及 P_n ，求 J ，

由式(12)亦可根據各種不同記錄年期，計算各種機率之平均再發生年數如表(十一)。茲以根據記錄年期10年之資料，計算機會1%之不再發生年數如下：

例四： $n = 10$ ， $P_n = 0.01$

$$\text{則 } 0.01 = (1 - J)^{10}$$

$$\log 0.01 = 10 \log(1 - J)$$

$$\log(1 - J) = \frac{\log 0.01}{10} = \frac{-2}{10} = -0.2$$

$$1 - J = 0.631 \quad J = 0.369$$

$$\therefore T_r = \frac{1}{0.369} = 2.71 \text{ 年。}$$

即表示在以後10年之記錄內，2.71年洪水不再發生之機會爲1%。亦即示996年洪水再發生之機會爲1% (即 $1 - 0.99$)。

表十一 各種機率之平均再發生年數表

序數 m	記錄年數 n	機 率				
		0.01	0.25	0.50	0.75	0.99
1	2	1.11	2.00	3.41	7.46	200
	5	1.66	4.13	7.73	17.9	498
	10	2.71	7.73	14.9	35.3	996
	20	4.86	14.9	29.4	70.0	1,990
	60	13.5	43.8	87.0	209.0	5,970
2	3	1.06	1.48	2.00	3.06	17.0
	6	1.42	2.57	3.78	6.20	37.4
	11	2.13	4.41	6.76	11.4	71.1
	21	3.61	8.12	12.7	21.8	138
	61	9.62	23.0	36.6	63.4	408
3	4	1.05	1.32	1.63	2.19	7.10
	7	1.31	2.06	2.75	3.95	14.1
	12	1.86	3.32	4.62	6.86	25.6
	22	3.03	5.86	8.35	12.6	48.6
	62	7.76	16.1	23.3	35.8	140
4	5	1.03	1.24	1.46	1.83	4.50
	8	1.25	1.80	2.27	3.04	8.26
	13	1.70	2.77	3.63	5.02	14.4
	23	2.67	4.72	6.36	8.98	26.6
	63	6.63	12.5	17.2	24.8	75.2

三) 已知 P_n 、 n 求 J ：

利用計算表(十)之同樣方法，作不同之安排，則計算出各工程計劃壽命期中，對各不同冒險程度之再發生年期如表(十二)。茲以工程壽命100年，冒險程度1%之洪水再發生年期為例，計算如次：

例五： $J=0.01$ 即 $P_n=0.99$ ， $n=100$

$$\text{代入式(12)中， } 0.99 = (1-J)^{100}$$

$$\log 0.99 = 100 \log(1-J)$$

$$\log(1-J) = \frac{\log 0.99}{100} = \frac{\bar{1}.995635}{100}$$

$$= \frac{-0.004365}{100} = -0.00004365$$

$$= \bar{1}.99995635$$

$$1-J = 0.99989$$

$$J = 0.00011 \text{ 故 } T_r = \frac{1}{0.00011} = 9100 \text{ 年}$$

即表示9100年一次之大洪水，在工程計劃完成後之壽命100年期中之冒險程度為1%

表(十二) 各工程計劃壽命年期中對於指定冒險機率所需之再發生年數

允許冒險程度	希望工程計劃壽命				
	1	10	25	50	100
0.01	100	910	2,440	5,260	9,100
0.10	10	95	238	460	940
0.25	4	35	87	175	345
0.50	2	15	37	72	145
0.75	1.3	8	18	37	72
0.99	1.01	2.7	6	11	22

四) 已知 T_r 、 n 求 J

如欲表示各種不同大小之洪水，在各種不同工程壽命期中所發生之機會，則可採用同樣之計算方法，如表(十三)。表中表示平均五十年一次洪水，在工程完成後之10年內，所發生之機會18%，500年內發生之機會為100%，即表示平均50年一次之洪水在工程完工後500年內，定會發生。

例六： $T_r=50$ 、 $J=0.02$ ， $P_n=0.98$

$$\text{代入式中則 } P_n = (1-0.02)^{10}$$

$$\log P_n = 10 \log 0.98 = 10 \times \bar{1}.991226$$

$$= 10 \times (-0.008774) = -0.08774 = \bar{1}.91226$$

$$P_n = 0.817 \approx 0.82$$

$$J = 1 - 0.82 = 0.18 = 18\%$$

即表示50年一次之洪水在10年內發生之機會為18%。

表(十三) 各種不同再發生年期之洪水在各種不同年期中之實際發生機率

再發生年期	機 率							
	1	5	10	25	50	100	200	500
1	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
2	0.5	0.97	0.999	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
5	0.2	0.67	0.89	0.996	1.0	1.0	1.0	1.0
10	0.1	0.41	0.65	0.93	0.995	1.0	1.0	1.0
50	0.02	0.10	0.18	0.40	0.64	0.89	0.98	1.0
100	0.01	0.05	0.10	0.22	0.40	0.63	0.87	0.993
200	0.005	0.02	0.05	0.12	0.22	0.39	0.63	0.92

欲計算雨量或流量頻率曲線之可信曲線，必須先計算雨量或流量之頻率曲線。茲說明兩種雨量或流量頻率曲線之計算方法，並計算其可信曲線如下：

(一) 水文站記錄年期不長，須利用附近較長記錄之其他測站延長雨量或流量記錄者，計算步驟如下：

1. 搜集資料，可能時補充延長記錄之年期。
2. 按大小次序排列。
3. 計算各值之頻率。
4. 描繪頻率曲線。
5. 計算可信曲線。
6. 描繪可信曲線。
7. 查各頻率之最大洪水量。

茲以美國某一河流1933年—1955年之最大年流量記錄計算如下：

例七：

1. 搜集流量資料，並估計該站無流量資料期間1914—1932之最大年流量資料。如表(十四)，其中有括號者表示補充資料。

2. 將最大年流量資料按大小序次排列之。

3. 計算各流量之頻率。

4. 描繪頻率曲線如圖(七)，繪點時補充資料不須繪入。

5. 計算可信曲線，採可信程度為90%。

流量記錄補充增長後之校正記錄年期為

$$n' = n + 19 \times 0.5 = 18 + 19 \times 0.5 = 27。$$

0.5 = 校正係數，計算方法詳後。

$$d = \frac{1.224}{\sqrt{27}} = 23.5\% \text{ 頻率單位。}$$

若 $d = 7.5\%$ 頻率單位

$$\text{則 } n = \left(\frac{1.224}{0.075}\right)^2 = 267 \text{ 個資料，即須 267 年之流量記錄。}$$

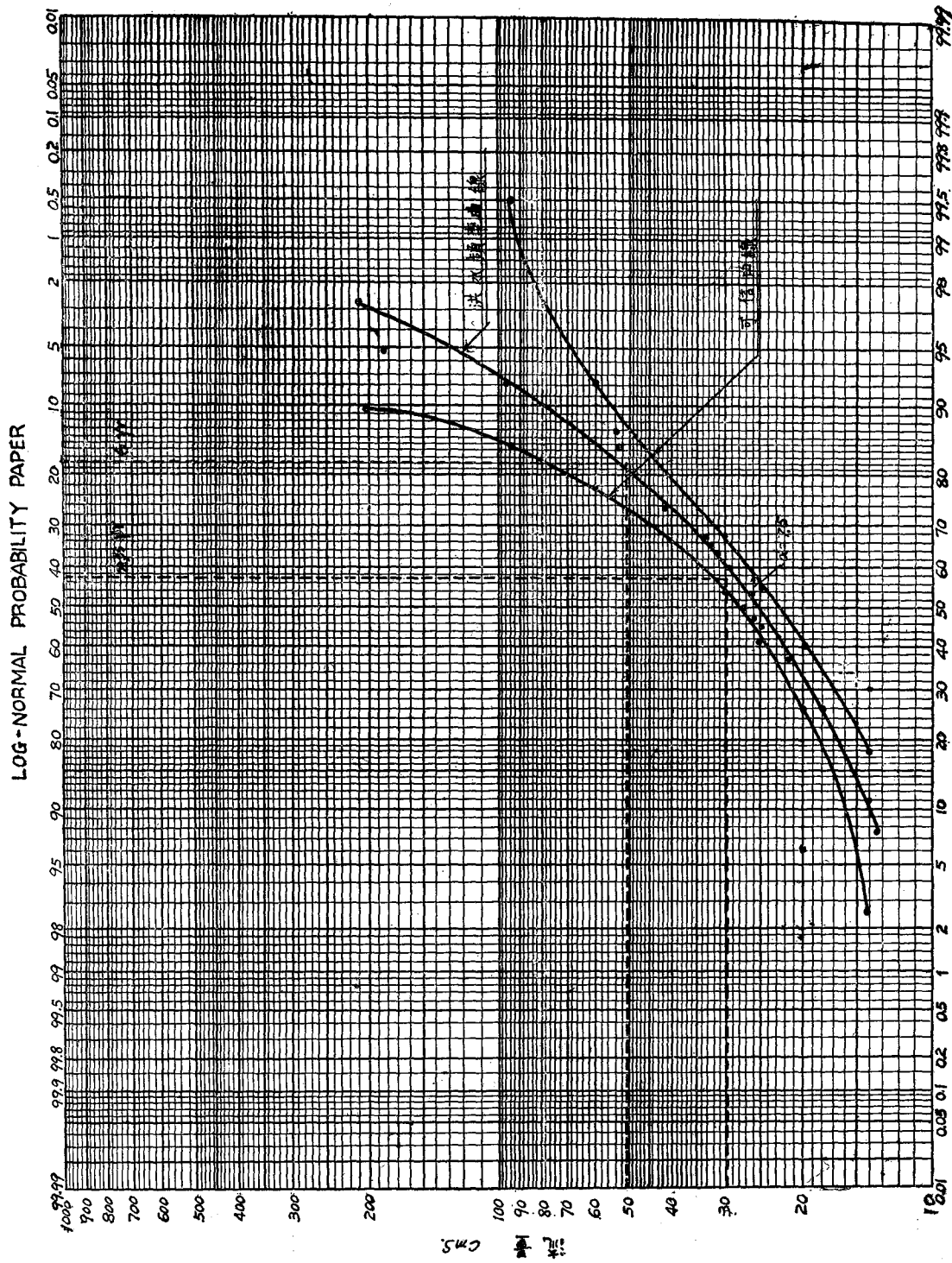
6. 描繪可信曲線。

7. 由圖(七)查出對應於各種頻率之最大年流量，及可信範圍。

圖(七)之可信曲線為相當於 $d = 7.5\%$ 頻率單位及 90% 之可信範圍者。頻率曲線上各點，代表由已知水文資料推估之洪水量估計值。其真值在上下兩可信曲線範圍內之機率為 90%，在上下兩可信曲線範圍外之機率為 10%。然有 5% 機會大於上可信曲線，有 5% 小於下可信曲線。例如 5 年或頻率 20% 之年洪水量估計值為 49cms，真值介於 41cms 及 68cms 間者佔 90% 之機會。大於 68cms 之機會及小於 41cms 之機會，各為 5%，如以 49cms 作為設計之根據，應考慮將來遭遇大於及等於 68cms 之危險程度。而應在安全高度 (Freeboard) 上注意之。

