

渠道土方速算法

洪有才

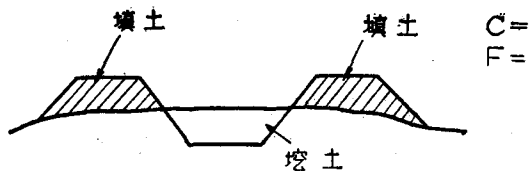
(一) 前言

所講土方即土積也，其求法簡單，凡學過工程者或有工程經驗者均能求之，但吾人所期待者乃如何能迅速算得？。渠道土方大致可分挖土與填土，不管挖土或填土其求法相同。當測定渠道中心縱剖面後，或與渠道中心測量同時，在中心線上任取一點，與此中心線成垂直方向之地面變化是為橫斷。其所須測定之範圍視渠道大小而定。現設取縱斷上任何相鄰兩點之距離為 L ，其兩點之挖土(或填土)橫斷面積各為 a_1 及 a_2 ，則求土方之公式列如下：

$$V = \frac{a_1 + a_2}{2} L \dots\dots\dots ①$$

$$V = \frac{a_1 + 4a_m + a_2}{6} L \dots\dots\dots ②$$

①式為取其兩斷面之挖土(或填土)之平均斷面



圖一 橫斷面

積乘以兩斷面間之距離。②式中之 a_m 為 a_1 及 a_2 斷面中間點之斷面積也，此值較①式所求之值近乎理想值，實際上 a_m 值須另加以測定實較不便，①式所得之值在工程上應用已足夠矣，不必應用②式求之，式①及②式中 V 為體積單位， L 為兩斷面間之水平距離。至於 a_1 及 a_2 則由渠道斷面設計完竣後將設計之渠道斷面依挖填土之深度填入於測定之橫斷地面線，再由渠道斷面與橫斷地面線所包圍之面積用各種方法視其挖填土之情形從圖上計算挖填土面積，並以 C (表示挖土)及 F (表示填土)，註入斷面之傍。下圖所示者為挖填土之別。斜線部份表示填土，空白部份表示挖土。

(二) 挖填土計算法

渠道斷面設計完竣後其挖填土計算法分述如下：

下：

1. 求積儀法：

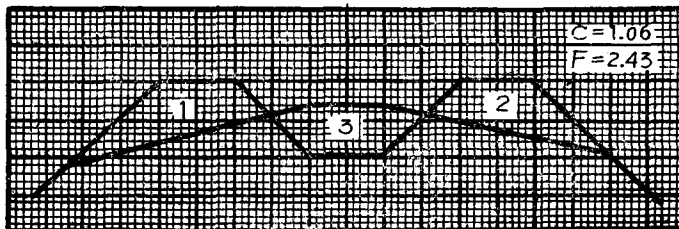
以求積儀法求挖填土面積時須視求積上所示比例，依順時鐘方向將順所包圍之邊線量之則可得所求之面積也，此法應用於渠道挖填土之面積計算不太合適，常應用於求流域面積或求平面地積，故在此不詳論述。

2. 數格法：

此法常應用於渠道挖填土之計算，即將橫斷地面線與渠道斷面所包圍之挖土或填土分別求其小方格數累加而得。但在數小方格之前須視橫斷面之比例尺定其每小方格之實際面積。現以公制為單位，並設實際長度以公尺表示，而縮尺比例之大方格為 1 公分 × 1 公分，小方格為 1 公厘 × 1 公厘表示之，則其方格之面積與各種實用比例尺對於實際面積之關係列如下表：

比例尺	每小方格 (1mm × 1mm)	每大方格 (1cm × 1cm)
1 : 50	0.025m ²	0.25m ²
1 : 100	0.01 m ²	1.0 m ²
1 : 200	0.04 m ²	4.0 m ²

茲以縮尺比例為 1 : 100 舉例計算挖填土面積於後：



比例尺 1:100(m)

圖二

如圖二計算挖土及填土面積如下：

(i)挖土面積計算：

③內之小格數為106格，因每小格之面積等於實際面積 0.01m^2 ，故挖土面積為

$$0.01\text{m}^2 \times 106 = 1.06\text{m}^2$$

(ii)填土面積計算：

①內之小格數為134格，②內之小格數為106格，計 $134\text{格} + 106\text{格} = 240\text{格}$ ，因每小格之面積等於實際 0.01m^2 ，故填土面積為

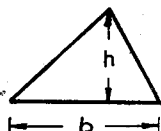
$$0.01\text{m}^2 \times 240 = 2.40\text{m}^2$$