表(十四) 洪水量頻率計算表

Water year	Discharge cms	Rearrangee	m	F < % plotting position	F > % (1-F)	T _r Return period years
1914	(13.7)	(13.4)				
1915	(24.8)	13.4	2	5.26	94.74	1.05
1916	(29.8)	(13.7)				
1917	(48.3)	14.0	4	10.5	89.5	1.12
1918	(58.4)	(15.3)				
1919	(15.3)	(17.3)				
1920	(29.6)	(17.6)				
1921	(17.9)	17.8	8	21.0	79.0	1.27
1922	(44.0)	(17.9)				
1923	(13.4)	18.0	10	26.3	73.7	1.36
1924	(65.3)	(21.6)				
1925	(22.4)	(22.4)				
1926	(22.4)	(22.4)				
1927	(28.4)	22.6	14	36.9	63.1	1.58
1928	(43.2)	(23.2)				
1929	(17.6)	(24.8)				
1930	(23.2)	24.9	17	44.8	55.2	1.81
1931	(21.6)	25.8	18	47.4	52.6	1.90
1932	(17.3)	27.5	19	50.0	50.0	2.0
1933	54.0	(28.4)				
1934	27.5	(29.6)				
1935	14.0	(29.8)				
1936	117.0	29.8	23	60.6	39.4	2.54
1937	122.0	33.5	24	63.2	36.8	2.71
1938	52.8	35.8	25	65.8	34.2	2.92
1939	33.5	36.6	26	68.4	31.6	3.16
1940	42.8	(38.4)				
1941	35.8	42.8	28	73.7	26.3	3.80
1942	36.6	(43.2)				
1943	96.6	(44.0)				
1944	17.8	(48.3)				
1945	29.8	52.8	32	84.2	15.8	6.32
1946	25.8	54.0	33	86.8	13.2	7.57
1947	18.0	(65.3)				
1948	24.9	96.6	35	92.1	7.9	12.7
1949	13.4	117.0	36	94.8	5.2	19.3
1950	22.6	122.0	37	97.37	2.63	38.0



圖七 年洪水量頻率曲線及可信曲線

(一) 最大年雨量或流量之頻率曲線，可以用最佳適合點法 (Curve of Best Fit)，通過任意兩點可繪一直線，但頻率曲線所需資料數值個數愈多則愈佳，故必須在兩個以上，超過兩點以上代表線之描繪利

用最佳適合點法，公式如下：

極大值等於或小于 x 之發生機率為

$$P_x = e^{-x^y} \dots \dots \dots (16)$$

式中 e = 自然對數底數 (Base of Napieian logarithms)

y = 縮變數 (Reduced Variate)

$x = \frac{1}{\alpha}y + \mu$ 繪於極大機率方格紙上之最佳適合直線.....(17)

$\frac{1}{\alpha} = 0.77970S$ 直線之坡度。

$\mu = M - 0.45005S$

$S = \sqrt{\frac{\sum(X-M)^2}{n}}$

$M = \frac{\sum X}{n}$

若 $T > 20$, 則 $y = \log_e T$(18)

故 $x = \frac{1}{\alpha} \log_e T + \mu$(19)

計算步驟如次:

1. 收集資料, 計算資料之平均值, \bar{R} 。
2. 計算 $(R - \bar{R})^2$
3. 求 S , $\frac{1}{\alpha}$ 及 μ 各值。
4. 代入各值, 求直線方程式。
5. 描繪直線。

6. 計算並描繪可信曲線。

例八: 由臺中雨量站, 每年 1 小時之最大暴雨量求其頻率曲線及可信曲線。

1. 臺中站每年最大 1 小時暴雨量記錄如表

(十五)。計算所得平均值 $\bar{R} = 59\text{mm}$ 。

2. 計算 $(R - \bar{R})^2 = 7367$ 。

3. $S = \sqrt{\frac{7367}{24}} = 17.5$

$\frac{1}{\alpha} = 0.77970 \times 17.5 = 14$

$\mu = 59 - 0.45 \times 17.5 = 51.1 \approx 51$

4. 頻率曲線 $x = \frac{1}{\alpha}y + \mu = 14y + 51$

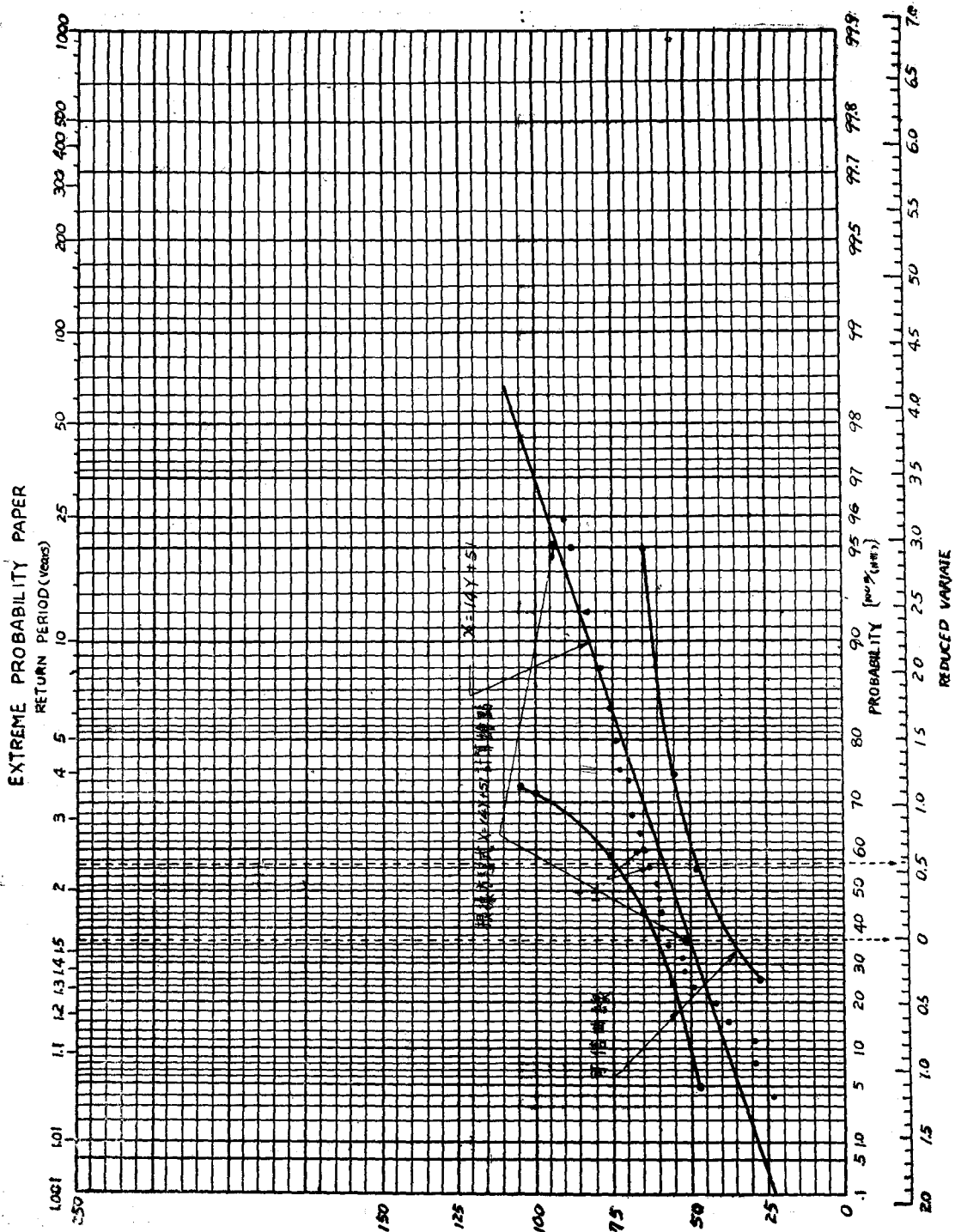
5. 若 $y = 0, x = 51$ 描繪頻率曲線如圖(八)。
 $y = 3, x = 93$

6. 可信曲線: 可信度取 90%, $d = \frac{1.224}{\sqrt{n}}$
 $= \frac{1.224}{\sqrt{24}} = 0.25$ 或 25%。

7. 繪可信曲線: 若 $P = 50\%$ 。
則 上可信曲線 $50 + 25 = 75$
下可信曲線 $50 - 25 = 25$

表 (十五) 臺中站 1 小時最大雨量之頻率計算表

year	Annual max. Rainfall(mm)1hr R.	$R - \bar{R}$	$(R - \bar{R})^2$	R Rearranged	F <
1933	23	-36	1,296	23	4
1934	29	-30	900	28	8
1935	75	+16	256	29	12
1936	88	+29	841	37	16
1937	75	+16	256	42	20
1938	73	+14	196	45	24
1939	59	0	0	50	28
1940	52	-7	49	52	32
1941	50	-9	81	58	36
1942	42	-17	289	59	40
1943	65	+6	36	60	44
1944	91	+32	1,024	60	48
1945	69	+10	100	61	52
1946	74	+15	225	64	56
1947	45	-14	196	65	60
1948	28	-31	961	67	64
1949	67	+8	64	68	68
1950	60	+1	1	69	72
1951	58	-1	1	73	76
1952	61	+2	4	74	80
1953	60	+1	1	75	84
1954	37	-22	484	75	88
1955	68	+9	81	88	92
1956	64	+5	25	91	96
Σ	= 1413	+164 -167	7,367		
$\bar{R} = \frac{1413}{24} = 59$; $24 \times 59 = 1416$		-3			
$1413 - 1416 = -3$					



圖八 雨量頻率曲線及可信曲線

四、利用方程式 $\text{Log}Q = M + KS$ 計算流量頻率曲線及限界曲線

(一) 採用之方程式：

限界曲線 (Limit Curve) 之計算可藉方程式 $\text{Log}Q = M + KS$ 及利用對各種不同顯著水準下之誤差

值計算。此誤差值以標準偏差之大小表之，即誤差相當於標準偏差之若干倍，倍數以 K 值表示之。此以具有水文流量三十年之記錄，並利用附近流量測站延伸

記錄至四十七年爲例說明於後，所採用之方程式計有：

$$M = \frac{\sum X}{N}$$

$$S^2 = \frac{\sum x^2}{N-1} = \frac{\sum X^2 - (\sum X/N)^2}{N-1} \dots\dots\dots(20)$$

$$g = \frac{N\sum x^3}{(N-1)(N-2)S^3}$$

$$= \frac{N^2\sum X^3 - 3N\sum X\sum X^2 + 2(\sum X)^3}{N(N-1)(N-2)S^3} \dots\dots\dots(21)$$

$$\log Q = M + KS \dots\dots\dots(22)$$

$$S_1' - S_1 = (S_2' - S_2) \bar{R}^2 \frac{S_1}{S_2} \dots\dots\dots(23)$$

$$M_1' - M_1 = (M_2' - M_2) \bar{R}^2 \frac{S_1'}{S_2'} \dots\dots\dots(24)$$

$$N_1' - N_1 = (N_2' - N_2) \bar{R}^2 \dots\dots\dots(25)$$

$$\bar{R}^2 = 1 - (1 - R^2) \frac{N-1}{N-2} \dots\dots\dots(26)$$

$$R^2 = \frac{(\sum xy)^2}{\sum x^2 \sum y^2}$$

$$= \frac{(\sum XY - \sum X \cdot \sum Y/N)^2}{(\sum X^2 - (\sum X)^2/N)(\sum Y^2 - (\sum Y)^2/N)} \dots\dots\dots(27)$$

- 式中 M = 平均值。
 S = 標準偏差。
 g = 歪曲係數。
 Q = 尖峯流量。
 K = 標準偏差係數。
 N = 年數或流量記錄數。
 X = 變數，普通指依變數。
 x = X與平均值 \bar{X} （或M）之差。
 Y = 變數，普通指因變數。
 y = Y與平均值 \bar{Y} 之差。
 R = 未校正之相關係數。
 \bar{R} = 相關係數。
 以上各值有“，”者，表示長期數值，無“，”者，表示相關兩站共同之短期數值。

計算程序：

1. 搜集資料。
2. 根據以上各方程式，計算各項常數。
3. 計算流量頻率曲線。
4. 計算限界曲線。
5. 描繪流量頻率曲線及限界曲線。

例八、根據美國某一河流1911—1958年之年洪水量資料（表十六），計算各常數。

1. 年流量資料，及計算常數所需數字如表（十六）。

2. 校正常數之計算如次：

$$M_1 = \frac{\sum X}{N} = \frac{109.97}{30} = 3.666$$

$$M_2 = \frac{128.68}{30} = 4.289$$

$$M_2' = \frac{200.64}{47} = 4.269$$

$$S_1 = \left(\frac{405.7813 - 403.1134}{29} \right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{0.0920}$$

$$= 0.303$$

$$S_2 = \left(\frac{556.5276 - 551.9514}{29} \right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{0.1578}$$

$$= 0.397$$

$$S_2' = \left(\frac{862.3764 - 856.5194}{46} \right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{0.1273}$$

$$= 0.357$$

$$R^2 = \frac{(474.5925 - 471.6980)^2}{2.6679 \times 4.5762} = \frac{(2.8945)^2}{2.6679 \times 4.5762}$$

$$= 0.685$$

$$\bar{R}^2 = 1 - (1 - 0.685) \times \frac{29}{28} = 0.67$$

$$S_1' = 0.303 + (0.357 - 0.397) \times 0.67 \times \frac{0.303}{0.397}$$

$$= 0.283$$

$$M_1' = 3.666 + (4.269 - 4.289) \times 0.67 \times \frac{0.283}{0.357}$$

$$= 3.655$$

$$N' = 30 + (47 - 30) \times 0.67 = 30 + 11 = 41 \text{ years}$$

$$g = \frac{(30)^2 \times 1506.883960 - 3 \times 30 \times 109.97 \times \frac{405.7813 + 2 \times (109.97)^2}{(0.303)^3}}{30 \times 29 \times 28 \times \frac{1,355,000 - 4,010,000 + 2,655,000}{675}} = 0$$

(二) 頻率統計常數之可靠性

1. 平均值 (Mean Value)

欲根據樣料資料，以推算全體之平均數，須先明瞭平均數之抽樣分配之性質。如全體分配合於常態分配，則平均數之抽樣分配，亦合於常態分配，可以常態法則研究平均數。若全體分配不合於常態分配，但與常態分配相差不多，則當樣料甚大（ $n > 30$ ）時，平均數之抽樣分配，亦近於常態分配，仍可依照常態分配法則研究之。

表 (十六) 1911—1957年之年洪水流量及各常數計算表
(Flood data (1911-1957) and computation of statistics)

Water year (1)	Q (c.f.s.) Annual max. flow					log. Q						
	(2) c. f. s. sta. 1.	(3) c. f. s. sta. 2.	(4) Log	(5) Log	(6) Log	X ²	Y ²	Y ²	XY	X ³		
			(X)	(Y)	(Y)							
1912		4,570			3.66			13.3956				
1913		7,760			3.89			15.1321				
1914		32,400			4.51			20.3401				
1915		27,500			4.44			19.7136				
1916		19,000			4.28			18.3184				
1917		24,000			4.38			19.1844				
1918		13,200			4.12			16.9744				
1919		15,500			4.19			17.5561				
1920		10,200			4.01			16.0801				
1921		14,100			4.15			17.2225				
1922		14,800			4.17			17.3889				
1923		10,500			4.02			19.1604				
1924		11,500			4.06			16.4836				
1925		27,500			4.44			19.7136				
1926		17,800			4.25			18.0625				
1927		36,300			4.56			20.7936				
1928		67,600			4.83			23.3289				
1929	1,520	5,500	3.18	3.74	3.74	10.1124	13.9876	13.9876	11.8932	32.157432		
1930	6,000	25,500	3.78	4.41	4.41	14.2884	19.4481	19.4481	16.6998	54.010152		
1931	1,500	5,570	3.18	3.75	3.75	10.1124	14.0625	14.0625	11.9250	32.157432		
1932	5,400	9,980	3.74	4.00	4.00	13.9876	16.0000	16.0000	14.9600	52.313624		
1933	1,080	5,100	3.03	3.71	3.71	9.1809	13.7641	13.7641	11.2413	27.818127		
1934	2,630	11,100	3.42	4.05	4.05	11.6964	16.4025	16.4025	13.8510	40.001688		
1935	4,010	25,500	3.60	4.41	4.41	12.9600	19.4481	19.4481	15.8760	46.656000		
1936	4,380	38,200	3.64	4.58	4.58	13.2496	20.9764	20.9764	16.6712	48.228544		
1937	3,310	7,920	3.52	3.90	3.90	12.3904	15.2100	15.2100	13.7280	43.614208		
1938	23,000	93,000	4.36	4.97	4.97	19.0096	24.7009	24.7009	21.6692	82.881856		
1939	1,260	3,230	3.10	3.57	3.57	9.6100	12.7449	12.7449	11.0670	29.791000		
1940	11,400	60,200	4.06	4.78	4.78	16.4836	22.8484	22.8484	19.4068	66.923416		
1941	12,200	30,300	4.09	4.48	4.48	16.7281	20.0704	20.0704	18.3232	68.412928		
1942	11,000	35,100	4.04	4.55	4.55	16.3216	20.7025	20.7025	18.3820	65.939264		
1943	6,970	54,300	3.84	4.73	4.73	14.7456	22.3729	22.3729	18.1632	56.623104		
1944	3,220	8,460	3.51	3.93	3.93	12.3201	15.4449	15.4449	13.7943	43.243551		
1945	3,230	28,600	3.51	4.46	4.46	12.3201	19.8916	19.8916	15.6546	43.243551		
1946	6,180	22,000	3.79	4.34	4.34	14.3641	18.8356	18.8356	16.4486	54.439939		
1647	4,070	17,800	3.61	4.25	4.25	13.0321	18.0625	18.0625	15.3425	47.045981		
1958	7,320	16,600	3.86	4.22	4.22	14.8996	17.8084	17.8084	16.2892	57.512456		
1949	3,870	6,140	3.59	3.79	3.79	12.8881	14.3641	14.3641	13.6061	46.268279		
1950	4,430	17,900	3.65	4.25	4.25	13.3225	18.0625	18.0625	15.5125	48.627125		
1951	3,870	50,200	3.59	4.70	4.70	12.8881	22.0900	22.0900	16.8730	46.268279		
1952	5,280	21,000	3.72	4.32	4.32	13.8384	18.6624	18.6624	16.0704	51.478848		
1953	7,710	40,000	3.89	4.60	4.60	15.1321	21.1600	21.1600	17.8940	58.863869		
1954	4,910	22,900	3.69	4.36	4.36	13.6161	19.0096	19.0096	16.0884	50.243409		
1955	2,480	5,900	3.39	3.77	3.77	11.4921	14.2129	14.2129	12.7803	38.952819		
1956	9,180	104,000	3.96	5.02	5.02	15.6816	25.2004	25.2004	19.8792	62.099136		
1957	6,140	32,700	3.79	4.51	4.51	14.3641	20.3401	20.3401	17.0929	54.439939		
1958	6,880	39,300	3.84	4.59	4.59	14.7456	21.0681	21.0681	17.6256	56.623104		
N			30	30	47	$\sum X^2$	405.7813	556.5276	862.3764	$\sum XY$	474.5925	1506.883960
$\sum X$			109.97	128.68	200.64	$(\frac{\sum X}{N})^2$	403.1134	551.9514	856.5194	$\frac{\sum X \sum Y}{N}$	471.6980	
$M = \frac{\sum X}{N}$			3.666	4.289	4.269	$\frac{\sum x^2}{N-1}$	2.6679	4.5762	5.8570	$\frac{\sum xy}{N-1}$	2.8945	
						S	0.0920	0.1578	0.1273			
							0.303	0.397	0.357			

在常態全體之假定下，不論樣料之大小，變數 $T\left(=\frac{M-\mu_0}{\frac{\delta}{\sqrt{n}}}\right)$ 之分配，皆合於常態分配，但變數 $t\left(=\frac{M-\mu_0}{\frac{\delta}{\sqrt{n-1}}}\right)$ 之分配，則不合於常態分配，而合於所謂t分配。當樣料甚小時，t分配與常態分配有顯著之差別。唯樣料甚大時，t分配近於常態分配。故在樣料(n>30)及常態全體(或近於常態分配之全體)之條件下，可借用常態分配以估計全體之平均值，即可用樣料之平均值作為全體平均數之估計值。此為不偏之估計值(Unbiased Estimate)，且亦為最佳之估計值，估計值與真值可能相差之限度，則可用可信範圍或可信限界表示之。如採用95%之可信限界，則估計值可寫成 $M \pm 1.69\delta_M$ 之形式。表示全體平均數之真值位於此兩限界之可能性為95%。如採用99%之可信限界，則估計值可寫成 $M \pm 2.57\delta_M$ 之形式，表示全體平均數之真值，位於此兩限界之可能性為99%。

在小樣料(n<30)及常態全體之條件下，可利用 Student 氏之t分配推估其真值，估算平均值誤差之t分配(t-distribution)如表(十七)

在小樣料(n<30)及常態全體之條件下，可利用 Student 氏之t分配推估其真值，估算平均值誤差之t分配(t-distribution)如表(十七)

$$\text{prob}\left[\frac{\pm(M-\mu)}{S}(N-1)^{\frac{1}{2}} > C\right] = \text{prob}[t_{N-1} > C] \quad (28)$$