3. 三角形或梯形面積法：

利用三角形或梯形底高法，將橫斷地面線與渠道斷面所包圍之挖土(或填土)，分多個三角形或梯形分別計算每三角形或梯形面積累加之即得所求之面積，其原理述之如下：

三角形：

如右圖，設三角形面積為 Δ ， b 為底寬， h 為高，則有如下之公式

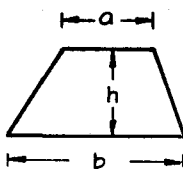


圖三. 三角形

$$\Delta = \frac{1}{2}bh \dots\dots\dots(3)$$

梯形：

如右圖，設梯形面積為 \square ， a, b 各為上底及下底寬度， h 為高，則有如下之公式



圖四. 梯形

$$\square = \frac{1}{2}(a+b)h \dots\dots(4)$$

利用圖二，將挖土或填土各分別劃分多個三角形或梯形量出其高及底之長度，利用公式(3)及(4)分別計算其挖土或填土之面積如下：

(i)挖土面積計算：

將③之挖土面積分成兩三角形及一梯形，個別量出其高及底計算如下：

$$\left. \begin{aligned} 0.65 \times 0.50 \times \frac{1}{2} &= 0.163 \text{ m}^2 \\ 0.70 \times 0.6 \times \frac{1}{2} &= 0.210 \text{ m}^2 \end{aligned} \right\} \dots \text{三角形面積}$$

$$(0.65 + 0.70) \times 1 \times \frac{1}{2} = 0.675 \text{ m}^2 \dots \text{梯形面積}$$

計 $1.045\text{m}^2 \doteq 1.05\text{m}^2$

(ii)填土面積計算：

如圖二：①及②部份均屬填土，乃將①及②分

成多個三角形或梯形計算之。

(a)；①部份之面積計算：將分成兩三角形及一梯形分別量其底及高利用公式③及④計算如下：

$$\left. \begin{aligned} 0.75 \times 1.15 \times \frac{1}{2} &= 0.431 (\text{m}^2) \\ 0.60 \times 0.50 \times \frac{1}{2} &= 0.150 (\text{m}^2) \end{aligned} \right\} \dots \text{三角形面積}$$

$$(0.75 + 0.60) \times 1 \times \frac{1}{2} = 0.675 (\text{m}^2) \dots \text{梯形面積}$$

小計 $1.256 \doteq 1.26 (\text{m}^2)$

(b)；②部份之面積計算：將分成兩三角形及一梯形分別量其底及高利用公式③及④計算如下：

$$\left. \begin{aligned} 0.50 \times 0.40 \times \frac{1}{2} &= 0.10 (\text{m}^2) \\ 0.70 \times 1.00 \times \frac{1}{2} &= 0.35 (\text{m}^2) \end{aligned} \right\} \dots \text{三角形面積}$$

$$(0.50 + 0.70) \times 1 \times \frac{1}{2} = 0.60 (\text{m}^2) \dots \text{梯形面積}$$

小計 $1.05 (\text{m}^2)$

填土總面積乃為①及②部份面積之和，相加之得如下：

$$1.26\text{m}^2 + 1.05\text{m}^2 = 2.31\text{m}^2$$

4. 分規法：

分規法乃利用三角形或梯形底高原理，以高為單位長度，量取三角形底邊之半長或梯形上底加下底之半長，代表該三角形或梯形之面積之法也。茲說明其原理於下：乃利用圖三與圖四得