式中 M = 算術平均值
 μ = 真值
t = 理論函數

對任一實際問題，由記錄資料可計算出上式之 N、M及S，並由表(十七)中查出對應之 t_{N-1} ，再令上式左右相等，即可求解 $M-\mu$ ，因 t 分配是對稱的，故 $M-\mu$ 超過某定值之機會與 $M-\mu$ 為某定值超過之機會相等。

例九：採用30年流量資料，計算其 μ 值。

- 由已知資料算出 M、S 及 N。
由上表 $N=30$ 、 $\log M=3.666$ 、 $M=4635\text{cfs}$ 。
 $\log S=0.303$ $S'=2.0\text{cfs}$ 。
- 查表(十七)之 t_{N-1}
 $t_{0.05}$ 或 $t_{0.95}=1.699$ 。
- 代入上式並令兩邊相等則
 $\frac{\pm(M-\mu)}{S}(N-1)^{\frac{1}{2}} = t_{N-1}$
 $\frac{\pm(M-\mu)}{2.0} \times 29^{\frac{1}{2}} = 1.699$
 $\pm(M-\mu) = 0.632$ ， $\mu = M \pm 0.632 = 4635.63$
或 4634.37 cfs

採用41年流量資料，並利用同樣方法計算 μ 值如下：

- $N'=41$
 $\log M'=3.655$ $M'=4520$ cfs。
 $\log S'=0.283$ $S'=1.92$ cfs。
- $t_{0.05}$ 或 $t_{0.95}=1.684$
- $\frac{\pm(M'-\mu)}{1.92} \times 40^{\frac{1}{2}} = 1.684$
 $\pm(M'-\mu) = 0.511$ cfs， $\mu = M' \pm 0.511$
 $= 4520.51$ 或 4519.49 cfs。

表(十七) Student 氏 t 值表
(Values of Student's t)

d.f.	Exceedence probability							
	0.45	0.40	0.30	0.20	0.10	0.05	0.01	0.005
1	0.158	0.325	0.727	1.376	3.078	6.314	31.821	63.657
5	0.132	0.267	0.559	0.920	1.476	2.015	3.365	4.032
10	0.129	0.260	0.542	0.879	1.372	1.812	2.764	3.169
15	0.128	0.258	0.536	0.866	1.341	1.753	2.602	2.947
16	0.128	0.258	0.535	0.865	1.337	1.746	2.583	2.921
17	0.128	0.257	0.534	0.863	1.333	1.740	2.567	2.898
18	0.127	0.257	0.534	0.862	1.330	1.734	2.552	2.878
19	0.127	0.257	0.533	0.861	1.328	1.729	2.539	2.861
20	0.127	0.257	0.533	0.860	1.325	1.725	2.528	2.845
21	0.127	0.257	0.532	0.859	1.323	1.721	2.518	2.831
22	0.127	0.256	0.532	0.858	1.321	1.717	2.508	2.819
23	0.127	0.256	0.532	0.858	1.319	1.714	2.500	2.807
24	0.127	0.256	0.531	0.857	1.318	1.711	2.492	2.797
25	0.127	0.256	0.531	0.856	1.316	1.708	2.485	2.787
26	0.127	0.256	0.531	0.856	1.315	1.706	2.479	2.779
27	0.127	0.256	0.531	0.855	1.314	1.703	2.473	2.771
28	0.127	0.256	0.530	0.855	1.313	1.701	2.467	2.763
29	0.127	0.256	0.530	0.854	1.311	1.699	2.462	2.756
30	0.127	0.256	0.530	0.854	1.310	1.697	2.457	2.750
40	0.126	0.255	0.529	0.851	1.303	1.684	2.423	2.704
60	0.126	0.254	0.527	0.848	1.296	1.671	2.390	2.660
120	0.126	0.254	0.526	0.845	1.289	1.658	2.358	2.617
∞	0.126	0.253	0.524	0.842	1.282	1.645	2.326	2.576

2. 標準偏差 (Standard Deviation)

標準偏差之抽樣分配，常為一種偏斜分配。唯如全體合於或近於常態分配而樣料又甚大時(n>30)，則標準偏差之抽樣分配，頗近於常態分配。其平均數(即各種可能樣料標準差之平均數)約等於其全體之標準偏差。標準偏差之標準誤差為 $\delta_s = \frac{\delta}{\sqrt{2n}}$ ，故在常態全體(或近於常態分配之全體)及大樣本之條件下，則

$$T = \frac{S - \delta_0}{\frac{S_0}{\sqrt{2n}}} \quad (29)$$

$S\sqrt{\frac{n}{n-1}}$ 為全體標準差之估計值，如為大樣本(即 n 甚大時)，亦可取 S 為 δ 之估計值，估計與真值可能

相差之限度，則可用可信限界或可信範圍表示之。在大樣料及常態全體之條件下，可將估計值寫成

$$S \pm 1.96 \frac{S}{\sqrt{2n}}$$

之形式，此表示全體標準偏差之真值位於上列兩數內之機率為95%或 $S \pm 2.576 \frac{S}{\sqrt{2n}}$ ，此表示 δ 之真值，位於兩數內之機率為99%。如小樣本 ($n < 30$) 則全體標準偏差之可信限界，宜用 K. Pearson 氏之 χ^2 分配 (Chi-square Distribution) 確定之如下：

估計標準偏差之誤差分配如表 (十八)，可以下式表之，即

表 (十八) K. Pearson 氏 χ^2 值
(Values of K. Pearson's χ^2 or Chi-Square Distribution)

d.f.	Exceedence probability								
	0.99	0.95	0.90	0.70	0.50	0.30	0.10	0.05	0.01
1	0.03157	0.00393	0.0158	0.148	0.455	1.074	2.706	3.841	6.635
5	1.544	1.145	1.610	3.000	4.351	6.064	9.236	11.070	15.086
10	2.558	3.940	4.865	7.267	9.342	11.781	15.987	18.307	23.209
15	5.229	7.261	8.547	11.721	14.339	17.322	22.307	24.996	30.578
16	5.812	7.962	9.312	12.624	15.338	18.418	23.542	26.296	32.000
17	6.408	8.672	10.085	13.531	16.338	19.511	24.769	27.587	33.409
18	7.015	9.390	10.865	14.440	17.338	20.601	25.989	28.869	34.805
19	7.633	10.117	11.651	15.352	18.338	21.689	27.204	30.144	36.191
20	8.260	10.851	12.443	16.266	19.337	22.775	28.412	31.410	37.566
21	8.897	11.591	13.240	17.182	20.337	23.858	29.615	32.671	38.932
22	9.542	12.338	14.041	18.101	21.337	24.939	30.815	33.924	40.289
23	10.196	13.091	14.848	19.021	22.337	26.018	32.007	35.172	41.638
24	10.856	13.848	15.659	19.943	23.337	27.096	33.196	36.415	42.980
25	11.524	14.611	16.473	20.867	24.337	28.172	34.382	37.652	44.314
26	12.198	15.379	17.292	21.792	25.336	29.249	35.563	38.885	45.642
27	12.879	16.151	18.114	22.719	26.336	30.319	36.741	40.113	46.963
28	13.565	16.928	18.939	23.647	27.336	31.391	37.916	41.337	48.278
29	14.256	17.708	19.768	24.577	28.336	32.461	39.087	42.557	49.588
30	14.953	18.493	20.599	25.508	29.336	33.530	40.256	43.773	50.892

For d.f. > 30. Values of $\sqrt{2x^2}$ are distributed approximately normally about $\sqrt{2(d.f.)-1}$ with a standard deviation of 1.

2. 查表 (十八) 得對應於 d.f. 之 χ^2 ， $\chi^2_{0.05} = 42.557$

3. 令上式相等求 δ ； $\frac{(N-1)S^2}{\delta^2} = \chi^2_{N-1}$

$$\frac{29 \times 2.0^2}{\delta^2} = 42.557; \delta = \left(\frac{29 \times 2.0^2}{42.557} \right)^{\frac{1}{2}} = 1.65 \text{ c.f.s.}$$

(三) 頻率曲線：頻率曲線之計算計有下列二法：

1. 根據 M_1' 、 S_1' 、 g 及 N' 資料計算之，其步驟為

(1) 決定 $P_{N'}$ ，再由表 (二十) 查出對應於 $N-1$ 及 $P_{N'}$ 之 K 值。

(2) 將 M_1' 、 S_1' 及 K 值代入 $\log Q = M + KS$ 公式中以求 Q 值。

(3) 描繪 Q 與 P_N 之關係曲線，即頻率曲線。

例十一：根據以上步驟計算如次 [參閱表 (十九)]

$$\text{prob} \left[\frac{(N-1)S^2}{\delta^2} > C \right] = \text{prob} [\chi^2_{N-1} < C] \dots \dots (30)$$

式中 δ = 真標準偏差

χ^2 = chi-square 分配。

對任何實際問題，由記錄可以算出 N 及 S 值，再由表 (十八) 查出 χ^2 並令上式左右兩邊相等，即可求解 δ ，計算步驟如下例：

例十：

1. 由記錄計算 N 及 S

$$N = 30, \quad d.f. = 30 - 1 = 29$$

$$\log S = 0.303, \quad S = 2.0 \text{ c.f.s.}$$

(1) 設 $P_{N'} = 0.05$ ，查表得 $K = 3.59$

$$(2) \log Q = 3.655 + 3.59 \times 0.283 = 4.671,$$

$$Q = 46,900 \text{ c.f.s.}$$

(3) 描繪於圖 (九) 內。

2. 根據記錄年期計算之，其步驟為：

(1) 由表 (二十三) 查出相當於 g 之 K 值。

(2) 利用方程式 $\log Q = M_1' + KS_1'$ 求 Q 。

(3) 查表 (二十二) 得對應於 $N-1$ 值之 $P_{N'}$ 值。

(4) 描繪 $Q \sim P_N$ 之關係曲線，即流量頻率曲線。

例十二：根據以上所述之步驟計算如下：並參閱

表 (二十一)

(1) 由表 (二十三)，及 $g=0$ ，得 K 值如表

(二十一) 中所示。

(2) $\log Q = 3.655 + 3.09 \times 0.283 = 4.52947$
 ≈ 4.529

$\therefore Q = 33,800 \text{ c.f.s.}$

(3) 查表 (二十二) $P_N = 0.20$ 。

(4) 描繪 $Q \sim P_N$ 各點於圖 (九) 內。

表 (十九) 根據 M_1' , S_1' 及 g 值計算表

P_N'	K table	$\log Q$ $M_1' + KS_1'$	Q c.f.s.	Q c.m.s.	Remark	P_N'	K table	$\log Q$ $M_1' \pm KS_1'$	Q c.f.s.	Q c.m.s.	Remark
0.05	3.59	4.671	46,900			55.0	- 0.13	3.618	4,150		
0.25	3.01	4.507	32,100			60.0	- 0.26	3.582	3,820		
0.5	2.74	4.430	27,700			65.0	- 0.39	3.545	3,510		
1.0	2.45	4.348	22,300	632		70.0	- 0.54	3.502	3,180	90	
1.25	2.36	4.323	21,000			75.0	- 0.69	3.460	2,890		
2.5	2.05	4.235	17,100			80.0	- 0.86	3.412	2,580		
5.0	1.70	4.136	13,700	389		85.0	- 1.06	3.355	2,270		
10.0	1.32	4.029	10,700			87.5	- 1.18	3.321	2,100		
12.5	1.18	3.989	9,750			90.0	- 1.32	3.281	1,910		
15.0	1.06	3.955	9,010			95.0	- 1.70	3.174	1,490	42	
20.0	0.86	3.898	7,910	224		97.5	- 2.05	3.075	1,140		
25.0	0.69	3.850	7,090			98.75	- 2.36	2.987	971		
30.0	0.54	3.808	6,430			99.0	- 2.45	2.962	916		
35.0	0.39	3.765	5,820			99.5	- 2.74	2.880	759		
40.0	0.26	3.728	5,350			99.75	- 3.01	2.803	635		
45.0	0.13	3.692	4,920			99.95	- 3.59	2.639	436		
50.0	0.00	3.655	4,520								

表 (廿) K- P_N 值表

(With Sample Drawn From a Normal Population)

$N-1$	$P_N(\%)$																
	50.0	45.0	40.0	35.0	30.0	25.0	20.0	15.0	12.5	10.0	5.0	2.5	1.25	1.0	0.5	0.25	0.05
1	0.00	0.19	0.40	0.62	0.89	1.22	1.69	2.40	2.96	3.77	7.73	15.56	31.17	38.97	77.96	155.93	779.70
10	0.00	0.13	0.27	0.41	0.57	0.73	0.92	1.14	1.28	1.43	1.89	2.33	2.75	2.89	3.31	3.74	4.79
15	0.00	0.13	0.27	0.41	0.55	0.71	0.89	1.11	1.23	1.38	1.81	2.20	2.57	2.68	3.04	3.39	4.20
18	0.00	0.13	0.26	0.40	0.55	0.71	0.88	1.09	1.22	1.36	1.78	2.16	2.51	2.62	2.95	3.28	4.02
20	0.00	0.13	0.26	0.40	0.55	0.70	0.88	1.09	1.21	1.36	1.77	2.14	2.48	2.59	2.91	3.23	3.94
21	0.00	0.13	0.26	0.40	0.54	0.70	0.88	1.09	1.21	1.35	1.76	2.13	2.47	2.57	2.89	3.21	3.90
22	0.00	0.13	0.26	0.40	0.54	0.70	0.88	1.08	1.21	1.35	1.75	2.12	2.46	2.56	2.88	3.19	3.87
23	0.00	0.13	0.26	0.40	0.54	0.70	0.88	1.08	1.20	1.35	1.75	2.11	2.45	2.55	2.86	3.17	3.84
24	0.00	0.13	0.26	0.40	0.54	0.70	0.87	1.08	1.20	1.34	1.74	2.10	2.44	2.54	2.85	3.15	3.82
25	0.00	0.13	0.26	0.40	0.54	0.70	0.87	1.08	1.20	1.34	1.74	2.10	2.43	2.53	2.84	3.14	3.80
26	0.00	0.13	0.26	0.40	0.54	0.70	0.87	1.09	1.20	1.34	1.74	2.09	2.42	2.52	2.83	3.12	3.78
27	0.00	0.13	0.26	0.40	0.54	0.70	0.87	1.08	1.20	1.34	1.73	2.09	2.42	2.52	2.82	3.11	3.76
28	0.00	0.13	0.26	0.40	0.54	0.69	0.87	1.07	1.20	1.34	1.73	2.03	2.41	2.51	2.81	3.10	3.74
29	0.00	0.13	0.26	0.40	0.54	0.69	0.87	1.07	1.19	1.33	1.73	2.08	2.40	2.50	2.80	3.09	3.72
30	0.00	0.13	0.26	0.40	0.54	0.69	0.87	1.07	1.19	1.33	1.72	2.07	2.40	2.50	2.79	3.08	3.70
40	0.00	0.13	0.26	0.39	0.54	0.69	0.86	1.06	1.18	1.32	1.70	2.05	2.36	2.44	2.74	3.01	3.59
60	0.00	0.13	0.26	0.39	0.53	0.68	0.85	1.05	1.17	1.31	1.68	2.02	2.32	2.41	2.68	2.94	3.49
120	0.00	0.13	0.26	0.39	0.53	0.68	0.85	1.05	1.16	1.29	1.66	1.99	2.29	2.37	2.63	2.87	3.39
∞	0.00	0.13	0.25	0.38	0.52	0.67	0.84	1.04	1.15	1.28	1.64	1.96	2.24	2.33	2.58	2.81	3.29

This table shows K
for values of P_N as illustrated

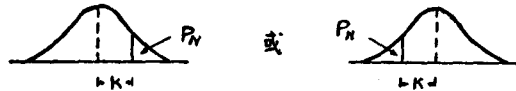


表 (廿一)

P_∞	0.10	1.0	10	50	90	99	99.9
K	3.09	2.33	1.28	0	- 1.28	- 2.33	- 3.09
$\log Q$	4.529	4.314	4.017	3.655	3.293	2.996	2.781
Q(c.f.s.)	33,800	20,600	10,400	4,520	1,960	991	604
c.m.s.	958	583	295	128	55.5	28	17.1
P_N	0.20	1.33	10.6	50	89.4	98.67	99.80

表(廿二) P_N, P_∞ 百分表
 (Table of P_N vs P_∞ in Percent for Use with Samples Drawn from a Normal Population)

$N-1$	P_∞	50.0	30.0	10.0	5.0	1.0	0.1	0.01
1	50.0	50.0	37.2	24.3	20.4	15.4	12.1	10.2
5	50.0	50.0	32.5	14.6	9.4	4.2	1.79	0.92
6	50.0	50.0	32.2	13.8	8.8	3.6	1.38	0.66
8	50.0	50.0	31.7	13.1	7.9	2.9	0.94	0.39
10	50.0	50.0	31.5	12.5	7.3	2.5	0.72	0.25
11	50.0	50.0	31.4	12.3	7.1	2.3	0.64	0.21
12	50.0	50.0	31.3	12.1	6.9	2.2	0.58	0.18
13	50.0	50.0	31.2	11.9	6.8	2.1	0.52	0.16
14	50.0	50.0	31.1	11.8	6.7	2.0	0.48	0.14
15	50.0	50.0	31.1	11.7	6.6	1.96	0.45	0.13
16	50.0	50.0	31.0	11.6	6.5	1.90	0.42	0.12
17	50.0	50.0	31.0	11.5	6.4	1.84	0.40	0.11
18	50.0	50.0	30.9	11.4	6.3	1.79	0.38	0.10
19	50.0	50.0	30.9	11.3	6.2	1.74	0.36	0.09
20	50.0	50.0	30.8	11.3	6.2	1.70	0.34	0.084
21	50.0	50.0	30.8	11.2	6.1	1.67	0.33	0.078
22	50.0	50.0	30.8	11.1	6.1	1.63	0.31	0.073
23	50.0	50.0	30.7	11.1	6.0	1.61	0.30	0.068
24	50.0	50.0	30.7	11.0	6.0	1.58	0.29	0.064
25	50.0	50.0	30.7	11.0	5.9	1.55	0.28	0.060
26	50.0	50.0	30.6	10.9	5.9	1.53	0.27	0.057
27	50.0	50.0	30.6	10.9	5.9	1.51	0.26	0.054
28	50.0	50.0	30.6	10.9	5.8	1.49	0.26	0.051
29	50.0	50.0	30.6	10.8	5.8	1.47	0.25	0.049
30	50.0	50.0	30.6	10.8	5.8	1.45	0.24	0.046
40	50.0	50.0	30.4	10.6	5.6	1.33	0.20	0.034
60	50.0	50.0	30.3	10.4	5.4	1.32	0.16	0.025
120	50.0	50.0	30.2	10.2	5.2	1.11	0.13	0.017
∞	50.0	50.0	30.0	10.0	5.0	1.00	0.10	0.010

表(廿三)
 (Pearson Type III Coordinates)

g Skew Coefficient	K=Magnitude in standard deviations from mean for exceedance % of												
	0.01	0.1	1.0	5	10	30	50	70	90	95	99	99.9	99.99
1.00	5.92	4.54	3.03	1.87	1.34	0.38	-0.16	-0.61	-1.12	-1.31	-1.59	-1.80	-1.88
0.80	5.48	4.25	2.90	1.83	1.34	0.42	-0.13	-0.60	-1.16	-1.38	-1.74	-2.03	-2.18
0.60	5.04	3.96	2.77	1.79	1.33	0.45	-0.09	-0.58	-1.19	-1.45	-1.88	-2.28	-2.53
0.40	4.60	3.67	2.62	1.74	1.32	0.48	-0.06	-0.57	-1.22	-1.51	-2.03	-2.54	-2.92
0.20	4.16	3.38	2.48	1.69	1.30	0.51	-0.03	-0.55	-1.25	-1.58	-2.18	-2.81	-3.32
0.00	3.73	3.09	2.33	1.64	1.28	0.52	0.00	-0.52	-1.28	-1.64	-2.33	-3.09	-3.73
-0.04	3.65	3.03	2.30	1.63	1.27	0.53	0.01	-0.52	-1.28	-1.65	-2.36	-3.15	-3.82
-0.12	3.48	2.92	2.24	1.60	1.26	0.54	0.02	-0.51	-1.29	-1.67	-2.42	-3.26	-3.99
-0.20	3.32	2.81	2.18	1.58	1.25	0.55	0.03	-0.51	-1.30	-1.69	-2.48	-3.38	-4.16
-0.23	3.26	2.77	2.16	1.57	1.25	0.55	0.03	-0.50	-1.30	-1.70	-2.50	-3.42	-4.23
-0.32	3.08	2.68	2.09	1.54	1.23	0.56	0.05	-0.49	-1.31	-1.72	-2.56	-3.55	-4.42
-0.37	2.98	2.58	2.05	1.52	1.22	0.57	0.06	-0.48	-1.32	-1.73	-2.60	-3.63	-4.53
-0.40	2.98	2.54	2.03	1.51	1.22	0.57	0.06	-0.48	-1.32	-1.74	-2.62	-3.67	-4.60
-0.60	2.53	2.28	1.88	1.45	1.19	0.58	0.09	-0.45	-1.33	-1.79	-2.77	-3.96	-5.04
-0.80	2.18	2.03	1.74	1.38	1.16	0.60	0.13	-0.42	-1.34	-1.83	-2.90	-4.25	-5.48
-1.00	1.88	1.80	1.59	1.31	1.12	0.61	0.16	-0.38	-1.34	-1.87	-3.03	-4.54	-5.92

(四) 限界曲線 (Limit Curve)

1. 決定可信範圍或可信限界，例如90%之可信範圍之限界曲線為0.05及0.95，50%可信範圍之限界曲線為0.25及0.75。

2. 由表(二十四)查得相當之偏差係數 (Coefficient of Standard Deviation) K.