$$\Delta = \frac{1}{2}bh$$

$d =$ 單位長度時， Δ 可由下式求得

$$\Delta = \frac{1}{2}b \dots\dots\dots(5)$$

此式表示三角形面積等於底邊之一半也。

$$\square = \frac{1}{2}(a+b)h$$

$d =$ 單位長度時， \square 可由下式求得

$$\square = \frac{1}{2}(a+b) \dots\dots\dots(6)$$

此式表示梯形面積等於上底加下底之一半也。由上之原理，吾人可發現在橫斷面上將依橫向以單位長度劃分後，量取所劃分三角形或梯形之底之平均長度累加之即可得所求之面積也。

茲乃以圖二為例利用分規法求其挖土及填土面積如下：

(i) 挖土面積計算

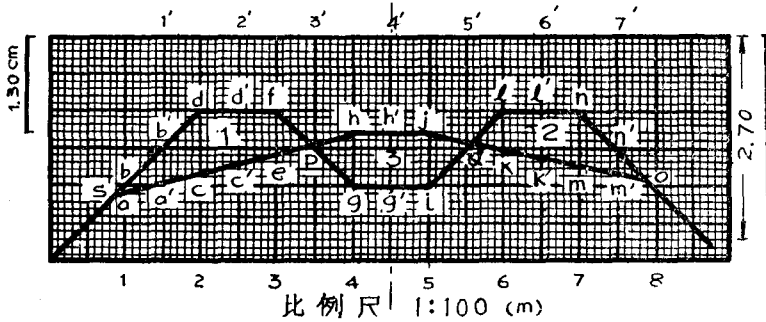


圖 五

如上圖將依橫斷面之橫向以單位長度分劃為1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8段, 用分規量得 gh 及 ij 之累加長度, 並將累加之分規按於方格紙上量出長度得

$$gh + ij = 1.30\text{cm}$$

此即表示挖土面積為 1.30m^2

(ii) 填土面積計算：

如上圖用分規量得 ab, cd, ef, kl, mn 長度累加之並將累加之分規按於方格紙上量得長度如下：

$$ab + cd + ef + kl + mn = 2.70\text{cm}$$

此即表示填土面積為 2.70m^2

採用 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 分類法所得挖土與填土面積與用數格法或三角形梯形底高法所得之結果相差較遠, 由此觀之吾人對於分規法之分劃單位長度之位置, 應加以適合之研究實屬必要。現若將分劃之位置移至 $1', 2', 3', 4', 5', 6', 7'$ 時, 再研究其結果如下：

i. 挖土面積計算：

$$g'h' = 0.72\text{cm}$$

即挖土面積 = 0.72m^2

ii. 填土面積計算：

$$a'b' + c'd' + k'l' + m'n' = 2.32\text{cm}$$

即填土面積 = 2.32m^2

由上觀之, 挖土面積為 0.72m^2 與數格法或三角形梯形法所求結果相差甚遠, 但填土面積則甚為相近。對此問題亦可提示吾人, 當分劃時未能量得三角形或梯形之底之半長所致, 除再將單位長度劃分之位置變動外, 可將分劃之單位長度減為一半而分劃之, 而後所得之長度用 2 除之即可得所求之值, 現再將分劃為 $1, 1', 2, 2', 3, 3', 4, 4', 5, 5', 6, 6', 7,$

$7', 8,$ 再研究其結果如下：

i. 挖土面積計算：

$$gh + g'h' + ij = 2.10\text{cm}$$

$$2.10 \div 2 = 1.05\text{cm}$$

即挖土面積 = 1.05m^2

ii. 填土面積計算：

$$ab + a'b' + cd + c'd'$$

$$+ ef + kl + k'l' + mn$$

$$+ m'n' = 4.90\text{cm}$$

$$4.90\text{cm} \div 2 = 2.45 \div 2.45\text{cm}$$

即填土面積 = 2.45m^2

如此所得結果較為接近數格法或三角形梯形底高法所得結果

, 在工程上應用已足夠矣！

現將一般常用之各種縮尺比例與分劃長度, 用分規法求面積之關係列表於下以供讀者參考

1 cm 代表之實際面積 (m^2)

縮尺比例 \ 分劃長	1mm	2.5mm	5mm	10mm	20mm
1:50	0.025	0.0625	0.125	0.25	0.50
1:100	0.10	0.25	0.50	1.00	2.00
1:200	0.40	1.00	2.00	4.00	8.00
1:500	2.50	6.25	12.50	25.00	50.00

(三) 結 論

以上所論之求積儀法, 數格法, 三角形梯形底高法, 及分規法中, 以分規法最為迅速, 可增加效率數倍之多。就對於精確度論之亦不亞於其他任何法。惟分規法之最重要者乃分劃長度之選度也。若分劃長度不當, 則影響面積之精確度。一般縮尺比例大時分劃長度較大, 縮尺比例小時, 分劃長度亦隨之較小。作者建議縮尺比例為 $1/60$ 時, 分劃長度採用 10mm (1cm), 縮尺比例為 $1/100$ 時, 分劃長度採用 5mm 或 10mm, 縮尺比例為 $1/500$ 時, 分劃比例採用 2.5mm 或 5mm 則已足夠工程上之應用矣！至於分規法一詞乃作者所定, 此法對於渠道土方面積之計算甚為方便, 故乃出初衷特為讀者介紹, 並請讀者多方指教。