3. 將各值代入 $\log Q_r = \log Q + K S_1'$ 中求 Q_r 。

4. 由表(二十二)中查出相當於 $N-1$ 及 P_∞ 之

表 (廿四)

0.05 Limit Curve							
0.05 error in S units	0.76	0.60	0.41	0.27	0.31	0.43	0.53
0.05 error. log.	0.215	0.170	0.116	0.076	0.088	0.122	0.150
0.05 Limit-Curve Value. log.	4,744	4,484	4,133	3,731	3,381	3,118	2,931
0.05 Limit-Curve value. c.f.s.	55,500	30,500	13,600	5,380	2,400	1,310	853
" " c.m.s.	1,570	865	385	152	68	37	24

表 (廿五)

0.95 Limit Curve							
0.95 error in S units	- 0.53	- 0.43	- 0.31	- 0.27	- 0.41	- 0.60	- 0.76
0.95 error. log.	- 0.150	- 0.122	- 0.088	- 0.076	- 0.116	- 0.170	- 0.215
0.95 Limit-Curve Value. log.	4.379	4.192	3.929	3.579	3.177	2.826	2.566
0.95 Limit-Curve Value. c.f.s.	23,900	15,600	8,490	3,790	1,500	670	368
" " c.m.s.	678	443	241	107	43	19	10

表 (廿六)

(Errors of Estimafed Valuas as Coefficients of Standard Deviation)

Level of Significance	Years of Record N	Exceedence Frequency in percent						
		0.1	1	10	50	90	99	99.9
0.05	5	4.41	3.41	2.12	0.95	0.76	1.00	1.24 ²
	10	2.11	1.65	1.07	0.58	0.57	0.76	0.90
	15	1.52	1.19	0.79	0.46	0.48	0.65	0.81
	20	1.23	0.97	0.64	0.39	0.42	0.58	0.70
	30	0.93	0.74	0.50	0.31	0.35	0.49	0.6
	40	0.77	0.61	0.42	0.27	0.31	0.43	0.53
	50	0.67	0.54	0.36	0.24	0.28	0.39	0.49
	70	0.55	0.44	0.30	0.20	0.24	0.34	0.42
	100	0.45	0.36	0.25	0.17	0.21	0.29	0.37
	0.25	5	1.41	1.09	0.68	0.33	0.31	0.41
10		0.77	0.60	0.39	0.22	0.24	0.32	0.39
15		0.57	0.45	0.29	0.18	0.20	0.27	0.34
20		0.47	0.37	0.25	0.15	0.18	0.24	0.30
30		0.36	0.29	0.19	0.12	0.15	0.20	0.25
40		0.30	0.24	0.16	0.11	0.13	0.18	0.22
50		0.27	0.21	0.14	0.10	0.12	0.16	0.20
70		0.22	0.17	0.12	0.08	0.10	0.14	0.18
100		0.18	0.14	0.10	0.07	0.09	0.12	0.15
0.75		5	- 0.49	- 0.41	- 0.31	- 0.33	- 0.68	- 1.09
	10	- 0.39	- 0.32	- 0.24	- 0.22	- 0.39	- 0.60	- 0.77
	15	- 0.34	- 0.27	- 0.20	- 0.18	- 0.29	- 0.45	- 0.57
	20	- 0.30	- 0.24	- 0.18	- 0.15	- 0.25	- 0.37	- 0.47
	30	- 0.25	- 0.20	- 0.15	- 0.12	- 0.19	- 0.29	- 0.36
	40	- 0.22	- 0.18	- 0.13	- 0.11	- 0.16	- 0.24	- 0.30
	50	- 0.20	- 0.16	- 0.12	- 0.10	- 0.14	- 0.21	- 0.27
	70	- 0.18	- 0.14	- 0.10	- 0.08	- 0.12	- 0.17	- 0.22
	100	- 0.15	- 0.12	- 0.09	- 0.07	- 0.10	- 0.14	- 0.18
	0.95	5	- 1.22	- 1.00	- 0.76	- 0.95	- 2.12	- 3.41
10		- 0.94	- 0.76	- 0.57	- 0.58	- 1.07	- 1.65	- 2.11
15		- 0.80	- 0.65	- 0.48	- 0.46	- 0.79	- 1.19	- 1.52
20		- 0.71	- 0.58	- 0.42	- 0.39	- 0.64	- 0.97	- 1.23
30		- 0.60	- 0.49	- 0.35	- 0.31	- 0.50	- 0.67	- 0.93
40		- 0.53	- 0.43	- 0.31	- 0.27	- 0.42	- 0.61	- 0.77
50		- 0.49	- 0.39	- 0.28	- 0.24	- 0.36	- 0.54	- 0.67
70		- 0.42	- 0.34	- 0.24	- 0.20	- 0.30	- 0.44	- 0.55
100		- 0.37	- 0.29	- 0.21	- 0.17	- 0.25	- 0.36	- 0.45

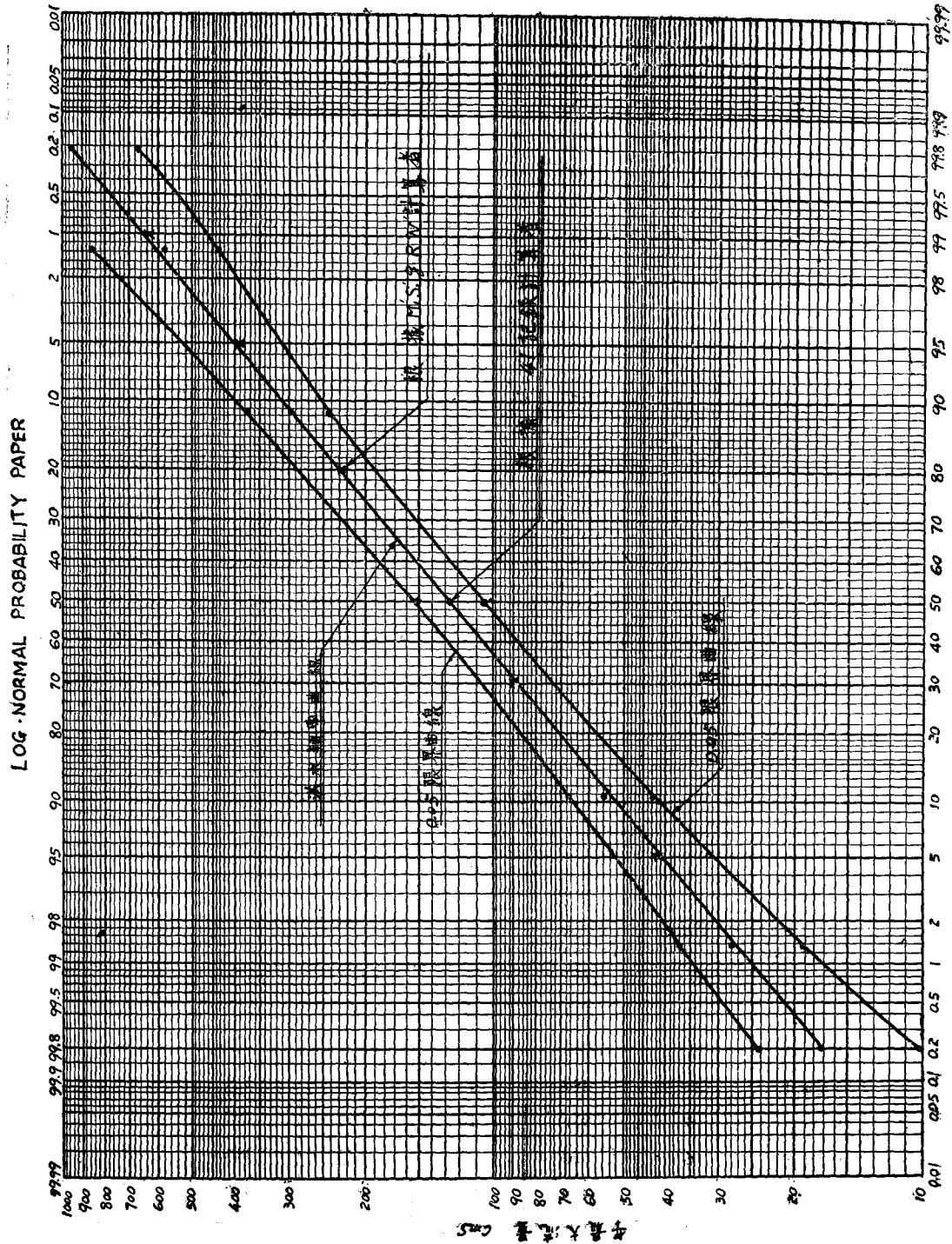
P_N 值。

5. 描繪 Q_r 與 P_N 之關係曲線。

例十三：利用41年流量記錄，求可信範圍90%之
限界曲線點。

1. 90%可信範圍之限界曲線為0.05上限界曲線及
0.95下限界曲線點計算如下：

	0.05 限界曲線	0.95 限界曲線
2. K 值	0.76	0.53
3. $\log Q_r$	$4.525 + 0.76 \times 0.283$ $= 4.744$	$4.525 - 0.53 \times 0.283$ $= 4.379$
4. Q_r	55,500 c.f.s. 1,570 cms	23,900 c.f.s. 678 cms
5. P_N	0.20	0.20



圖九 年洪水頻率曲線及可信曲線

五、雨量流量關係曲線之可信曲線

影響洪水量之因素頗多，主要有雨量強度，雨量延時，雨量頻率，集流面積及其覆蓋情形，土壤種類，雨前土壤含水量，面積大小，河流類型及區域坡度等。但就某一河流指定地點之洪水量，由於多數因素近於固定，則影響最大者乃為雨量之大小，常可就雨量與洪水量之間獲得一良好之相關曲線。雨量與流量關係曲線，可由觀測資料推算，俟雨量流量關係曲線算定後，可進一步計算其關係之可信曲線，以確定某一雨量對應流量之可靠程度之範圍，計算步驟如下：

(一)由雨量及流量資料中分析統計，求出與流量相關之雨量站。

(二)由雨量及流量資料，計算最適合之曲線，採用直線方程式如下：

$$y = ax + b \dots\dots\dots(31)$$

式中 y = 應變數，流量。

x = 因變數，雨量。

$$b = \bar{y} - a\bar{x} \dots\dots\dots(32)$$

$$a = \frac{\sum(x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum(x - \bar{x})^2} = \text{坡度} \dots\dots(33)$$

\bar{x} = 流量之平均值。

\bar{y} = 雨量之平均值。

(三)計算可信曲線採用下式：

$$y = ax_0 + b \pm S_{cy} \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{\sum(x - \bar{x})^2}} \dots\dots(34)$$

式中 x_0 = 新觀測數值。

t 值列如表 (廿七)。

表 (廿七) 各種可信範圍之 t 值

n-p	95%	90%	80%	70%	60%	50%
5	2.57	2.02	1.48	1.16	0.92	0.73
10	2.23	1.81	1.37	1.09	0.88	0.70
15	2.13	1.75	1.34	1.07	0.87	0.69
20	2.09	1.73	1.33	1.06	0.86	0.69
30	2.04	1.70	1.31	1.06	0.85	0.68
>30	1.96	1.64	1.28	1.04	0.84	0.67

表中 n = 資料數目。

$p = 2$ ，直線。

計算結果之可靠性，隨觀測數目多少而定，觀測資料愈多，則愈可靠，觀測資料較少，則較不可靠，如資料太少，可用其他可靠估計方法增加資料，俾獲得可靠之結果。

例十四：已知大甲溪達見水文站颱風時最大之流量及相關之漢山雨量站之暴雨量記錄如表 (廿八)，試計算該站各種暴雨量與達見站洪水量之關係曲線及其可信範圍。

1. 暴雨量與洪水量資料見表 (廿八)，其關係曲線計算所需數字見表 (廿九)。

$$a = \frac{\sum(R - \bar{R})(D - \bar{D})}{\sum(R - \bar{R})^2} = \frac{186.241}{79.912} = 2.33$$

$$b = \bar{D} - a\bar{R} = 747 - 2.33 \times 235 = 199.45$$

(\bar{R} 、 \bar{D}) = (747、235) 乃相關直線之重心。

$D = 2.33R + 199.45$ ，相關直線方程式。

$R = 0$ ， $D = 199.45$ 。

(0 、 D) = (0 、199.45) 乃相關直線上之第二點

表 (廿八) 最大流量及累計暴雨量資料表
(Max. Discharge and Accumulated Rainfall Data)

颱風 (Typhoons)			達見 (Tachien (523 km ²)) Max. Discharge c.m.s. D.			R 值 (Corresponding accumulated rainfall m.m.)		
名稱 (Name)	日期 (Date)	時 (Time)	Max.	Basic	Net Max.	Huan Shan	Ta-Chien	Chia-yeng
Shirley	1 Aug.	17	1,220	24	1,196	445	444	501
Betty	27 May	3	730	57	673	159	72	70
Pomela	11 Sept	11	1,030	17	1,013	292	98	125
Sally	28 Sept	20	490	43	447	171	50	74
Opal	6 Aug	9	921	10	911	290	138	204
Wendy	16 Julg	16	550	8	542	106	47	79
Wanda	30 Aug	6	480	33	447	180	45	85

表(廿九) 最佳適合直線計算表

R	D	R- \bar{R}	D- \bar{D}	(R- \bar{R}) ²	(R- \bar{R})(D- \bar{D})	公 式
445	1,196	+ 210	+449	44,100	94,290	$y=ax+b$ $b=\bar{y}-a\bar{x}$ $a=\frac{\sum(x-\bar{x})(y-\bar{y})}{\sum(x-\bar{x})^2}$
159	673	- 79	-74	5,776	5,624	
292	1,013	+ 57	+266	3,249	15,162	
171	447	- 64	-300	4,096	19,200	
290	911	+ 55	+164	3,025	9,020	
180	447	- 55	-300	3,025	16,500	
106	542	-129	-205	16,641	26,445	
$\sum 1643$	$\sum 5229$	+322 -324	+879 -879	79,912	186,241	
n=7	n=7					
$\bar{R}=235$	$\bar{D}=747$	-2	0			
(-2)	(0)					

2. 計算可信曲線，參閱表(三十)及表(卅一)。

可信方程式 $y=ax+b \pm tS_c \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(x-\bar{x})^2}{\sum(x-\bar{x})^2}}$

以R代x，D代y則

$$D = aR + b \pm tS_c \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(R-\bar{R})^2}{\sum(R-\bar{R})^2}}$$

式中 $S_c = \text{標準偏差} = \sqrt{\frac{\sum(D_o - D_c)^2}{n-2}}$

$D_o = \text{流量觀測值。}$

$D_c = \text{流量計算值。}$

表(卅) 計算 S_c 之相關數字計算表

D. 流量 c.m.s.			觀測之 D_o	$D_o - D_c$	$(D_o - D_c)^2$
計算之 $D_c = aR + b = 2.33R + 199.45$					
R	2.33R	2.33R + 199.45			
445	1,037	1,237	1,169	- 41	1,681
159	372	570	673	+103	10,609
292	680	880	1,013	+133	17,689
171	398	598	447	-151	22,801
290	675	875	911	+ 36	1,296
180	419	619	447	-172	29,584
106	297	497	542	+ 95	9,025
				+367 -364	92,685
				+3	

$$S_c = \sqrt{\frac{\sum(D_o - D_c)^2}{n-2}} = \sqrt{\frac{92,685}{5}} = 136 \text{ c.m.s.}$$

將 S_c 值代入上式則：

$$D = aR_o + b \pm tS_c \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(R_o - \bar{R})^2}{\sum(R - \bar{R})^2}}$$

$$= 2.33R_o + 199.45 \pm 136 t \sqrt{1 + \frac{1}{7} + \frac{(R_o - \bar{R})^2}{79.912}}$$

$$= 2.33R_o + 199.45 \pm 136 t \sqrt{1.143 + \frac{(R_o - 747)^2}{79.912}}$$

可信曲線計算如下表(卅一)。

圖(十)表示雨量流量關係曲線，及70%可信範圍及上下可信曲線，在雨量流量關係曲線上任何一點，表示由觀測資料所計算之估計值，真值介於上下兩可信曲線間之機會為70%，在上下兩可信曲線外之機會為30%，因大於及小於估計值之機會相等，故有15%之機會大於上可信曲線所示之數字及15%之機會小於下可信曲線所示之數字。例如由圖查得相當於雨量

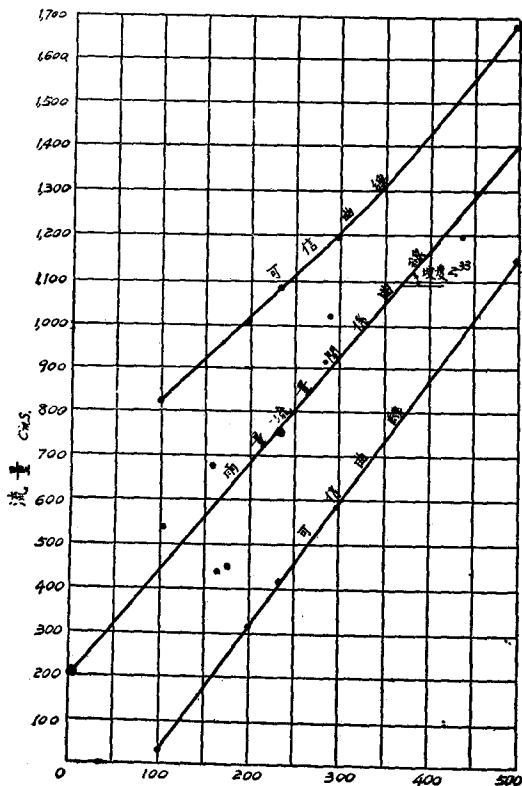
表(卅一) 可信曲線計算表

R ₀	n-P=5					
	90%, t=2.02		80%, t=1.48		70%, t=1.16	
	$D=2.33R_0+199.45$		$D=2.33R_0+199.45$		$D=2.33R_0+199.45$	
	$\pm 275 \sqrt{1.143 + \frac{(R_0-747)^2}{79.912}}$		$\pm 201 \sqrt{1.143 + \frac{(R_0-747)^2}{79.917}}$		$\pm 158 \sqrt{1.143 + \frac{(R_0-747)^2}{79.917}}$	
	Y _L	Y _H	Y _L	Y _H	Y _L	Y _H
100	- 260	1,124	- 75	939	34	830
200	54	1,276	222	1,110	317	1,015
235	169	1,325	325	1,169	415	1,079
300	374	1,422	515	1,281	596	1,200
500	984	1,744	1,086	1,642	1,146	1,582

200mm之洪水量之估計值為670cms，在上下可信曲線上之流量為317cms及1015cms，表示真值有70%之機會介於317cms及1015cms之間，大於1015cms及小於317cms之機會則各有15%。

六、區域曲線之均一性驗算

流量測站之洪水量記錄年期常甚短暫，其中可用記錄更少，而且各站之記錄年期不同，根據短少可用



圖十 雨量流量關係曲線及可信曲線

洪水量資料所計算之洪水流量頻率曲線之正確性，多不可靠。又因在工程計劃地點，往往未設水文站，但其洪水量頻率曲線為規劃設計所必需，然無測站，流量頻率曲線之計算甚為困難，如能將一區域內之可用資料，利用站年分析法 (Station-Year Method of Analysis) 合併研究計算，可獲得一區域洪水流量頻率曲線，不僅減少誤差，增加估算流量之可靠性，可以應用在全區域不論有無測站之任何一點，而且證明其正確程度可以達到設計及規劃所需要之精確度。

區域洪水流量頻率曲線之研究計分兩部分：

第一部份為基本無因次之洪水量頻率曲線，此頻率曲線係以任何頻率洪水流量與指數洪水流量之比，代表洪水流量之頻率曲線，而指數洪水量常以平均年洪水量為準。平均值又分圖解平均值及算術平均值兩種。圖解平均值比較穩定及可靠 (Stable and Dependable)。洪水量分配 (Frequency Distribution) 之平均值採用圖解平均值 (Graphical Mean)，Gumbel 根據極大值定理 (Theory of Largest Values)，年洪水流量之平均值相當於2.33年再發生一次之洪水流量 (Flood of 2.33-year Recurrence Interval)，即利用圖解法求2.33年再發生一次之年洪水量，作為指數洪水量，以計算無因次洪水量頻率曲線。

第二部份為使能表示區域任何一點平均年洪水量與區域特性面積之關係曲線。因影響年平均洪水量之因素甚多，如地形或氣象因素，但就某特定區域而言，平均年洪水量與區域面積關係密切。

利用以上兩曲線，即可計算出該區域內任何一點

之洪水流量頻率曲線。

計算區域性洪水頻率曲線，須用均一性之洪水流量資料，始能推算正確性較大之頻率曲線，故在流量資料收集後分析前，必須先行驗算其是否均一。均一性驗算為利用統計方法驗算區域內某些流量資料具有均一性，即某些流量資料可以歸於同一類，然後再利用之作為各種水文之分析，由於各種水文分析只有採用均一性之資料，所得結果之可靠及正確性方為可恃，否則誤差甚大，致發生不良之後果，即採用數值非過大，即過小，故均一性驗算甚為重要。均一性驗算之基本在於驗算其各項資料之差別是否由於機會而發生，若是由於機會而發生，而由於機會所發生之差別有一定之限度及分配規律，即如由資料驗算結果屬於純機會之支配者，則可歸納為一類，即屬均一性。驗算方法使用機率，驗算可變範圍在兩個標準偏差之範圍內，即有95%之顯著程度。又因10年洪水流量為一般資料所有可靠估計之最大再發生年數，故以10年洪水流量作為驗算之資料，即利用圖線對於由某一記錄年期所推算之10年一次洪水再發生之年期變化應在何種範圍內。驗算組線 (A Set of Test Curves) 計算如次：

Gumbel極大分配之縮變數 y 之標準偏差

$$\delta y = \frac{e^y}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{1}{T-1}} \dots\dots\dots(35)$$

式中 T = 再發生年數

n = 記錄年數

y = 再發年數 T 之函數。

如採用95%之顯著水準，即變動範圍採用兩個標準差。

$$2 \delta y = \frac{2e^y}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{1}{T-1}} \dots\dots\dots(36)$$

設 $T=10$ 年 則 $y=2.25$ $e^y=9.49$

$$2 e^y \sqrt{\frac{1}{T-1}} = 2 \times 9.49 \sqrt{\frac{1}{9}} = 6.33$$

驗算組線計算如表 (卅二)

時間刻度方程式

$$y = -\log_e \left[-\log_e \left(1 - \frac{1}{T} \right) \right] \dots\dots\dots(37)$$

式中 y = 直線距離， $T > 1$

表 (卅二) 驗算組線之上界曲線及下界曲線

n in years	y	$\frac{6.33}{\sqrt{n}} = 2S$	下 界		上 界	
			Lower Limit y-2S	T ₁	Upper Limit y+2S	T _u
5	2.25	2.84	-0.59	1.2	5.09	160
10	2.25	2.00	+0.25	1.85	4.25	70
20	2.25	1.42	0.83	2.80	3.67	40
50	2.25	0.90	1.35	4.40	3.15	24
100	2.25	0.63	1.62	5.6	2.83	18
200	2.25	0.45	1.80	6.5	2.70	15.5
500	2.25	0.23	1.97	7.7	2.53	13
1,000	2.25	0.20	2.05	8.3	2.45	12

T = 再發生年數。

設 $T=1.2$

$$\text{則 } y = -\log_e [-\log_e 0.1667]$$

$$= -\log_e \left[-\log_e \frac{1.667}{10} \right]$$

$$= -\log_e [-\log_e (1.667) + \log_e 10]$$

$$= -\log_e [-0.5128 + 2.302585]$$

$$= -\log_e 1.789785$$

$$= -0.5822$$

當 $T > 20$ 、 $y = \log_e T$

設 $T=100$ ， $y = \log_e 100 = 4.605$

再發生年數 T ，機率 P ，縮變數 y 之關係計算如表 (卅三)

驗算組線決定後，即可進行驗算，步驟如下：

1. 繪製均一性區域內之各流量站位置圖。
2. 計算並繪製均一性區域內各測站之初步洪水頻率曲線。
3. 由洪水頻率曲線查出各站2.33及10年一次洪水流量為 $Q_{2.33}$ 及 Q_{10} 。
4. 求 $\frac{Q_{10}}{Q_{2.33}}$ ，並計算其平均值， $R_v = \sum \frac{Q_{10}}{Q_{2.33}} / n$ ， n = 站數。
5. 計算 $Q_{2.33} \times R_v$ 。
6. 由洪水頻率曲線圖，求出相當於 $Q_{2.33} \times R_v$ 之再發生年數。
7. 根據觀測資料及各站與基站 (Base Station) 之關係年數，改正再發生年數。

表(卅三) T、y及P之對應表

再發生年數 T	機 率 P	縮 變 數 y
1.01	0.011	- 1.53
1.05	0.048	- 1.10
1.2	0.167	- 0.582
1.25	0.200	- 0.48
1.3	0.231	- 0.3853
1.5	0.333	- 0.0953
1.58	0.368	0
1.67	0.402	+ 0.09
2.0	0.500	0.37
2.33	0.571	0.58
2.50	0.600	0.67
3.0	0.666	0.904
3.33	0.700	1.03
4.00	0.750	1.25
5.0	0.800	1.50
6	0.833	1.70
8	0.875	2.01
10	0.900	2.25
15	0.933	2.57
20	0.950	2.97
25	0.960	3.20
30	0.967	3.40
40	0.975	3.68
50	0.980	3.90
60	0.983	4.07
80	0.988	4.34
100	0.990	4.60
150	0.993	4.96
200	0.995	5.30
403	0.9975	6.00
500	0.998	6.21
1,000	0.999	6.91

，如各站之洪水頻率曲線已知，驗算區域內各水文站洪水流量之一致性。

1. 由各水文站之洪水頻率曲線所求出之 $Q_{2.33}$ 及 Q_{10} 值列如表(卅四)。

2. 求 $\frac{Q_{10}}{Q_{2.33}}$

3. 求 $R_v = \sum \frac{Q_{10}}{Q_{2.33}} / 15$

4. 計算 $R_v \times Q_{2.33}$ 。

5. 由洪水頻率曲線上求出之 T 值列入表內。

6. 校正之記錄年數 N' 列入表中最後一欄。

各站之校正年數 = 各站記錄年數 + 各站由基站補增年數 $\times 0.5$ ，其中 0.5 為校正係數，計算方法與前常數校正計算同。

7. 將各 T 及 N' 對應值繪於圖(十二)中。

8. 所繪各點均在兩驗證曲線之內，即表示 15 站洪水資料具一致性，即此 15 站之洪水流量資料可以歸於一組內，用以計算該區域內之區域頻率曲線。如有點據繪落於驗證線之外，即表示其不一致性，須將該 15 站之記錄分成兩組以上，每組計算一區域洪水流量頻率曲線。

8. 將第 5 及 6 步驟計算之各對應值，繪入驗算組線圖內。

9. 依在各不同記錄年數內估計 10 年洪水量之再發生年數是否在驗算組線範圍內，即觀察區域內是否有超出組線外之驗算，如有，則此一資料於分析時應剔除。

例十五：區域內 15 個水文站之分佈如圖(十一)

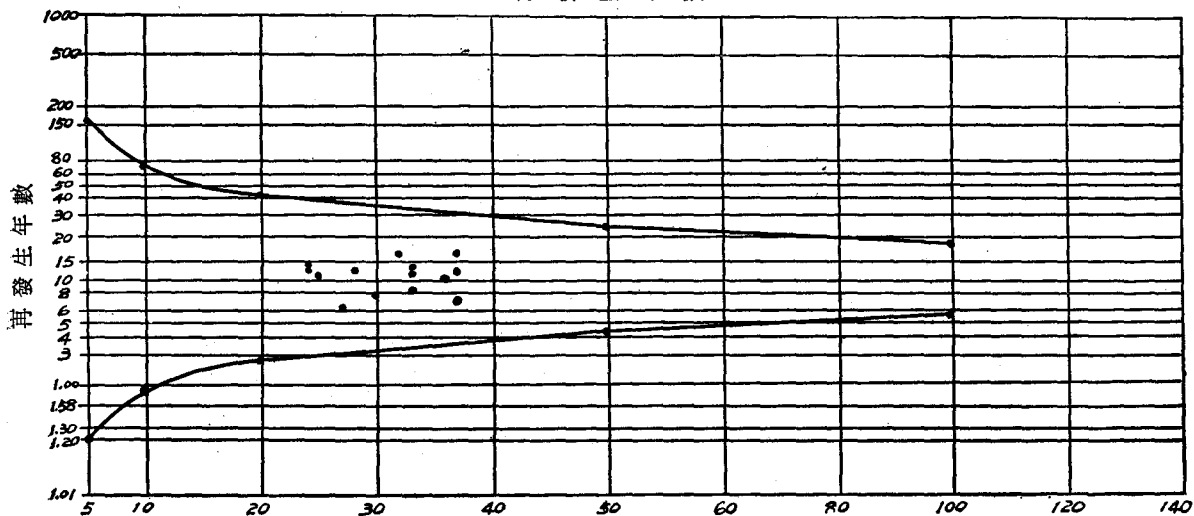


圖十一 流域面積及水文站位置圖

表(卅四) 區域內洪水量均一性驗算表

水文站 No.	流域面積 km ²	平均年洪水量 Q ₂₋₃₃	10年洪水量 Q ₁₀	$\frac{Q_{10}}{Q_{2-33}}$ 之比	Q ₁₀ 計算值 = Q ₂₋₃₃ × 1.7 c.m.s.	計算Q ₁₀ 之 再發生年數	校正後之記錄 年數
1	451	306	635	2.07	350	7	37
2	715	540	895	1.66	920	11	25
3	1,358	966	1,530	1.59	1,650	14	24
4	1,723	1,190	1,850	1.55	2,020	16	32
5	183	178	278	1.57	303	13	24
6	390	326	534	1.64	555	12	37
7	168	170	272	1.60	290	13	24
8	265	210	335	1.60	358	13	28
9	1,062	746	1,220	1.64	1,270	11	33
10	1,362	895	1,650	1.84	1,520	8	33
11	1,715	1,090	1,775	1.64	1,850	12	33
12	382	318	545	1.71	540	10	36
13	24.5	30	64	2.13	51	6	27
14	121	138	210	1.53	235	17	37
15	3.07	8	14	1.79	14	8	30
共計				25.56			
平均				$\frac{25.56}{15} = 1.70$			

再發生年數



有效記錄年數
圖十二 均一性考驗表

Summary

Statistical methods in hydrology consists of (a) estimating the probability of hydrologic events based on information contained in hydrologic records, and (b) correlating interrelated hydrologic variables. In probability study, they permit coordination of observed data to get a more accurate estimat of future frequencies than is indicated by the raw data, and also provide criteria judging the accuracy of the frequeacy estimates. In corre-

lation study, they provide means for deriving the most likely relationship between two variables, and also provide criteria for judging the accuracy of estimates based on the derived relationship. The application of the normal distribution, t-distribution, χ^2 -distribution, F- test, consistency test and homogeneity test are described. Illustration examples are also given in this article.

參 考 書 目

1. Wisler and Brater: Hydrology. Second Edition. 1959
2. Linsley Kohler and Paulhus: Hydrology for Engineers. 1958
3. Linsley Kohler and Paulhus: Applied Hydrology.
4. Johnstone and Cross: Elements of Applied Hydrology. 1949
5. Butler.: Engineering Hydrology
6. U.S.G.S.A.: Flood-Frequency Analyses. 1960
7. U.S.G.S.A.: Doudle-Mass Curves. 1960
8. U.S.G.S.A.: Graphical Correlation of Gaging Station Records. 1960
9. U.S.A.E.D.: Statistical Methods in Hydrology. 1962
10. U.S.S.C.S.: Hydrology.
11. U.S.B.R.: Water Studies
12. Stol: Notes on Determination of the Max. Intensity of the Storm That may Be Expected with a Certain Frequecny.
13. Stol: Notes on Determination of the Storm that Produces the Max. Hood.
14. Stol: Notes on Evaluation of the Accuracy and Availability of the Basic Rainfall and Flow Data.
15. Linsley and Franzini: Water Resources Engineeering. 1964
16. 李述齋： 水文資料統計分析之站數年數問題——臺灣水利季刊叢書之二——民國四十四年九月一日。

(上接49頁)



Fig.3 Same as Fig.2, but at 300X



Fig4 Gray cast iron of 80% re-steel cuttings. Mag. 100X

*Member of Chinese Society of Agricultural Engineers.

#"How to Pour Good Cast Iron" by Shen, Kou-Wen, C.S.A.E., April, 1964